

Ricottilli, Massimo

Working Paper

La crescita estensiva

Quaderni - Working Paper DSE, No. 64

Provided in Cooperation with:

University of Bologna, Department of Economics

Suggested Citation: Ricottilli, Massimo (1988) : La crescita estensiva, Quaderni - Working Paper DSE, No. 64, Alma Mater Studiorum - Università di Bologna, Dipartimento di Scienze Economiche (DSE), Bologna,
<https://doi.org/10.6092/unibo/amsacta/5346>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/158907>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>

LA CRESCITA ESTENSIVA

Massimo Ricottilli

Dicembre 1988

N. 64

Questo lavoro costituisce il Cap. III del libro "Economia e Politica dello Sviluppo" in preparazione per la Nuova Italia Scientifica.

LA CRESCITA ESTENSIVA

1. Il Problema Storico

Quasi tutte le società e, perciò, le loro strutture economiche hanno conosciuto periodi più o meno lunghi di crescita. La proposizione può, naturalmente, essere capovolta per affermare che quasi tutte le società hanno, parimenti, conosciuto periodi più o meno lunghi di declino. Ciò nonostante è l'evento della crescita, cioè di variazioni positive del prodotto aggregato, che ha subito praticamente in modo esclusivo attenzione teorica e vaglio analitico. Ciò è in parte giustificato perchè nel lungo, anzi lunghissimo periodo, è certamente osservabile un trend positivo sia del prodotto che della popolazione. Eppure attorno a questa tendenza, positiva ma non rapida almeno sino al XIX secolo, si sono verificate oscillazioni che hanno segnato in modo definitivo il corso di interi ordinamenti sociali, stati e civiltà. Il succo della storia sta almeno tanto in queste oscillazioni quanto nella tendenza. Ciò è evidente e, tuttavia, si dispone di diverse teorie dello sviluppo e della crescita ma di poche, forse veramente di nessuna, teorie della decadenza e del declino.

Se si insiste sulla prima parte dell'enunciato; se, quindi, ci si interroga sul fenomeno della crescita, appare subito che essa ha assunto per lunghi periodi le caratteristiche di un movimento estensivo. Essa, cioè, si è espressa come variazione positiva sia del prodotto aggregato che della popolazione, con nessuna variazione o con un lentissimo progredire del rapporto tra i due; e ciò con notevoli oscillazioni cicliche, con l'alternarsi di periodi di relativa prosperità a periodi di penuria e persino di carestia.

La stagnazione o il lentissimo progredire della produttività media è, dunque, la caratteristica principale della crescita che qui viene definita estensiva. Questa definizione implica sostanzialmente la riproduzione per lunghi periodi di tempo dello stesso modo di produzione; la ripetizione e l'applicazione delle stesse tecniche produttive. Il luogo specifico di questo modo di produzione è quello relativo a ciò che è necessario alla sopravvivenza ed al sovrappiù richiesto dall'espansione pura e semplice. Da un punto di vista storico questo luogo è l'agricoltura anche se fenomeni di crescita puramente espansivi si sono verificati e possono in astratto verificarsi in circostanze di industrializzazione già realizzata. In questo contesto strutturale le relazioni di scambio sono poco sviluppate così come poco sviluppata è la divisione del lavoro. Questa proposizione va chiarita perchè non generi malintesi e conclusioni ambigue. Essa va intesa in senso relativo. La tendenza allo scambio come modo per attenuare

l'insufficienza delle risorse disponibili in ogni economia e per sfruttare i vantaggi insiti in forme embrionali di specializzazione si è manifestata in tempi storici assai remoti. Tuttavia, il peso del settore mercantile ed, ancora di più, i suoi effetti sulla struttura produttiva dominante sono rimasti circoscritti ad ambiti assai limitati anche se l'espansione dei commerci ha aperto contraddizioni di crescente intensità nell'ambito di strutture socio-economiche fondate sul controllo e lo sfruttamento della terra. Si consideri, d'altra parte, che sino ad epoche recenti il flusso del commercio di lunga distanza consisteva prevalentemente di merci di lusso destinate al consumo delle elites dominanti e solo marginalmente toccava la struttura produttiva.

La crescita intensiva è caratterizzata, invece, dal sistematico sviluppo della produttività del lavoro. Il cambiamento, il miglioramento dei metodi produttivi, divengono in questo caso un vero e proprio motore della crescita. I metodi di produzione sono soggetti a frequenti trasformazioni e con essi l'organizzazione del lavoro e, perciò, i rapporti sociali. Questo enunciato della crescita intensiva è una semplice descrizione di quanto storicamente avvenuto in momenti circoscritti; certamente di quanto è avvenuto per effetto della rivoluzione industriale. Ciò che si è verificato ad iniziare dalla fine del secolo XVIII non è, tuttavia, l'unico episