

Candela, Guido; Gardini, Attilio

**Working Paper**

## Determinanti caotiche e stocastiche delle fluttuazioni irregolari

Quaderni - Working Paper DSE, No. 10

**Provided in Cooperation with:**

University of Bologna, Department of Economics

*Suggested Citation:* Candela, Guido; Gardini, Attilio (1984) : Determinanti caotiche e stocastiche delle fluttuazioni irregolari, Quaderni - Working Paper DSE, No. 10, Alma Mater Studiorum - Università di Bologna, Dipartimento di Scienze Economiche (DSE), Bologna, <https://doi.org/10.6092/unibo/amsacta/5302>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/158854>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>

DETERMINANTI CAOTICHE E STOCASTICHE DELLE  
FLUTTUAZIONI IRREGOLARI\*

Guido Candela<sup>+</sup> e Attilio Gardini<sup>++</sup>

Ottobre 1984

N. 10

+ Dipartimento di Scienze Economiche, Università di Bologna

++ Dipartimento di Scienze Statistiche, Università di Bologna

\* Questo articolo è l'esito di un lavoro condotto insieme, attraverso molte ore di discussione. Tuttavia, G.Candela ha scritto i paragrafi 1, 2, 5, 6, 10 e A.Gardini ha scritto i paragrafi 3, 4, 9; il modello (par. 7, 8) e le conclusioni (par. 11) sono invece parti comuni.

*"Se dovessi riformulare la mia teoria (...) direi che non esiste alcun ciclo economico, il che è piuttosto sconvolgente, visto che si tratta del problema su cui ho passato la mia vita. Ma nessuna indagine statistica ha mai mostrato un ciclo e economico. Tutto è così irregolare che non sopravvive ad alcun esperimento cui i matematici possono sottoporre i dati"* (R.M. GOODWIN)

Introduzione - Ordine e disordine - Cicli e periodicità nello sviluppo economico italiano, 1960-1982 - Caso e Caos - Il modello - La stima e i risultati empirici - Conclusioni.

## Introduzione

1. - Qual'è l'oggetto della teoria delle fluttuazioni ? E' questo un capitolo dell'economia politica che sembra mancare ancora di un preciso accordo sul suo specifico oggetto di studio.

Ricorrendo ad una significativa immagine di Slutsky (1) che assimila il succedersi degli alti e dei bassi della vita economica al movimento del mare, è immediato osservare che, come le onde non si ripetono mai perfettamente, così anche i cicli economici "never repeat earlier ones exactly in duration or in amplitude" (2).

Allora, non è ancora chiaro se la teoria delle fluttuazioni debba fornire spiegazioni di moti regolari o piuttosto di movimenti irregolari. Nel primo caso, la dottrina dovrebbe approntare dei modelli capaci d'interpretare la uniformità e regolarità sottesa alle diverse oscillazioni, nel secondo caso invece fornire dei modelli idonei a descrivere le diversità palesi nel succedersi delle riprese e delle recessioni di un sistema capitalistico.

Nello stato attuale dell'arte gli economisti continuano a produrre una vastità tassonomica di modelli (3), tutti però inscrivibili in questa fondamentale dicotomia classificatoria; abbiamo così un primo ramo della dottrina che, pur riconoscendo la variabilità dei fenomeni reali, lavora su modelli finalizzati alla spiegazione di un typical business cycle identificato come astrazione delle proprietà invarianti delle diverse fluttuazioni economiche: su questo stimolo nasce l'impostazione "classica" di G. Haberler (4) che, passando dalle successive elaborazioni dei modelli Hansen-Samuelson, si prolunga fino alla più significativa impostazione della teoria non-lineare del ciclo (5).

Nel secondo ramo della dottrina, invece, si rifugge da tale astrazione metodologica e si accetta la irregolarità della realtà come oggetto di studio, questo sia nella stessa definizione di ciclo economico che propone di classificare come eguali, oggetti parzialmente diversi: "Business cycles are a type of fluctuation found in the aggregate economic activity of nations [...] this sequence of changes is recurrent but not periodic" (6), sia nell'impostazione teorica in cui si abbandona qualsiasi idea di moto regolare, come è stato brillantemente indicato da R. E. Lucas: "Business cycle do not exhibit uniformity of either period or amplitude, which is to say, they do not resemble the deterministic wave motions which sometimes arise in natural sciences" (7).

Senza entrare nelle peculiarità dei modelli delle due impostazioni, al momento ci preme solo sottolineare come la mutata identificazione dell'oggetto di studio non sia risultata neutrale nei confronti dell'approccio problematico ed abbia, quindi, prodotto teorie del ciclo dal contenuto profondamente diverso.

Mentre la scelta dello studio delle regolarità di un ciclo ripetitivo richiama evidentemente l'attenzione sulla spiegazione del succedersi dei punti di svolta (8), la preferenza verso lo studio delle fluttuazioni irregolari ha prodotto, invece, un naturale disinteresse verso le cause delle inversioni dinamiche che nella loro disorganicità vengono attribuite al "bombardamento" casuale di componenti non spiegate. L'interesse dell'analisi si è allora spostato sulle uniche regolarità che sembrano permanere nel disordine delle osservazioni disponibili, i comovements che è possibile riscontrare nella dinamica delle variabili economiche aggregate (9). Questa scelta è resa esplicita da Lucas quando afferma che i cicli economici possono essere compresi solamente in quelle "regularities which are observed [...] in the comovements among different aggregative time series" (10).

In breve, la teoria del ciclo economico abbandona così ogni interesse verso i punti di svolta per concentrarsi esclusivamente sulla spiegazione delle connessioni pro ed anti-cicliche, ritardate o anticipate, fra coppie di variabili economiche.

Tuttavia, questo sbocco ci sembra essere un errore dell'impostazione metodologica della "nuova macroeconomica" e il disinteresse verso i punti di svolta come un non sequitur dalla scelta dello studio delle fluttuazioni irregolari: la corretta soluzione del problema dovrebbe essere quella di produrre dei modelli capaci di spiegare endogenamente punti di svolta che possiedono la proprietà di non mostrare alcuna periodicità. Solamente lavorando in questo modo si risolverebbe il problema dell'irregolarità senza dissolvere quello del ciclo stesso (11).

Una strada da percorrere per affrontare il problema così impostato sembra essere quella recentemente iniziata da alcuni economisti che, seguendo (con ritardo) gli schemi innovativi introdotti nella scienze "mature" (scienze naturali e fisica in particolare), utilizzano nei loro modelli le proprietà dinamiche della teoria matematica del caos (12).

Il caos appare come una naturale estensione dell'approccio non-lineare alla teoria del ciclo. Tuttavia, affinché questa impostazione possa superare lo "stal-

lo" dell'analisi dei cicli-limite (13), sembra necessario che essa evolva verso le matematiche complesse delle strutture dinamiche dissipative (14): tra cui appunto è quella teoria del caos su cui intendiamo soffermarci.

Non è evidentemente scopo di questo lavoro affrontare tali difficoltà, nè avremmo la competenza per farlo, ma prima di seguire le prospettive di questo particolare approccio al ciclo, ci sembra necessario affrontare il problema che è "a monte" di ogni e di questa impostazione: i fatti confermano o falsificano l'ipotesi del caos?

Ci baseremo, quindi, sull'osservazione storica di una lunga serie di osservazioni, il prodotto interno lordo italiano (PIL) dal 1960 al 1982 in dati trimestrali (15). Di questi dati proporremo prima un'analisi periodale, sia per individuare i cicli del ventennio, sia per ricercare o rifiutare empiricamente possibili periodicità; successivamente introdurremo un semplice modello ciclo-sviluppo in cui l'ipotesi di non-linearità e di biforcazione caotica può essere sottoposta a

verifica empirica. La stima di quel modello, condotta nei paragrafi 9 e 10, consentirà di portare alcune considerazioni specifiche sul ciclo e sullo sviluppo dell'economia italiana e di proporre alcune conclusioni generali sulla corrispondenza empirica delle dinamiche irregolari.

### Ordine e disordine

2. - Che la natura sia governata dall'"ordine" od invece soggiaccia al "principio del disordine crescente" è questione tuttora irrisolta, ma di grandissima rilevanza per i filosofi della scienza; non volendo certamente affrontare un problema di tale complessità, ai nostri fini è sufficiente rilevare come esso stia penetrando - dopo tanti anni di egemonia acritica dell'equilibrio - anche nell'economia politica.

Per affrontare la questione dell'ordine o del disordine è necessario prima di tutto possedere un modello che consenta una sufficiente individuazione dei due stati.

La fisica utilizza due nozioni di disordine, il caos dell'equilibrio ed il caos turbolento (16), che potrebbero essere attribuite alle diverse condizioni statiche o dinamiche dei fenomeni in osservazione. La nozione statica del disordine può essere riferita, ad esempio, ad un insieme d'oggetti raffrontati ai posti in

cui potrebbero essere collocati: l'ordine è una condizione in cui ogni oggetto è collocato nel posto che gli compete, nel disordine al contrario esiste un gran numero di luoghi diversi in cui li possiamo ritrovare (17). La nozione di dinamica del caos, invece, fa esplicito riferimento ad un moto disordinato, del tutto confuso ed irregolare in cui gli oggetti si spostano seguendo una pluralità di traiettorie (18).

Armati di una definizione chiara del disordine, possiamo osservare la realtà per cercar di verificarvi tale proprietà: ad esempio, possiamo riconoscere la possibilità che il moto di un liquido divenga disordinato, cioè "turbolento".

Naturalmente questa è soltanto una strategia descrittiva, ma raffrontando le proprietà matematiche di un modello con quelle della realtà, una prima conclusione appare già possibile: se il modello può spiegare solo il moto regolare, mentre la realtà presenta la proprietà della turbolenza, quel modello è falso od al meglio può fornire solamente un'approssimata interpretazione delle proprietà "locali" del fenomeno (19).

Un primo scopo del nostro lavoro è quindi quello di tentare di applicare questo metodo investigativo ai problemi dell'economia e dell'economia dinamica in particolare: la verifica del disordine consentirebbe di limitare l'interesse verso un preciso sottoinsieme dei modelli economici del ciclo.

Anche nel nostro caso si tratta d'iniziare con una precisa definizione dell'ordine o del disordine nel moto di una variabile economica.

Nella recente letteratura, ci è sembrato di riconoscere almeno due attribuzioni qualitative per definire le proprietà di una traiettoria irregolare:

a) una definizione ex-ante del moto disordinato di una variabile, che fa riferimento all'impossibilità di un'accurata previsione del suo comportamento futuro: "Chaotic trajectories] fluctuate, usually in a highly irregular manner and with exasperating unpredictability" (20).

b) una definizione ex-post del moto disordinato di una variabile, che fa riferimento all'impossibilità di accertare una periodicità nel suo comportamento passato: "these fluctuations need not converge to a cycle of any regular periodicity" (21).

Poiché in questa nota non intendiamo affrontare il problema della prevedibilità (22), faremo riferimento alla seconda definizione e diremo moto irregolare quello in cui è assente ogni e qualsiasi periodicità; tuttavia tale opzione comporta alcune difficoltà applicative.

La verifica della periodicità nelle fluttuazioni del passato è strettamente dipendente dalla lunghezza del periodo di tempo in cui si protrae l'osservazione: la limitatezza della rilevazione può nascondere una periodicità più lunga dell'osservazione e far apparire irregolare ciò che invece non lo è. Questa difficoltà sperimentale già rilevata da A. I. Mees, "observation or simulation over a finite time cannot distinguish between an orbit of very long period and an aperiodic orbit" (23), non ci rende sicuri della presenza di movimenti strani in un dato sistema economico.

Nella scienza economica, il cui laboratorio è costituito dalla vicenda storica, non è possibile tuttavia definire in astratto la numerosità dell'esperimento per la verifica statistica del modello, ma è necessario analizzare i fenomeni oggetto di indagine, nel nostro caso le fluttuazioni del sistema economico, sulla base delle osservazioni disponibili. Il problema non deriva solo dalla materiale disponibilità di fonti statistiche, che pure esiste, ma anche e forse soprattutto dall'immanente dinamica dell'evoluzione storica i cui continui cambiamenti pongono seri vincoli alla scelta del campione per la verifica della conformità del modello rispetto all'evidenza dei fatti; trascurando questo problema si rischiano rilevanti distorsioni delle stime e dei giudizi inferenziali che derivano dall'eterogeneità dei dati utilizzati, cioè dall'aver accumulato osservazioni generate, in realtà, da processi diversi.

L'informazione statistica da noi analizzata comprende le 94 osservazioni trimestrali del prodotto interno lordo in Italia a prezzi costanti (1970) che vanno dal primo trimestre del 1960 al quarto trimestre del 1982: un periodo che comprende solo alcuni cicli completi, indubbiamente ancora pochi per concludere sulla loro periodicità, ma ciononostante è già talmente eterogeneo da richiedere, come si vedrà, la suddivisione in due sub-intervalli. Non possiamo quindi che accogliere come irregolati le dinamiche che tali risultano da un insieme omogeneo finito e limitato di osservazioni, anche se in astratto le orbite osservate potrebbero possedere delle periodicità che si manifestano solo in intervalli di tempo molto lunghi (24).

Muniti della definizione di dinamiche irregolati, è ora tempo di passare ai dati empirici; se potremo concludere sul disordine sarà possibile limitare l'interesse verso i modelli con dinamiche regolari per esclusive proprietà locali e rivolge-



re la nostra completa attenzione ai modelli che possiedono la proprietà della irregolarità, in quanto la loro falsificazione risulterebbe ulteriormente rinviata.

### Cicli e periodicità nello sviluppo economico italiano, 1960-1982

3. - L'analisi empirica dell'evoluzione ciclica e la localizzazione dei punti di svolta delle fasi di espansione e di recessione si può ottenere dall'osservazione diretta delle variabili considerate e dei relativi saggi di variazione oppure da un'analisi delle serie storiche che separi le diverse componenti e metta in più chiara evidenza l'evoluzione del ciclo; in quest'ultimo caso, la separazione delle diverse componenti (stagionale, irregolare, ciclica e di trend) permette la delimitazione temporale delle fasi cicliche con riferimento alla variabile che esprime in modo diretto la dinamica del fenomeno oggetto di indagine.

L'individuazione dei punti di svolta, attraverso il calcolo dei saggi di variazione delle serie storiche, eventualmente distagionalizzate, è la tecnica più frequente nella pratica degli istituti di diagnosi congiunturale e nella letteratura sulle previsioni di breve periodo (25); tale tecnica è in effetti particolarmente adatta per finalità previsionali, perchè non richiede complesse elaborazioni dei dati ed anticipa i punti di svolta (26). Nella periodizzazione retrospettiva non presenta alcun interesse la proprietà di anticipazione ed è invece molto importante la precisa localizzazione dei punti di svolta; in tal caso sembra quindi preferibile separare le diverse componenti e studiare la specifica evoluzione della sola componente ciclica (27).

In questa nota la periodizzazione e la individuazione dei punti di svolta è effettuata con riferimento ai valori trimestrali del prodotto interno lordo (PIL) nel periodo 1960.1-1982.4 (28). Tale serie storica è caratterizzata, come vedremo nel prossimo paragrafo, da una componente stagionale "statisticamente significativa" che dev'essere quindi tenuta presente nell'analisi delle fluttuazioni cicliche se non si vogliono confondere i punti di svolta del ciclo con quelli dell'evoluzione stagionale.

Ogni sequenza cronologica di cicli fa riferimento alle cosiddette inversioni di tendenza "persistenti": i punti di svolta sono generalmente collocati in corrispondenza dei trimestri in cui per un certo numero di periodi consecutivi (almeno due) si verifica un andamento opposto al precedente; qualora tale cronologia sia definita senza tener conto delle tendenze di lungo periodo, si possono

no ottenere periodizzazioni che non riflettono l'effettiva dinamica ciclica, poiché l'incidenza relativa delle componenti di trend può essere differenziata nel tempo e distorcere la localizzazione dei punti di svolta (29).

I cicli di sviluppo sono definiti considerando l'andamento differenziale della serie, rispetto alla sua tendenza di lungo periodo: una fase di recessione (e-spansione) non è localizzata nel punto in cui si manifestano alcune flessioni (aumenti) consecutive della serie o delle serie considerate, bensì quando il tasso di crescita scende (sale) al di sotto (sopra) di quello tendenziale (30). L'identificazione delle fasi cicliche, coerentemente con questa definizione, richiede quindi non solo l'analisi della serie storica e la separazione della componente di trend-ciclo, ma anche la stima, attraverso l'adattamento di opportune forme funzionali, della tendenza di lungo periodo, al fine di poter separare, per differenza o per rapporto, l'andamento della componente ciclica da quella di trend.

L'analisi della serie storica del PIL, la sua destagionalizzazione e la separazione della componente irregolare da quella di trend-ciclo sarà effettuata, in questo lavoro, utilizzando la procedura "X11" (31). Tale tecnica perviene alla scomposizione della serie storica, nell'ambito di modelli moltiplicativi o additivi, attraverso il calcolo di medie mobili ponderate e per mezzo di un procedimento iterativo di ricerca della struttura ottima dei pesi di tali medie che consente l'individuazione delle componenti e la loro separazione. Questo metodo risulta completamente adeguato solo per alcuni processi ARIMA ed appare indubbiamente vulnerabile sul piano teorico (32), ma costituisce ciononostante un'interessante strumento di analisi statistica, poiché, come scrive M.G. Kendall, funziona generalmente molto bene in pratica per la scomposizione delle serie temporali (33).

L'applicazione di questa procedura alla serie storica dei valori trimestrali del PIL (1960.1-1982.4), con riferimento ad un modello moltiplicativo, hanno consentito l'analisi della stabilità della componente stagionale, la destagionalizzazione della serie e la separazione della componente "trend-ciclo" da quella irregolare.

La presenza di una effettiva componente stagionale nella serie storica considerata è confermata dall'analisi statistica dei risultati ottenuti ad un elevato livello di "significatività"; infatti utilizzando l'analisi della varianza ad un criterio di classificazione per verificare l'ipotesi nulla di assenza di stagionalità si sono ottenuti i seguenti risultati:

devianza entro i trimestri = 1385,002

devianza residua = 293,322

il valore del test "F", con 3 e 88 gradi di libertà, risulta pertanto pari a 138,506 che, ad un livello di probabilità superiore al 99%, implica la confutazione dell'ipotesi nulla. I risultati ottenuti mettono quindi in evidenza che lo studio dell'evoluzione ciclica del PIL non può essere effettuato senza una preliminare destagionalizzazione della relativa serie (34).

4. - La serie "ciclo-trend", individuata attraverso la procedura XII (cfr. tav. 2 dell'appendice), mette già in evidenza elementi per una possibile periodizzazione (cfr. graf. 1 dell'appendice) che appare chiaramente calcolando i saggi trimestrali di variazione dei livelli di questa serie (cfr. graf. 2 dell'appendice).

L'analisi di tali saggi di variazione consente l'individuazione di un primo ciclo nel corso degli anni sessanta: parte da un minimo nel 1964.2, raggiunge il punto di svolta (massimo) nel 1969.2 e tocca un nuovo minimo nel 1972.3; il ciclo che si avvia all'inizio degli anni settanta (1972.3) ha una fase di ripresa molto breve: raggiunge infatti il punto di svolta nel 1973.3 e tocca il punto più basso della fase recessiva nel 1974.4. Nella seconda metà degli anni settanta le fasi di espansione diventano molto brevi: il primo punto di svolta sembra collocarsi alla fine del 1975 (cfr. tav. 1) ed è seguito invece da una fase recessiva meno breve che si prolunga infatti fino al terzo trimestre del 1977. Anche gli ultimi due cicli sono molto brevi (11 trimestri ciascuno) ed i rispettivi punti di svolta si collocano nel 1979.4 e nel 1980.4. I risultati ottenuti mettono quindi in evidenza un progressivo accorciamento della durata delle fasi cicliche che è parzialmente smentito solo dall'ultimo ciclo in cui invece la fase recessiva inizia nel 1980 e persiste fino alla fine del 1982, quando si manifestano i primi segnali di inversione della tendenza negativa (cfr. tav. 1).

La delimitazione temporale delle fasi di espansione e di recessione dei cicli di sviluppo richiede, come si è visto, la valutazione del trend e la sua separazione, per differenza o per rapporto, dalla componente ciclica.

Tale separazione può essere effettuata ipotizzando la forma funzionale dell'andamento di lungo periodo e definendo, corrispondentemente ad ogni ipotesi di trend

Tav. 1 - Fasi cicliche in Italia: metodo dei saggi di variazione

MINIMO	MASSIMO	MINIMO	DURATA	
			TRIMESTRI	ANNI
	<u>60.1</u>	64.2	-	-
64.2	<u>69.2</u>	72.3	33	8,25
72.3	73.3	74.4	9	2,25
74.4	75.4	77.3	11	2,75
77.3	79.4	80.2	11	2,75
80.2	80.4	82.3	9	2,25
82.3	<u>82.4</u>		-	-

l'espressione algebrica che, partendo dalla serie considerata, consenta la valutazione della componente ciclica. In particolare, se l'andamento di lungo periodo può essere espresso da una funzione quadratica del tempo (si vedrà in seguito che questa è effettivamente una valida funzione interpolante) e da una componente stocastica additiva (relazione 4.4), è possibile ottenere algebricamente la componente ciclica; risulta infatti:

$$dY_t = b + c + 2ct + e_t$$

$$d^2Y_t = 2c + v_t$$

$$d^3Y_t = w_t$$

calcolando le differenze prime successivamente per tre volte si depura pertanto la serie dal trend e si mette in evidenza l'evoluzione ciclica; si noti però che la componente stocastica "w" nella serie così definita risulta:

$$w_t = d^3u_t = u_t - 3u_{t-1} + 3u_{t-2} - u_{t-3}$$

cioè, il calcolo delle differenze prime elimina il trend, ma produce un'autocorrelazione nella componente residua della serie esprime la componente ciclica e

può quindi dar luogo ad un autonomo movimento oscillatorio che impedisce una precisa localizzazione dei punti di svolta e rende meno precisa la periodizzazione storica.

Una diversa soluzione si ottiene stimando i parametri delle forme funzionali ipotizzate, scegliendo quella che esprime meglio l'andamento di lungo periodo; in tal caso è infatti possibile calcolare concretamente la componente ciclica della serie ed analizzare direttamente l'evoluzione storica. Questa soluzione appare preferibile alla prima innanzitutto per la possibilità di verificare la verosimiglianza della forma funzionale utilizzata e, in secondo luogo, perchè evita i problemi di autocorrelazione derivanti dalla procedura di calcolo delle differenze prime.

Le interpolazioni sono state effettuate per quattro forme funzionali al fine di scegliere, fra quelle a priori possibili, la più verosimile; le relazioni stimate sono le seguenti:

$$(4.1) \quad Y_t = a + bt + u_t \quad (\text{trend lineare})$$

$$(4.2) \quad Y_t = a t^b u_t \quad (\text{trend esponenziale})$$

$$(4.3) \quad Y_t = \frac{c}{1 + e^{-(a+bt)}} \quad (\text{trend logistico})$$

$$(4.4) \quad Y_t = a + bt + ct^2 + u_t \quad (\text{trend quadratico})$$

I risultati ottenuti (cfr. tav. 2) mettono in evidenza il buon adattamento della relazione [4.4] e, per contro, l'inadeguatezza delle funzioni interpolanti caratterizzate da un asintoto superiore (la logistica e l'esponenziale): l'ipotesi dell'esistenza di un tetto dello sviluppo non sembra riflettere l'effettivo andamento della componente di trend nella serie storica considerata; buoni risultati si ottengono invece con la relazione lineare e con quella polinomiale quadratica; il miglior adattamento si riscontra infatti per quest'ultima ipotesi di trend.

Le relazioni stimate consentono, a questo punto, la scelta della funzione esprime l'andamento di lungo periodo ed il calcolo, per differenza dalla serie originale, della componente ciclica; è quindi possibile analizzarne lo specifico an

Tav. 2 - Coefficienti stimati delle relazioni esprimenti la componente di trend nella serie storica dei valori trimestrali del P.I.L. a prezzi costanti.

IPOTESI sul TREND		R <sup>2</sup>
PIL <sub>t</sub>	= 8.840.800 + 148.110 t	0,98
log PIL <sub>t</sub>	= - 694.080 + 4.567.600 log t	0,87
PIL <sub>t</sub>	= 8.280.500 + 181.760 t - 354,30 t <sup>2</sup>	0,99
PIL <sub>t</sub>	= $\frac{25.307.480}{1 + e^{-(0,685317 - 0,025391 t)}}$	0,14

damento nell'intervallo temporale considerato.

Utilizzando il polinomio esprime l'ipotesi di trend quadratico, la serie storica della componente ciclica definita per differenza (cfr. tav. 3 dell'appendice) consente una diretta ed immediata periodizzazione; appare subito evidente, anche da una semplice ispezione grafica la mancanza di coincidenza fra le fasi cicliche messe in evidenza da questa serie storica e quelle identificate sulla base dei saggi di variazione (cfr. graff. 2 e 3 dell'appendice). Rilevanti differenze si riscontrano soprattutto per il periodo più recente; infatti, il punto di svolta del primo ciclo degli anni settanta è spostato in avanti di circa due trimestri (cfr. tav. 1 e 3) e quello del secondo ciclo presenta addirittura una differenza

Tav. 3 - Fasi cicliche in Italia: metodo dei cicli di sviluppo

MINIMO	MASSIMO	MINIMO	DURATA	
			TRIMESTRI	ANNI
	<u>60.1</u>	65.4	-	-
65.4	69.2	72.3	27	6,75
72.3	74.1	75.2	11	2,75
75.2	76.4	77.4	10	2,50
77.4	80.1	<u>82.4</u>	<u>20</u>	<u>5,00</u>

di un anno. Inoltre, la serie dei saggi di variazione, anche trascurando le inversioni di tendenza che non persistono per più di sei mesi, dà luogo a cicli più frequenti e ravvicinati; le differenze riscontrate non sono quindi limitate ad anticipazioni o ritardi dei punti di svolta, ma concernono addirittura l'individuazione

di nuovi e diversi cicli. In entrambi i casi si verifica comunque un progressivo accorciamento della durata delle fasi cicliche; perlomeno fino all'inizio degli anni ottanta quando si avvia una lunga recessione, forse non ancora conclusa alla fine del 1982.

La periodizzazione storica così definita si discosta da quelle proposte dall'ISCO (le cui fasi sono più simili a quelle definite nella tav. 1), ed è invece quasi coincidente, per la parte comune, con la cronologia ciclica definita da Klein e Moore (1979) sulla base di molteplici indicatori congiunturali. Utilizzando opportune tecniche di analisi statistica, il PIL appare quindi in concreto un valido indicatore dell'evoluzione ciclica; in particolare, con riferimento al concetto di cicli di sviluppo, l'analisi del PIL è sufficiente a far scoprire gli stessi cicli identificati da altri Autori utilizzando diverse serie storiche. Nella periodizzazione proposta da Klein e Moore, il primo ciclo degli anni sessanta si conclude infatti nel marzo 1965, quando si avvia una fase espansiva il cui punto di svolta è localizzato nel febbraio del 1970; il nuovo minimo è raggiunto nel settembre 1972, punto di partenza del nuovo ciclo; le fasi successive, fino alla fine del 1977, registrano due inversioni di tendenza, rispettivamente nell'aprile 1974 e nel dicembre 1976 che coincidono con quelle identificate in questa nota attraverso l'analisi della sola componente ciclica del PIL.

Il periodo successivo al 1977 (non analizzato da Klein e Moore), è caratterizzato da una fase di espansione culminante nel 1980.1 (punto di svolta) e da una lunga fase recessiva che persiste fino alla fine del periodo qui analizzato (cfr. tav. 3 e graf. 3 dell'appendice).

L'intervallo di tempo considerato, pur essendo ancora troppo breve per una valutazione approfondita delle caratteristiche presenti nell'evoluzione ciclica, sembra comunque indicare l'assenza di sostanziali regolarità. La durata delle fasi è generalmente diversa da periodo a periodo e, pur essendo la ripresa generalmente più breve della recessione, non emerge alcuna regolare relazione neppure fra questi aspetti (cfr. tavv. 1 e 3); anche la tendenziale riduzione della durata che sembra manifestarsi, pur con qualche contraddizione, fino a metà degli anni settanta è negata dall'ultima fase ciclica caratterizzata da una ripresa che dura più di due anni (dal 1977.4 al 1980.1) e da un'ancor più lunga fase recessiva (cfr. tav. 3). Sembra invero difficile pensare a fenomeni economici in cui qualche forma di regolarità

tà nell'evoluzione ciclica si manifesti con periodicità ultraventennale ed appare più verosimile l'ipotesi che le fasi cicliche siano costituite da sequenze ricorrenti, ma non periodiche che non possono quindi essere espresse da forme funzionali caratterizzate da precise regolarità e richiedono schemi interpretativi più coerenti con l'evidenza dei fatti.

### Caso e caos

5. - L'osservazione fattuale del disordine ci introduce ad un successivo problema di identificazione: il disordine può essere l'esito dell'operare del caos, cioè di fenomeni che ci sono ignoti e che riassumiamo nel comportamento di variabili casuali, oppure dell'interagire di leggi "ferree" come quelle della meccanica classica, ma che danno luogo, nelle loro espressioni fenomeniche, a dinamiche caotiche: "we define chaos as irregular motion stemming from deterministic equations" (35).

Allora: l'irregolarità riscontrata nel periodo delle fluttuazioni economiche è l'esito di dinamiche stocastiche o piuttosto l'effetto di una precisa legge caotica? Siamo di fronte ad una biforcazione interpretativa.

Infatti, la stessa qualità di moto irregolare può originarsi da un processo puramente (o prevalentemente) stocastico oppure da un modello completamente deterministico in cui sufficienti non-linearità ed particolari valori, dei parametri imprimono alla dinamica traiettorie caotiche.

Michael Kalecki nel 1954 (36), osservando le fluttuazioni del capitalismo, le classificò in una triplice ripartizione: vibrazioni armoniche (o regolari), semi-regolari, irregolari. Dal nostro punto di vista, tuttavia, non è il caso di considerare quelle semi-regolari (37) come un problema a se stante, infatti esse sono solamente il risultato di una forma più sofisticata dei modelli con oscillazioni armoniche in cui si consuma un compromesso fra una parte "nota" deterministica ed un'altra "ignota" stocastica dal ruolo sostanzialmente marginale: il metodo d'analisi è sempre quello della regolarità del ciclo tipico.

L'aspetto per noi rilevante rimane quindi solo quello della irregolarità, con la sua alternativa apparentemente indecifrabile fra caso e caos: "Simple, non linear, first-order, deterministic difference equations may exhibit chaotic, seemingly random fluctuations" (38), o più precisamente: "chaotic regime ... looked noisy, like the sample function of a stochastic process" (39).



Invero, esistono altre possibilità matematiche per riprodurre dinamiche irregolari, ci soffermeremo sulle due fondamentali (40):

- a) la prima alternativa, indicata da Mees: "Clearly, if there are enough parameters and some of them can vary in time, one can model all sorts of unlikely phenomena quite well by linear equations" (41), è una soluzione che ispira, ad esempio, la versione dell'interazione moltiplicatore-acceleratore data da Pasinetti (42);
- b) la seconda alternativa, richiamata invece da Haken: "the superposition of motions with different frequencies could mimic to some extent an irregular behavior and one wants to preclude such a case from representing chaos" (43), è la strada seguita da J.A. Schumpeter in Business cycle (44) ed in parte anche nei modelli con equazioni miste, differenziali ed alle differenze, di Kalecki.

Tuttavia in questo lavoro non ci soffermeremo su tali possibilità, pur dense di interesse teorico, ma distanti dal discorso che proponiamo, perchè la prima soluzione spiega l'irregolarità ricorrendo in modo determinante a componenti esogeno-storiche, e la seconda propone una spiegazione non unica, ma eclettica del ciclo.

Tornando allora al caso ed al caos, la sensazione che percorre attualmente l'analisi di matematici o di studiosi di scienze sociali è che finora troppi effetti caotici siano stati per ignoranza attribuiti al caso, come afferma, ad esempio, Mees: "strange attractors should be very common in nature, and it is hard to avoid the speculation that much of what one usually thinks of as 'noise' could be caused by chaotic behaviour" (45); o come ritroviamo nelle conclusioni di Haken, secondo il quale il caos gioca in natura un ruolo molto rilevante: "Experimentally, period-doubling sequencies, chaos, and intermittency are found in quite different system: fluids, chemical reactions, electronic devices, etc." (46).

Da questo stimolo nasce quindi il nostro specifico problema: la mancanza di periodicità riscontrabile nella realtà economica a quale fattore deve essere attribuita? Si fa forse troppo riferimento a componenti stocastiche per spiegare le irregolarità dinamiche?

Per rispondere a queste domande è necessario possedere un modello di riferimento che consenta di sviluppare alcune semplici ipotesi alternative - da sottoporre a verifica empirica - che permettano di identificare il ciclo attraverso relazioni alle differenze del primo ordine: i) lineari aumentate di un random shock, per considerare l'ipotesi del caso, ii) non-lineari, per considerare quella del caos.

Riteniamo, tuttavia, che sia scorretto pensare al caso ed al caos come a due ipotesi contrapposte e che la recentissima scelta degli economisti di sviluppare modelli caotici assolutamente deterministici derivi dal facile manicheismo delle nuove proposte. I meteorologi (47), invece, trattando della dinamica turbolenta dei fenomeni atmosferici, già da tempo sostengono la grande alterabilità delle traiettorie al semplice intervenire del "volo di una farfalla" che modifichi, sia pur di pochissimo, le condizioni iniziali; evidentemente la dinamica turbolenta non esclude per loro il residuo di variabili casuali.

Caos e caso possono allora cooperare per produrre l'irregolarità: è precisamente su questa ipotesi che intendiamo sviluppare un modello semplice, ma idoneo per la verifica statistica delle ipotesi con riferimento al caso italiano.

Così impostato, il nostro lavoro si è quindi trasformato nella analisi teorica, nella misura e nella verifica, del ruolo dinamico svolto dalle componenti stocastiche e da quelle caotiche come determinanti delle fluttuazioni irregolari.

6. - Fra gli economisti il caso è più noto del caos, per cui prima di introdurre il modello è forse necessario richiamare molto brevemente la forma matematica di quest'ultimo.

Lavorando con dinamiche definite in tempo discreto, non è necessario ricorrere a forme matematiche molto sofisticate per ottenere traiettorie dinamiche complesse.

E' nota, infatti, una equazione alle differenze finite di primo ordine non-lineare - ottenibile come trasformata di una logistica "discreta" - trascritta nella seguente forma canonica:

$$X_{t+1} = A \cdot X_t (1 - X_t) \quad [6.1]$$

la quale possiede una vastissima gamma di comportamenti dinamici, oramai completamente studiati dai matematici (48) ed ampiamente illustrati dagli economisti che l'hanno utilizzata nei loro modelli (49).

Per ogni dettagliato studio analitico e geometrico della funzione [6.1] rinviamo quindi a quei lavori, in questa sede è sufficiente osservare che questa equazione "speciale" alle differenze presenta molti punti di biforcazione nel campo di variazione [0;4] dell'unico parametro di controllo A.

Limitando la nostra attenzione ai semi iniziali della dinamica di  $X$  compresi nell'intervallo  $[0;1]$ , sono state identificate le seguenti "finestre" di  $A$ :

- $0 < A \leq 1$ , la  $X_t$  si muove monotonicamente verso la soluzione stazionaria  $X=0$
- $1 < A \leq 2$ , la  $X_t$  si muove monotonicamente verso la soluzione stazionaria  $X=(A-1)/A$ ;
- $2 < A \leq 3$ , la  $X_t$  converge con andamento oscillatorio smorzato alla soluzione stazionaria  $X=(A-1)/A$ ;
- $3 < A \leq 4$ , la  $X_t$  mostra un complesso di oscillazioni permanenti.

In particolare all'interno dell'intervallo  $[3;4]$ , esiste un punto critico del parametro di controllo  $A$  oltre il quale si produce un fenomeno tutt'affatto diverso.

Per  $A=3,57$ , si può osservare nella [6.1] un infinito numero di punti fissi con differenti periodicità (50) ed un infinito numero di differenti cicli periodici; esiste anche un innumerevole insieme di condizioni iniziali da cui partono traiettorie totalmente aperiodiche, sebbene limitate: da tale soglia ha inizio la regione caotica. L'iterazione della [6.1] porterà ad orbite aperiodiche che non convergono su alcun attrattore, una tipica orbita vagherà in un intervallo finito; il suo comportamento apparirà indistinguibile dal caos totale. Inoltre, semi ravvicinati possono dar luogo, con pochissime iterazioni, a orbite del tutto differenti.

Non è necessario soffermarci in questa sede sulle condizioni che rendono possibile una tale varietà di dinamiche (51). Naturalmente, questa non è l'unica funzione dinamica del tipo  $X_{t+1}=f(X_t)$  con le proprietà del caos, ma è quella che interesserà i paragrafi successivi.

### Il modello

7. - Il modello che intendiamo proporre è di tipo post-keynesiano secondo la tradizione della scuola di Cambridge (G.B.): in esso infatti si dà il massimo rilievo al legame fra il tasso di accumulazione e la dinamica della distribuzione, espressa in termini di quote del reddito prodotto.

Definendo tutte le grandezze in termini reali, la condizione di equilibrio sul mercato dei beni, equazione [7.1], viene integrata dall'ipotesi di un risparmio differenziato a seconda dei tipi di reddito da cui proviene, equazione [7.2]:

$$S_t = I_t = K_{t+1} - K_t \quad 7.1$$

$$S_t = s_L \cdot W_t + s_K \cdot P_t \quad [7.2]$$

ove:

S= risparmio totale

I= investimento

K= stock del capitale

W= montesalari

P= profitti

$s_L, s_K$  = propensioni al risparmio rispettivamente sul monte-salari e sui profitti ( $s_L \neq s_K$ ).

Supponendo un rapporto capitale-prodotto costante,  $b > 0$ , attraverso la sostituzione della [7.2] nella [7.1] e con alcuni semplici passaggi è possibile ottenere il tasso di crescita del reddito,  $Y$ , come funzione lineare della quota dei profitti:

$$y_t = \frac{s_L}{b} - \frac{s_K - s_L}{b} B_t = h(B_t) [7.3]$$

con  $Y_t = (Y_{t+1} - Y_t) / Y_t$  e  $B_t = P_t / Y_t$ .

Dalla [7.3] ponendo  $Y_t = g \cdot V_t$ , dove con  $g$  indichiamo il tasso di sviluppo naturale del reddito, si possono facilmente ottenere à la Kaldor (52) quelle condizioni distributive che consentono una dinamica quasi-stazionaria di Golden-Age:

$$B^* = \frac{g \cdot b - s_L}{s_K - s_L} \quad [7.4]$$

La significatività economica di tale soluzione,  $0 < B^* < 1$ , impone alcuni vincoli fra i parametri delle due differenze che appaiono al numeratore e al denominatore della [7.4]:

$$s_L < g \cdot b < s_K$$

$$s_L > g \cdot b > s_K$$

Evidentemente, poichè non siamo in questo momento interessati alle controversie sull'eutanasia delle classi nel lunghissimo periodo (53), nel nostro modello risultano praticabili, purchè nel rispetto anche del vincolo che impegna gli altri parametri, ambedue le seguenti ipotesi: a) è maggiore la propensione al risparmio dei capitalisti; b) è maggiore la propensione al risparmio dei lavoratori.

Tornando alla [7.3], poichè il tasso di crescita del sistema dipende in ogni periodo dalla quota di reddito realizzata dai capitalisti, si tratta di possedere ora un'ipotesi del suo comportamento dinamico.

In un sistema capitalistico, sulla quota dei profitti (o che è lo stesso, su quella del lavoro) si consuma un conflitto fondamentale, un insieme di azioni e reazioni istituzionali (54), da cui possiamo immaginare sortisca una funzione (mappa) che esprima una dinamica ricorrente di B; tale funzione essendo il frutto di più comportamenti sociali è evidentemente di tipo indeterministico, poichè esprime in sintesi la risultante dei comportamenti degli individui operanti nel sistema economico; comportamenti che, pur essendo sempre influenzati dalla relazione conflittuale di base, danno luogo ad una variabilità stocastica derivante dalle specificità di ciascun conflitto. Nella scienza economica l'impostazione deterministica è ancora prevalente, anche se vengono spesso introdotte variabili casuali "residue", con giustificazioni ad hoc, quale spiegazione di un'evidenza empirica o di generiche imprecisioni o omissioni. In altre scienze il paradigma indeterministico si è invece affermato non come approssimazione al modello deterministico, ma al contrario come condizione del progresso scientifico (basti ricordare, ad esempio, il principio di indeterminazione di Werner Heisenberg, l'interpretazione della funzione d'onda di Schrodinger fornita da Max Born o la fisica dei quanta di Max Planck) ed ha favorito una emarginazione delle scienze sociali (55), seppure non siano mancati stimoli e sollecitazioni ad un'impostazione rigorosamente indeterministica anche in questo ambito; in effetti il reale difetto di determinismo non è certamente una prerogativa della fisica o delle scienze naturali anzi, è ancor più evidente proprio nelle scienze sociali e nell'economia ove l'agire degli individui genera una variabilità che travalica quasi sempre il modello deterministico.

La dinamica ciclica della quota distributiva riflette certamente un modello di comportamento non deterministico, poichè le singole reazioni ai cambiamenti nella distribuzione del reddito daranno luogo ad una variabilità individuale del comportamento degli operatori economici che si aggiunge a quella specificata dall'ipotesi di comportamento deterministico. L'analisi dell'evoluzione di tale quota non può quindi essere condotta senza introdurre una precisa specificazione degli elementi di indeterminismo presenti nella realtà economica il cui ruolo, come vedremo, è tutt'altro

che trascurabile anche per la spiegazione delle fluttuazioni cicliche; la mappa avrà pertanto una parte deterministica, derivante dal tipo di conflitto, ed una parte stocastica, conseguente alla variabilità dei comportamenti in cui i conflitti si estrinsecano; la relazione potrà quindi essere scritta:

$$B_t = f(B_{t-1}) + \varepsilon_t \quad [7.5]$$

ove  $\varepsilon_t$  è una variabile casuale che soddisfa le seguenti condizioni:

$$E(\varepsilon_t) = 0 ; E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2 ; E(\varepsilon_t ; \varepsilon_{t-\tau}) = 0 \quad \forall \tau .$$

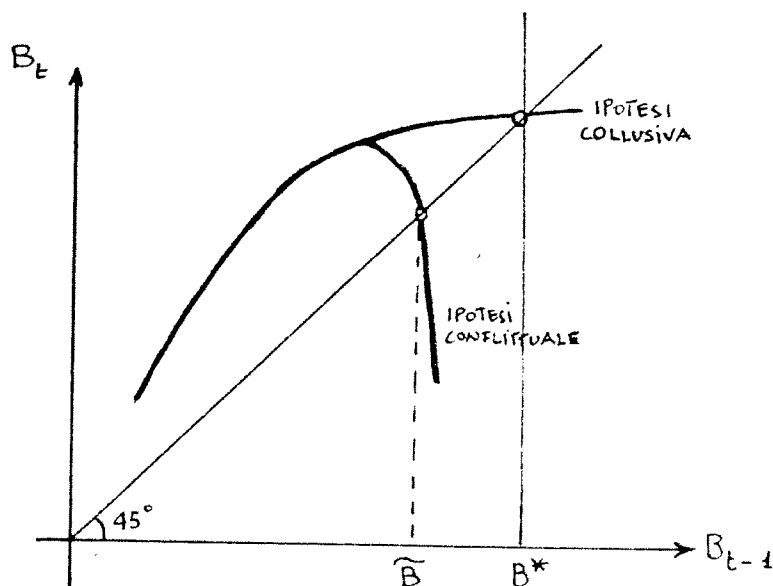
Si tratta allora di formulare delle ipotesi che consentano alcune semplici specificazioni della [7.5], suscettibili di applicazione empirica.

Proporremo quindi due ipotesi:

- a) una dinamica collusiva, in cui i giocatori accettano la regola del gioco indicata dalla compatibilità dinamica della quota di profitti,  $B^*$ , necessaria ad imprimere al sistema una crescita di Golden Age, e collaborano congiuntamente al raggiungimento progressivo di tale condizione;
- b) una dinamica conflittuale, in cui i giocatori non accettano la regola e, comportandosi in un modo simile a quello indicato dalla "barriera inflazionistica" della J. Robinson (56), presentano come attrattore generico una soluzione "interna",  $0 < \tilde{B} < B^*$ , la quale non identificando uno stato di tranquillità del sistema può vedere realizzate dinamiche di ogni tipo, anche assai complesse.

Il graf. 1 rappresenta queste due ipotesi di mappa di  $B_t$ , cerchiamo allora le più semplici forme algebriche che consentano di specificare le due funzioni ivi riportate.

Fig. 1



L'ipotesi collusiva può essere ben esplicitata con l'indicazione di una funzione lineare che descriva una dinamica della quota dei profitti che si avvicini progressivamente alla soluzione stabile di Golden Age (57):

$$B_t = f(B_{t-1}) = (1 - \xi) B_{t-1} + \xi B^* \quad [7.6]$$

L'ipotesi conflittuale, invece, può essere ben approssimata specificando la funzione con una parabola, con concavità negativa e con i valori dei parametri che la mantengano nella porzione di piano per noi significativa (58):

$$B_t = f(B_{t-1}) = \alpha + \beta B_{t-1} - \gamma B_{t-1}^2 \quad [7.7]$$

con  $\beta, \gamma > 0$ .

Abbiamo allora due possibili specificazioni della [7.5]:

$$B_t = \xi B^* + (1 - \xi) B_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$B_t = \alpha + \beta B_{t-1} - \gamma B_{t-1}^2 + \varepsilon_t$$

che, sostituite nella [7.3], spiegano due diverse dinamiche del tasso di crescita: avremo quindi due modelli, l'uno collusivo, l'altro conflittuale.

Passando alla forma ridotta, il modello collusivo può essere ottenuto nel seguente modo:

$$B_t = h^{-1}(y_t)$$

$$B_t = (1 - \xi) B_{t-1} + \xi B^* + \varepsilon_t$$

da cui con opportune sostituzioni e semplici elaborazioni, arriviamo alla legge dinamica del tasso di crescita:

$$y_t = F_1(y_{t-1}, \eta_t) = \xi y + (1 - \xi) y_{t-1} + \eta_t \quad [7.8]$$

con  $\eta_t = \frac{s_K - s_L}{b} \varepsilon_t$ .

Analogamente possiamo ottenere la forma ridotta del modello conflittuale:

$$B_t = h^{-1}(y_t)$$

$$B_t = \alpha + \beta B_{t-1} - \gamma B_{t-1}^2 + \varepsilon_t$$

da cui con semplici passaggi otteniamo la nuova legge dinamica:

$$y_t = F_2(y_{t-1}, \eta_t) = \frac{\alpha(s_K - s_L) + s_L[(1 - \beta)(s_K - s_L) - \gamma s_L]}{b(s_K - s_L)} + \frac{\beta(s_K - s_L) + 2\gamma s_L}{s_K - s_L} y_{t-1} + [7.9] - \frac{\gamma b}{\dots} y_{t-1}^2$$

La [7.8] e la [7.9] sono due equazioni alle differenze finite di primo ordine stocastiche, le cui specificazioni sono apparentemente molto vicine, ma la loro grossa differenza economica consiste nella non-linearità della [7.9] (la quale richiede che  $\gamma \neq 0$ ), ovvero nella presenza di una "gobba" nella funzione iterativa che conferisce alla parte deterministica proprietà dinamiche complesse, movimenti monotoni, ciclici, fino alla possibilità di raggiungere biforcazioni caotiche. La [7.8] invece arriva ad esprimere una ciclicità solamente per effetto della sua componente casuale (se trascuriamo il caso banale in cui  $(1-\xi) < 0$ ), essendo un'equazione lineare.

8. - Prima di passare alla stima econometrica vediamo di riassumere, in forma compatta, i modelli del precedente paragrafo.

Alla equazione da stimare possiamo dare la seguente specificazione:

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-1}^2 + \eta_t \quad [8.1]$$

se  $a_2 \neq 0$  saremo nel nostro modello conflittuale, nel caso contrario in quello collusivo: sarà possibile allora una prima cauta conclusione sul comportamento implicito delle parti sociali.

La diversa specificazione del modello di riferimento permette di raggiungere qualche ulteriore osservazione in termini dei parametri della forma strutturale:

- per il modello collusivo, tornando alla [7.8] possiamo scrivere:

$$a_0 = \xi q \quad \text{e} \quad a_1 = 1 - \xi$$

quindi

$$\xi = 1 - a_1 \quad \text{e} \quad q = a_0 / (1 - a_1)$$

Poichè la stabilità dinamica richiede che (59)  $0 < \xi < 1$ , è possibile tradurla in termini del parametro  $0 < a_1 < 1$ .

- per il modello conflittuale, tornando alla [7.9] possiamo scrivere:

$$a_0 = \frac{\alpha (s_K - s_L)^2 + s_L [(1-\beta)(s_K - s_L) - \gamma s_L]}{b (s_K - s_L)}$$

$$a_1 = \frac{\beta (s_K - s_L) + 2\gamma s_L}{s_K - s_L}$$

$$a_2 = - \frac{\gamma b}{s_K - s_L}$$

i pochi parametri della forma ridotta non consentono più di risalire a quelli della



forma strutturale, tuttavia sono consentite alcune osservazioni in termini di segno:

$$\text{se } s_K > s_L \quad \text{ne segue } a_2 < 0 ; a_1 > 0 ; a_0 \geq 0$$

$$\text{se } s_K < s_L \quad \text{ne segue } a_2 > 0 ; a_1 < 0 ; a_0 \geq 0$$

Il segno di  $a_2$  quindi consente di formulare un'ipotesi sul comportamento circa il risparmio proveniente dai diversi tipi di reddito.

Naturalmente, come è stato già osservato:

$$a_2 = 0 \quad \text{sse} \quad \gamma = 0$$

cioè la funzione mappa  $f(B_{t-1})$  perde la "gobba" e il modello di comportamento torna ad essere lineare, confonde con quello collusivo.

Ricordiamo che l'esito non lineare della stima è tuttavia condizione necessaria, ma non sufficiente per soddisfare le ipotesi del caos, infatti come è stato osservato al paragrafo 6 essa dipende ancora dalle "finestre" in cui si situano i parametri: ma su ciò torneremo dopo aver ottenuto i valori delle statistiche.

La variabile casuale  $\eta$  soddisfa evidentemente tutte le proprietà di una white noise.

### La stima ed i risultati empirici

9. - La stima statistica dei parametri della relazione [8.1] non pone, a priori, so stanziali problemi, poichè si tratta di un'equazione della forma ridotta in cui la componente stocastica  $\eta$  è costituita da una trasformata lineare della  $\varepsilon$  con pesi direttamente proporzionali alla differenza fra le propensioni al risparmio ed inversamente proporzionali al rapporto capitale prodotto; pertanto, se sono soddisfatte le assunzioni di base del modello, la componente stocastica nell'equazione da stima re risulta serialmente indipendente ed omoschedastica e la stima dei parametri  $a_0, a_1, a_2$  si può ottenere col metodo dei minimi quadrati ordinari.

La definizione del campione in cui eseguire la stima è meno agevole, poichè i parametri del modello riflettono, fra l'altro, il comportamento conflittuale delle classi sociali e le propensioni al risparmio dei salariati e dei percettori di profitti: l'ipotesi di stabilità di tali parametri dal 1960 al 1982 appare quindi una assunzione molto forte; è pertanto necessario segmentare opportunamente il periodo e procedere alla stima nell'ambito di sub-intervalli in cui non siano intervenuti mutamenti strutturali. La suddivisione del periodo è stata eseguita tenendo conto dei risultati ottenuti dalla analisi retrospettiva dell'evoluzione ciclica; la cro-

nologia definita nel paragrafo 4 ha infatti messo in evidenza una marcata differenza fra la fase che precede e quella che segue la prima crisi petrolifera; si è quindi assunto l'anno 1974 come limite di demarcazione e si è proceduto separatamente alla stima dei parametri nel periodo 1960.1 - 1974.4 e in quello successivo (fino al 1982.4).

I risultati cui si è pervenuti, utilizzando i dati destagionalizzati e depurati della componente irregolare ottenuti nel paragrafo 4 (cfr. tav. 2 in appendice), mettono effettivamente in evidenza l'esistenza di marcate differenze fra i due periodi, soprattutto per quanto concerne il parametro  $a_2$  che riflette appunto la conflittualità. I coefficienti stimati (cfr. tav. 4) passano da valori negativi nel primo periodo (1960.1-1974.4) a valori positivi nel secondo (1975.1-1982.4), mettendo in evidenza un'inversione della relazione fra propensione al risparmio dei capitalisti e dei lavoratori: mentre nella prima fase è più elevata quella dei capitalisti, nella seconda diviene superiore quella dei lavoratori. Un'ulteriore rilevante differenza fra i risultati ottenuti nei due periodi concerne gli aspetti inferenziali: nel primo periodo l'ipotesi nulla di inesistenza del meccanismo conflittuale è confutata solo ad un livello di probabilità del 95% ( $t=1,7879$  con 55 gradi di libertà), mentre nel secondo periodo tale ipotesi risulta confutata ad un livello di probabilità superiore al 99% ( $t=7,1800$  con 29 gradi di libertà); la "significatività" del coefficiente  $a_2$  dipende principalmente dal parametro  $\gamma$ , pertanto il risultato ottenuto indica che nel secondo periodo, oltre ad essersi modificato il processo di formazione del risparmio, è cambiato anche il comportamento conflittuale che appare decisamente presente in quest'ultimo campione di osservazioni e determina il rifiuto dell'ipotesi lineare delineata nella [7.8]. Si tratta comunque solo di diverse gradazioni, poichè anche nel primo periodo il coefficiente è "significativamente" diverso da zero e, conseguentemente, non risulta mai verificato il modello collusivo specificato nella [7.8] (60). Sarebbe interessante poter integrare questo risultato inferenziale con la misura dei cambiamenti intervenuti nei parametri strutturali e poter valutare separatamente l'effetto dovuto a mutamenti nelle forme del conflitto sociale e quello derivante dal cambiamento delle propensioni al risparmio delle due classi sociali; l'analisi separata di ciascuna determinante non è però possibile a causa della sottoidentificazione del modello che non consente di risalire univocamente dai coefficienti stimati nella forma ridotta [8.1] ai corrispondenti parametri strutturali del modello conflittuale.

Tav. 4 - Coefficienti stimati dell'equazione della forma ridotta 8.1 (sotto a ciascun coefficiente è stato indicato il valore della statistica t).

Periodo	COEFFICIENTI			$\bar{R}^2$	DW	h	n° osserva zioni
	$a_0$	$a_1$	$a_2$				
A) 1960.3-1974.4	0,002035 (1,22)	1,0548 (5,98)	-14,685 (1,79)	0,52	1,23	5,61	58
B) 1975.1-1982.4	0,00201 (1,19)	0,6678 (5,96)	0,34708 (7,18)	0,55	1,06	6,24	32

L'indipendenza seriale dei residui, desunta dalle ipotesi di base del modello, è invece confutata dall'evidenza empirica: l'ipotesi nulla di assenza di autocorrelazione del primo ordine, verificata attraverso il test Durbin-Watson ed il test "h" (61) è infatti confutata, in entrambi i periodi, ad un livello di probabilità superiore al 99% (cfr. tav. 4). Ricordando la definizione della componente stocastica  $\eta$  in termini di parametri strutturali, sembra quindi che qualcuno degli elementi che trasformano la  $\epsilon$  in  $\eta$ : le propensioni al risparmio e/o il rapporto capitale-prodotto, non risultino costanti, ma siano caratterizzati da una loro specifica dinamica ciclica. Infatti, è proprio nello studio delle fluttuazioni che la consueta ipotesi di costanza di quei parametri diviene un'assunzione "eroica", poichè non è pensabile che nè il rapporto capitale-prodotto (62), nè il comportamento verso il risparmio delle classi (63) siano realisticamente insensibili alla diversa caratterizzazione economica delle fasi di espansione e di recessione.

10.- Accettata l'ipotesi della dinamica non lineare del tasso di sviluppo del prodotto, è ora tempo di verificare se tale non-linearità è sufficiente ad introdurre la possibilità di una dinamica caotica.

Senza ricorrere al teorema Li-York (64), seguiremo la più semplice e completa via mettendo le equazioni stimate nella forma canonica espressa dalla [6.1] tramite una trasformazione lineare della variabile,  $f: y \rightarrow X$ . Allora, le conclusioni qualitative che si possono ottenere circa la dinamica della  $X$  potranno essere applicate direttamente al tasso di sviluppo del prodotto,  $y$ .

Vediamo di procedere ordinatamente per le due stime dei diversi periodi che riteniamo di aver individuato.

Iniziamo dal 1960.3-1974.4, proponendo la seguente trasformazione di variabili (65):

$$y = - 0,0099 + 0,0916 X \quad [10.1]$$

che sostituita nella relazione A) della tav. 4 e attraverso semplici calcoli numerici, consente di trascriverla nella seguente forma:

$$X_t = 1,34 X_{t-1} (1 - X_{t-1}) \quad [10.2]$$

Procedendo analogamente per il secondo periodo 1975.1-1982.4, prendiamo questa diversa trasformazione:

$$y = 0,006 - 1,9360 X \quad [10.3]$$

che sostituita nella relazione B) della tav. 4 consente a quest'ultima, attraverso semplici calcoli, di assumere la nuova forma:

$$X_t = 0,68 X_{t-1} (1 - X_{t-1}) \quad [10.4]$$

Le due equazioni [10.2] e [10.4] sono forme canoniche note e possono essere studiate facendo riferimento alle "finestre" dell'unico parametro di controllo che abbiamo dettagliatamente indicato al paragrafo 6. Possiamo quindi considerare verificate le seguenti dinamiche:

- nel periodo 1960-1975:  $1 < 1,34 < 2$ , quindi la X si muove monotonicamente verso il valore 0,25
- nei periodi 1975-1982:  $0 < 0,68 < 1$ , quindi la X si muove monotonicamente verso lo zero

Ora, facendo riferimento alle trasformazioni lineari [10.1] e [10.3] possiamo ottenere rispettivamente le proprietà dinamiche del tasso di sviluppo del prodotto interno lordo, nei due periodi di riferimento (66):

- nel periodo 1960-1975: il tasso di sviluppo del prodotto si muove monotonicamente verso il valore 0,013 (cioè il 1,3% trimestrale)
- nel periodo 1975-1982: il tasso di sviluppo del prodotto si muove (67) monotonicamente verso il valore 0,006 (cioè lo 0,6% trimestrale)

Entrambi i casi, allora, portano alla stessa conclusione, che ci appare quindi generale: a) il modello che possiede le proprietà del caos risulta verificato ed economicamente consistente, poichè è possibile una trasformazione lineare che raggiunge la forma canonica (68); b) i valori dei parametri, però, si tengono lontani dalla

loro biforcazione caotica (69). Ovvero, in forma più compatta: nella nostra osservazione il modello caotico è verificato, ma nel periodo osservato non ha prodotto il caos.

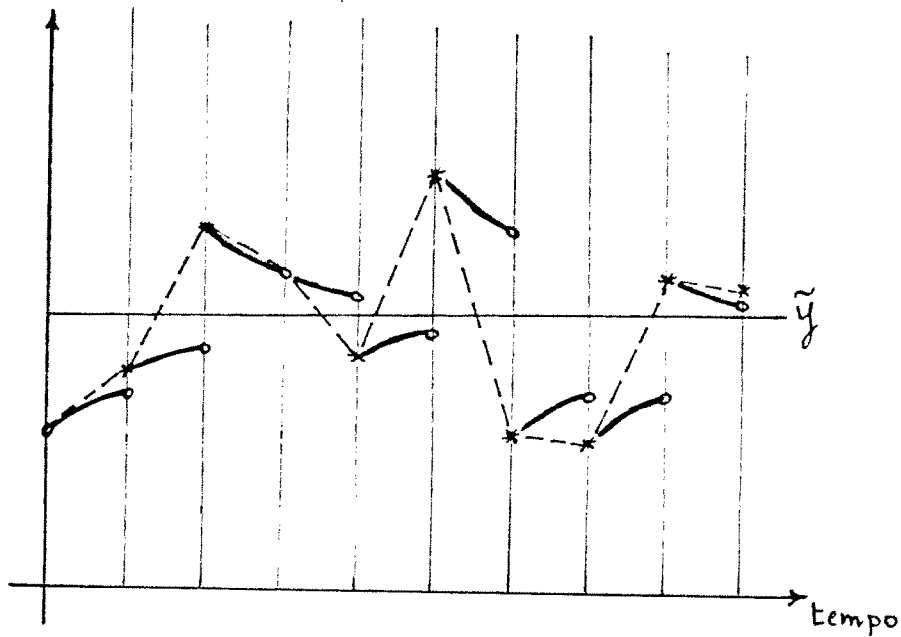
Questo risultato trova una strana corrispondenza con ricerche effettuate in campo biologico in cui, seguendo l'evoluzione (in natura ed in laboratorio) di specie singole, i parametri empirici della "logistica discreta" mantengono le dinamiche di pressochè tutte le popolazioni considerate lontane dalla regione del caos e nella maggior parte dei casi anche dalla regione dei cicli: "By focusing on one general model for the growth of a single-species population with non-overlapping generation and then using this model to estimate appropriate parameter values for real populations, we conclude that some of the types of dynamical behaviour that are possible in theory, in fact, rarely occur in real, single-species populations". (70). Ed i problemi sollevati da questa conclusione vengono così sottolineati da I. Prigogine e I. Stengers: "Questo caos è realizzato in natura? Recenti studi sembrano indicare che i parametri che caratterizzano le popolazioni naturali si tengono lontani dalla regione caotica. Perché succede così? Possiamo trovare una spiegazione per questo specifico fatto?" (71).

Non sappiamo certo quale sia la ragione di questa ulteriore corrispondenza fra dinamiche biologiche e fenomeni economici, al momento ci basta rilevare come queste domande dovrebbero intendersi poste anche all'economista.

Tornando infine, al problema delle fluttuazioni, osserviamo che in entrambi i casi il parametro di controllo non raggiunge neppure la zona ciclica (né smorzata, né permanente) e la stima conduce solamente a traiettorie monotoniche convergenti; gli alti e bassi della serie sono rinviati completamente all'effetto della componente stocastica.

Allora, qual'è la nostra conclusione sulle determinanti caotiche e stocastiche nelle fluttuazioni irregolari? Il caos non ha operato, quindi ogni irregolarità riscontrata è da attribuire al caso, mentre le fluttuazioni sono spiegate dall'azione congiunta di una autocorrelazione monotonica, non-lineare, del primo ordine della variabile e di una componente stocastica dell'importante rilievo dinamico. Nella fig. 2 abbiamo indicato un'ipotetica traiettoria coerente con la nostra ipotesi di cicli irregolari, la traccia in nero indica il movimento deterministico da ogni condizione iniziale, quella discontinua l'effetto complessivo di tutte le componenti; in questa traccia non si nota né alcuna ricorrenza dei punti di svolta, né alcuna esatta perio

fig. 2



dicità. Il grafico riassume, quindi, l'esito della nostra osservazione sulle determinanti delle fluttuazioni cicliche.

### Conclusioni

11. - Partiti dalla convinzione della irregolarità dei movimenti dinamici di un sistema capitalistico, "the stormy history of capitalism" (72), ne abbiamo cercato conferma anche nell'evoluzione del sistema economico italiano; così nella periodizzazione storica da noi proposta delle fasi cicliche dell'economia italiana dal 1960 al 1982, non si è riscontrata alcuna sostanziale regolarità. Ciò ha permesso di osservare ancora una volta dinamiche in sequenze ricorrenti, ma non periodiche.

Per interpretare questa evoluzione del prodotto interno lordo in Italia, abbiamo tentato la stima di una equazione, unica specificazione di due modelli interpretativi (l'uno collusivo fra le classi, l'altro conflittuale) in cui operano congiuntamente variabili casuali e componenti deterministiche che possono generare traiettorie caotiche. I risultati ottenuti hanno consentito alcune considerazioni "pratiche" sul ciclo e sullo sviluppo italiano ed alcune osservazioni "teoriche" sugli schemi interpretativi e sulle determinanti delle fluttuazioni irregolari.

Le stime dei parametri, effettuate distintamente per due sub-intervalli, 1960/75 e 1975/82, hanno messo in evidenza la validità del modello conflittuale, non-lineare, ed hanno fatto emergere una rilevante differenza fra i due periodi considerati. Esse, infatti, pur confutando sempre il modello collusivo, sono sostanzialmente diverse e tali differenze riflettono sia mutamenti intervenuti nelle

forme del conflitto sociale, sia inversioni nei livelli assoluti delle propensioni al risparmio delle due classi, capitalisti e lavoratori. Le cautele con cui tali conclusioni devono essere assunte, sono state indicate di volta in volta nella discussione dei risultati.

Da un punto di vista teorico, comunque, ci interessa rilevare che il modello con non-linearità sufficienti da poter essere riconosciuto caotico risulta verificato, ma l'entità dei parametri ha condotto alla conclusione che nel periodo considerato il caos non si è mai prodotto, quindi le irregolarità riscontrate sono da attribuire al solo operare del caso.

In altre parole, il sistema economico è risultato potenzialmente caotico (verifica statistica del modello e riconducibilità alla forma canonica ) e può quindi dar luogo a fluttuazioni irregolari anche di tipo deterministico, ma nell'esperienza considerata non si sono verificate le condizioni per la loro concreta manifestazione e pertanto le fluttuazioni riscontrate in tale periodo sono state determinate dall'operare delle componenti stocastiche presenti nell'equazione di comportamento.

I nostri risultati si pongono quindi in forma interlocutoria nel dibattito fra caos e caso. Infatti, non possiamo essere in accordo con R.E. Lucas (73) quando sostiene che i movimenti sul trend del prodotto interno lordo possono essere "well described" da equazioni alle differenze finite, lineari, di ordine molto basso (primo ordine), stocastiche (74) perchè la nostra stima non-lineare è quella che è risultata confermata; non possiamo tuttavia nemmeno dar ragione a R.H. Day quando, sempre per descrivere un'ipotetica traiettoria ciclo-trend del prodotto interno lordo (75), afferma "Random shocks play no role" (76), poichè nella nostra verifica le irregolarità risultano spiegate dalla componente stocastica e non da quella deterministica in quanto il parametro di controllo dell'equazione dinamica stimata non raggiunge mai nè la biforcazione caotica, nè quella oscillatoria.

NOTE

- 1) Cfr. E. SLUTSKY (1937).
- 2) In Ibidem, p.105.
- 3) Per una classificazione dei modelli in dipendenza della causa prima determinante il ciclo, la c.d. "prima donna theory", vedi L.A. DOW (1968).
- 4) "Le plupart de ces changements ne se produisent pas régulièrement dans tous les cycles économiques [...] Cependant [...] nous croyons, au contraire, que l'on peut établir une théorie très générale des aspects les plus importants des cycles économiques, qui pourra s'appliquer à un grand nombre de cas sans être, pour cela, vidée de toute substance réelle" (Cfr. HABERLER, 1943, p. 311, citato dall'edizione in france se).
- 5) Per i contenuti della teoria non-lineare del ciclo, vedi per tutti A. MEDIO (1979) e R.M. GOODWIN (1982).
- 6) A.F. BURNS and W.C. MITCHELL (1946), p. 3.
- 7) Cfr. R.E. LUCAS (1981), p. 217.
- 8) Non importa se i punti di svolta siano spiegati attraverso cause endogene o esogene, l'oggetto di studio rimane fondamentalmente il medesimo.
- 9) Per una recentissima analisi critica di tale impostazione, vedi A. VERCELLI (1983).
- 10) Cfr. R.E. LUCAS (1981), p. 217. Tale scelta viene confermata anche nel recente volume di M. PARKIN (1982) presentato come manuale della "nuova macroeconomia": "In fully characterising business cycle it is going to be necessary to talk about the way in which different variables move in relation to each other" (p. 104).
- 11) A. VERCELLI sembra concordare con questa critica quando, opponendosi alla soluzione di Lucas, afferma: "Dovremmo rinunciare a priori a spiegare e prevedere l'ampiezza e la durata dei cicli soltanto perchè sono irregolari?" (1983, p. 150).
- 12) Si vedano i lavori di: M.J. STUTZER (1980); M.T. POHJOLA (1981); R.H. DAY (1982); R.H. DAY (1983); S. SHAFFER (1984); R.A. DANA and P. MALGRANGE (1984); L. MONTRUCCHIO (1984); W.D. DECHERT (1984); e la bibliografia ivi citata.
- 13) Questa impostazione ha consentito di superare molte insoddisfazioni dell'analisi lineare - in particolare la spiegazione endogena della permanenza delle fluttuazioni - ma ha finora fondato buona parte dei suoi contributi sulle proprietà dei cicli-limite, descrivendo così i sistemi industriali come tendenti asintoticamente, inpendentemente dalle condizioni iniziali, ad assumere fluttuazioni assolutamente ripetitive per ampiezza e durata. Questo tipo di ciclo fornirebbe allora una sorta di "orologio economico" del tutto simile a quello astronomico: ma di fronte ad una realtà irregolare sarebbe un pessimo cronometro.
- 14) Cfr. I. PRIGOGINE e I. STENGERS (1981) e I. PRIGOGINE e G. NICOLIS (1982). Vedi anche A. VERCELLI (1983, p. 152): "Si sono fatti, recentemente, molti passi in avanti esattamente in questa direzione: teoria delle catastrofi, termodinamica dei pro-



cessi irreversibili, sinergia, ecc.".

15) Vedi tav. 1 dell'Appendice.

16) Cfr. I. PRIGOGINE e I. STENGERS (1981); pp. 163-164.

17) Cfr. H. HAKEN (1983 b), ma l'edizione originale è del 1981, cap. 2.

18) Ibidem, cap. 11. Questo concetto dinamico del caos in effetti era già noto verso la fine del secolo scorso quando il matematico J.H. POINCARÉ nel 1899 scoprì la possibilità di movimenti caotici nella meccanica celeste. Se si studia infatti un modello di sistema solare nel quale vi siano due soli ma un solo pianeta, quest'ultimo può seguire orbite le più imprevedibili e complicate, come un pallone spinto da urti casuali.

19) Per una simile distinzione vedi I. PRIGOGINE e I. STENGERS (1981), cap. V, quando riferiscono l'oggetto delle scienze nella regione vicina all'equilibrio ed in quella lontana dall'equilibrio.

20) Cfr. R.H. DAY (1983), p. 202; più diffusamente vedi anche R.H. DAY (1982), p. 406: "Evidently, the 'future' behavior of a model solution cannot be anticipated from its patterns in the 'past', a situation that seems to mimic experience".

21) R.H. DAY (1982), p. 406.

22) Circa il contenuto economico della prima definizione, come osserva Pohjola, l'ipotesi del caos può mettere seriamente in crisi i teoremi derivati dalle aspettative razionali: "Finally, chaos has interesting implications for the rational expectations literature. If the economy happens to be in the chaotic regime, even if the economic agents know perfectly how the economy functions, they are unable to predict its behavior, except probabilistically" (Cfr. M.T. POHJOLA, 1981, p. 37); è questo comunque un tema che meriterebbe di essere affrontato.

23) A.I. MEES (1981), p. 58.

24) Così O.E. ROSSLER (1977a; 1978b) include nel caos anche le orbite di lungo periodo, ma sensibilmente dipendenti dalla condizione iniziale; questa scelta sembra assai opportuna anche per l'economia, infatti periodicità secolari sarebbero di scarso interesse economico e solleverebbero non poche perplessità interpretative.

25) Cfr., ad esempio, I. CIPOLLETTA (1968) e G.H. MOORE (1967).

26) I problemi di separazione del trend di lungo periodo dalla componente ciclica saranno analizzati nel prossimo paragrafo attraverso la stima di relazioni esprimenti la tendenza di fondo della serie trend-ciclo ottenuta dall'analisi della serie storica.

28) Tale serie, pur non esprimendo l'andamento globale dell'economia (cfr. in tal senso A. PARENTI, 1974) è un valido indicatore di sintesi ed appare un utile strumento di informazione statistica per le finalità di questo lavoro.

29) Nel caso particolare di trend lineare le differenze prime dei valori della sola componente di trend sono uguali a quelle della serie comprendente anche il ciclo, a meno di una costante definita dall'ordinata all'origine della relazione lineare; in questo caso pertanto le periodizzazioni saranno simili.

- 30) Cfr. ISCO (1974); P.A. KLEIN e G.H. MOORE (1979); G.H. MOORE (1979).
- 31) Per una dettagliata descrizione della procedura cfr. BUREAU OF CENSUS (1967) e S. ZANI (1982).
- 32) Cfr. W.S. CLIVELAND e G.C. TIAO (1979).
- 33) Cfr., in tal senso, M.G. KENDALL (1973).
- 34) L'impiego dell'analisi delle serie storiche per la separazione della componente "trend-ciclo" e la definizione delle corrispondenti fasi cicliche può destare qualche perplessità, poichè l'uso di medie mobili genera autonomamente oscillazioni (note come effetto Slutsky-Yule) che possono essere confuse con quelle della realtà empirica oggetto di indagine. I risultati ottenuti mostrano che lo studio dell'evoluzione ciclica del PIL non può essere effettuato senza una preliminare destagionalizzazione della relativa serie e, giacchè l'effetto "Slutsky-Yule" è comunque presente per effetto della sola destagionalizzazione, consentono di sottolineare ulteriormente l'opportunità di analizzare lo specifico andamento della componente ciclica, poichè la sua separazione, da un lato, non introduce nuovi problemi e, dall'altro, consente una più precisa analisi del fenomeno.
- 35) Fra le tante definizioni, questa di H. HAKEN (1983, p. 333) ci è sembrata la più corretta e concisa.
- 36) Cfr. M. KALECKI (1954), pp. 151-152.
- 37) E' definito movimento ciclico semi-regolare, un movimento "l'ampiezza del quale è determinata dalla grandezza e dall'andamento degli urti [erratici] e dei parametri dell'equazione [deterministica]" (in Ibidem, p. 152).
- 38) Cfr. M.J. STUTZER (1980), p. 355.
- 39) Cfr. M.T. POHJOLA (1981), p. 35; fra i matematici vedi anche R.M. MAY (1976), p. 462: "The term 'chaos' evokes an image of dynamical trajectories which are indistinguishable from some stochastic process".
- 40) Non consideriamo fra queste possibilità la teoria delle catastrofi, poichè mentre essa risolve il problema del rapporto fra dinamiche lente e veloci, nella sua applicazione ortodossa non si adatta al problema delle dinamiche irregolari.
- 41) Cfr. A.I. MEES (1981), p. 22.
- 42) Cfr. L. PASINETTI (1977): "Ciò è davvero sorprendente perchè nessun economista sarebbe preparato a contare molto sulla stabilità nel tempo dei parametri di una funzione degli investimenti, che anzi sono ben noti per la loro sensibilità ai cambiamenti più svariati delle aspettative imprenditoriali" (p. 96); per una impostazione analoga dal punto di vista metodologico ma in cui la variabilità dei parametri è endogenizzata tramite la teoria del controllo ottimale, vedi R. BALDUCCI, G. CANDELA e G. RICCI (1984).
- 43) H. HAKEN (1983a), p. 333.

- 44) Cfr. J.A. SCHUMPETER (1939), vol. I, in particolare il grafico 1 di p. 213; vedi anche R.M. GOODWIN (1946).
- 45) Cfr. A.I. MEES (1981), p. 60.
- 46) Cfr. H. HAKEN (1983a), p. 349.
- 47) Su questo fenomeno detto "butterfly effect", cfr. R.M. MAY (1976) p. 466 ed il lavoro ivi citato di E.N. LORENZ (1963).
- 48) Cfr. E.N. LORENZ (1963); T-Y LI and J.A. YORKE (1975); R.M. MAY (1976); F. HOPPENSTEADT and J. HYMAN (1977); D.R. HOFSTADTER (1982). Per l'analisi di una equazione analoga alla [6.1], ma di secondo ordine, vedi J.R. POUNDER and T.D. ROGERS (1980).
- 49) Cfr. supra, nota 12.
- 50) Un punto  $X^+$  tale per cui  $X^+ = F^k(X^+)$ , dove con  $F^k$  intendiamo la funzione  $F$  iterata  $k$  volte, è detto punto fisso di ordine  $k$ ; per  $k=1$  otteniamo la soluzione di stazionarietà  $X = (A-1)/A$ .
- 51) Tale proprietà è sostanzialmente dovuta: a) al modificarsi della "gobba" della funzione  $F$  al variare del parametro di controllo  $A$  e quindi al suo gradiente calcolato nei punti fissi delle iterazioni; b) all'ipotesi di tempo discreto.
- 52) Cfr. N. KALDOR (1957), riprodotto in G. NARDOZZI e V. VALLI (1971).
- 53) Si veda il dibattito Pasinetti-Samuelson-Meade in L. PASINETTI (1977) e bibliografia ivi citata; si veda anche, per una recente applicazione al problema della teoria del controllo ottimale dinamico, R. BALDUCCI e V. DENICOLA' (1984).
- 54) Come esempi di dinamiche ciclo-sviluppo, cfr. R.M. GOODWIN (1967); R. BALDUCCI e G. CANDELA (1982) e la bibliografia ivi citata.
- 55) Scrive in proposito Italo Scardovi: "... poichè nel nuovo paradigma scienze fisiche e scienze biologiche hanno ritrovato una suggestiva identità di assunti e di linguaggi, in una visione indeterministica e discreta, le scienze sociali sono rimaste in certo modo emarginate, quasi che la nuova filosofia scientifica le escluda ancora, così come sul finire del Rinascimento il dettato galileiano aveva confinato ai margini del sapere tutte le conoscenze non riducibili al linguaggio della misura, al canone dell'esperienza (cfr. I. SCARDOVI, 1981, pag. 160).
- 56) Cfr. J. ROBINSON (1966), pp. 87-88.
- 57) Dallo sviluppo della [7.6] otteniamo:

$$B_t = B_{t-1} - \xi B_{t-1} + \xi B^*$$
$$B_t - B_{t-1} = \xi (B^* - B_{t-1})$$

cioè la [7.6] rappresenta una dinamica di aggiustamento lento della quota dei profitti al valore collusivo di equilibrio dinamico,  $B^*$ . Naturalmente,  $\xi$  indica una velocità di aggiustamento; se  $0 < \xi < 1$  la dinamica è monotona convergente al valore di  $B^*$ .

58) Cioè nel rispetto del seguente vincolo parametrico:

$$\frac{\beta}{2\gamma} < \tilde{B} = \frac{1-\beta \pm \sqrt{(1-\beta)^2 + 4\alpha\gamma}}{2\gamma} < B^*$$

$$\beta < 1 - \beta \pm \sqrt{(1-\beta)^2 + 4\alpha\gamma} < 2\gamma B^*$$

59) Cfr. supra, nota 45

60) La diversa significatività della componente non lineare della relazione nei due periodi non è forse priva di influenze sull'evoluzione ciclica e, in particolare, sulla durata delle fasi che sono infatti caratterizzate, proprio in questo secondo periodo, da una notevole riduzione.

61) Cfr. J. DURBIN (1970).

62) Cfr. R.M. GOODWIN (1955), pp. 210 e seg., in cui dopo aver analizzato le ipotesi di mutamento del rapporto capitale-prodotto per effetto del ciclo e delle innovazioni tecniche, afferma: "In the absence of any information[...] it is simplest to assume that the acceleration coefficient  $v$  remains unchanged, and this I shall do" (p. 212).

63) Cfr. R. BALDUCCI, G. CANDELA, G. RICCI (1984).

64) Cfr. T-Y LI and J.A. YORKE (1975).

65) Tale trasformazione si ottiene cercando i coefficienti della retta  $y = b_0 + b_1 X$  che annullano, nel lato sinistro della A), il termine noto ed eguagliano il coefficiente del termine lineare a quello quadratico. Poichè l'equazione in  $b_0$  è del secondo ordine, può accadere che siano due le trasformazioni che soddisfano al problema, in tal caso abbiamo scelto quella che deriva dal segno negativo del discriminante; il tipo delle nostre conclusioni però non muta effettuando l'opzione opposta.

66) Considerando semi iniziali che soddisfano la condizione iniziale della trasformata  $0 < X < 1$ .

67) Nel caso della [10.3], essendo  $dy/dX < 0$ , il senso del movimento fra le due variabili sarà opposto.

68) Infatti nella trasformazione di cui alla nota 65 non si ottengono mai soluzioni immaginarie.

69) Ciò non esclude che, essendo "vero" il modello, la evoluzione storica dei parametri possa condurre, prima o poi, la dinamica entro la regione caotica.

70) Cfr. H.P. HASSEL, J.H. LAWTON and R.M. MAY (1976), p. 483. Si noti che i soli casi in cui i parametri raggiungono la regione caotica, o almeno quella ciclica, sono dati di laboratorio: "That is, the laboratory situation may make for exaggeratedly non-linear behavior [...] we conclude that high-order limit cycles and chaos appear to be relatively rare phenomena in naturally occurring single-species populations" (p. 483).

71) I. PRIGOGINE e I. STENGERS (1981), p. 179.

- 72) Cfr. R.M. GOODWIN (1955), p. 208.
- 73) Cfr. R.E. LUCAS (1981), ma in particolare R.E. LUCAS (1977) in R.F. LUCAS (1981).
- 74) Per una conferma formale di tale soluzione, vedi M. PARKIN (1982), al cap. 7.
- 75) Cfr. R.H. DAY (1982), ma in particolare alla fig. 1, da confrontare con il nostro graf. 1 dell'appendice.
- 76) In Ibidem, p. 406,

### BIBLIOGRAFIA

- R. BALDUCCI e G. CANDELA (1982), Contrattazione salariale e ciclo economico, Nuova Italia Scientifica, Roma.
- R. BALDUCCI, G. CANDELA, G. RICCI (1982), "Gli effetti dinamici di una conflittualità controllata", in Economia e lavoro, n° 3.
- R. BALDUCCI, G. CANDELA, G. RICCI (1984), A Generalization of R. Goodwin model with Rational Behaviour of Economic Units, in R. GOODWIN, M. KRUGER, A. VERCELLI (eds.), non-linear Models of Economic Growth, Springer-Verlag, Berlino.
- R. BALDUCCI e V. DENICOLA' (1984), "Quando i lavoratori risparmiano: sovraccumulazione del capitale ed eutanasia dei capitalisti", Economia politica, n° 3.
- BENHABIB J. and DAY R.H. (1980), "Erratic Accumulation", Economic Letters, n° 2, pp. 113-17.
- BENHABIB J. and DAY R.H. (1981), "Rational Choice and Erratic Behavior", Review of Economic Studies, Luglio, pp. 549-71.
- BUREAU OF CENSUS (1967), The X-11 Variant of the Census Method II. Seasonal Adjustment Program, Technical paper n° 15, Government printing office, Washington.
- BURNS A.F. and MITCHELL W.C. (1946), Measuring Business Cycles, National Bureau of Economic Research, New York, p. 3.
- CHECCHI D. (1984), "La teoria del ciclo economico: esposizione e confronto con le analisi esistenti sul caso italiano", Giornale degli Economisti e Annali di Economia, anno XLIII, n° 1-2.
- I. CIPOLLETTA (a cura di) (1968), Indicatori di tendenza delle poste della contabilità nazionale a cadenza trimestrale, ISCO, Rassegna dei lavori dell'Istituto, n° 14.
- W.S. CLEVELAND - G.C. TIAO (1979), Decomposition of seasonal time series: a model for the census X-11 program, Journal of the American Statistical Association, n° 1, pp. 107-129.
- DAY R.H. (1982), "Irregular Growth Cycles", American Economic Review, Giugno.
- DAY R.H. (1983), "The Emergence of Chaos from Classical Economic Growth", The Quarterly Journal of Economic, maggio, pp. 201-213.

DANA R.A. et MALGRANGE P. (1984), "The Dynamics of a Discrete version of a Growth Cycle Model, in J.P. ANCOT (ed.), Analysing the Structure of Econometric Models, Martinus Nijhoff Pu., The Hague, Boston,

DECHERT W.D.V. (1984), "Does Optimal Growth Preclude Chaos ? A theorem on Monotonicity", Nationalökonomie, n° 1, pp. 57-61.

DOW L.A. (1968), Business Fluctuation in A Dynamic Economy, Nevill Pu. Co., Ohio.

J. DURBIN (1970), Testing for serial correlation in least squares regression when some of the regressor are lagged dependent variables, Econometrica, pg. 410-421.

GOODWIN R.M. (1946), Innovazioni e irregolarità, in GOODWIN R.M. (1982).

GOODWIN R.M. (1955), "A Model of Ciclical-Growth", in E. Lundberg (ed.), The Business Cycle in the Post-war World, Mcmillan, Londra.

GOODWIN R.M. (1967), "A Growth-Cycle", in C.H. Feinstein (ed.), Socialism, Capitalism and Economic Growth, Cambridge Univ. Press.

✓ GOODWIN R.M. (1982), Saggi di analisi economica dinamica, Nuova Italia Scientifica, Roma.

R. GRANZER (1973), Indicateurs cycliques pour les industries manufacturières, Perspectives économiques de l'OCDE, Etudes spéciales, OCDE, Paris.

R. GUARINI - I. VALENZANO (1975), Valutazione e misura della capacità produttiva e sua utilizzazione nei modelli econometrici, ISTAT, Annali di Statistica, Serie VIII, Vol. XXVIII, Roma.

HABERLER G. (1943), Prosperité et régression, Société des nationy, Genève.

HAKEN H. (1983), Synergetics, Springer-Verlag, Berlino.

HAKEN H. (1983), Sinergetica. Il segreto del successo della natura, Boringhieri, Torino.

HASSEL M.P., LAWTON J.H. and MAY R.M. (1976), "Patterns of Dynamical Behaviour in Single-Species Populations", Journal of Animal Ecology, pp. 471-486.

HOFSTADTER D.R. (1982), "Strani attrattori: schemi matematici collocati fra l'ordine e il caos", Le scienze, Febbraio, n° 162.

HOPPENSTEADT F. and HYMAN J. (1977), "Periodic Solution of a Logistic Difference Equations", SIAM Journal on Applied Mathematics, Gennaio, pp. 73-81.

ISCO (1974), Cicli classici e cicli di sviluppo: nuovi criteri di collocazione dei punti di svolta, Rassegna dei lavori dell'Istituto, Roma, pp. 1, 46.

KALDOR N. (1957), Un modello dello sviluppo economico, in G. NARDOZZI e V. VALLI (1971) a cura di, Teoria dello sviluppo economico, Etas Kompass, Milano.

KELECKI M. (1954), Theory of Economic Dynamics, Unwin, Londra.

KALECKI M. (1957), Teoria della dinamica economica, Boringhieri, Torino.

M.G. KENDALL (1973), Time Series, Griffin, London.

- P.A. KLEIN, G.H. MOORE (1979), Una cronologia dei cicli italiani del dopoguerra, ISCO Rassegna della letteratura sui cicli economici, XXI, pp. 1-30.
- LI T-Y and YORKE J.A. (1975), "Period three Implies Chaos", American Mathematical Monthly, Dicembre, pp. 985-992.
- LORENZ E.N. (1963), "Deterministic Nonperiodic Flow", Journal of Atmos. Sci., 20, pp. 130-141.
- LUCAS R.E. (1977), "Understanding Business Cycles", in LUCAS R.E. (1981).
- LUCAS R.E. (1981), Studies in Business-Cycle Theory, Basil Blackwell, Oxford.
- MAY R.M. (1976), "Simple Mathematical Models with Very Complicated Dynamics", Nature, Giugno, pp. 459-467.
- MEDIO A. (1979), Teoria non lineare del ciclo economico, Il Mulino, Bologna.
- MEES A.I. (1981), Dynamics of Feedback Systems, J. Wiley & Sons, Londra.
- MONTRUCCHIO L. (1984), Optimal Decisions over time and Strange Attractors, rapporto n° 9, Dipartimento di matematica del Politecnico di Torino.
- G.H. MOORE (1967), What is a Recession, The American Statistician, Ottobre.
- G.H. MOORE (1979), Growth Cycles: a New Old Concept, The Morgan Guaranty Survey.
- M. PALAZZI (1982), Intervista ad un economista. P.M. Goodwin, CLUEB, Bologna.
- G. PARENTI (1974), Il prodotto lordo pro-capite: un indicatore in crisi, Scritti in onore di G. Tagliacarne, Istituto di Statistica economica, Roma.
- PARKIN M. (1982), Modern Macro-economics, Prentice-Hall Canada Inc., Scarborough, Ontario.
- L. PASINETTI (1977), Sviluppo economico e distribuzione del reddito, Il Mulino, Bologna.
- POHJOLA M.T. (1981), "Stable, Cyclic and Chaotic Growth: the Dynamics of a Discrete-Time Version of Goodwin's Growth Cycle Model", Nationalökonomie, n° 1-2, pp. 27-38.
- POUNDER J.R. and ROGERS T.D. (1980), "The Geometry of Chaos: Dynamics of A nonlinear Second-Order Difference Equation", Bulletin of Mathematical Biology, vol. 42, pp. 551-597.
- PRIGOGINE I. e STENGERS I. (1981), La nuova alleanza, Einaudi, Torino.
- PRIGOGINE E. e NICOLIS G.V. (1982), Le strutture dissipative. Auto-organizzazione dei sistemi termodinamici in non equilibrio, Sansoni, Firenze.
- ROBINSON J. (1966), Teoria dello sviluppo economico, Edizioni Comunità, Milano.
- ROSSLER O.E. (1977a), "Continuous Chaos", in H. HAKEN (ed.), Synergetics: A workshop, Springer-Verlag, Berlino.
- ROSSLER O.E. (1978b), "Chaos and Strange Attractors in chemical kinetics", in A. PACAULT and C. VIDAL (eds.), Lois de l'équilibre, Springer-Verlag, Berlino.
- SCARDOVI I. (1981), Fondamenti statistici delle scienze sociali: annotazioni storio-grafiche, Statistica, XLI, n° 1, pp. 149-178.
- SCHUMPETER J.A. (1939), Business Cycles, Mc Graw-Hill-Book, Co., London.
- SHAFFER S. (1984), "Chaos, Naivete, and Consistent Conjectures", Economic Letters, n° 14, pp. 156-162.

SLUTSKY E. (1937), The Summation of Random Causes as the Source of cyclic processes, Econometrica, pp. 105-146.

STUTZER M.J. (1980), "Chaotic Dynamicity and Bifurcation in A Macro Model", Journal of Economic Dynamic and Control, n° 2, pp. 353-376.

VERCELLI A. (1983), Anti-Lucas, ovvero: "la nuova economia classica e la rivoluzione keynesiana, in AA.VV. (1983), Keynes, Cassa di Risparmio di Torino, Torino.

ZANI S. (1982), Indicatori statistici della congiuntura, Loescher Editore, Torino.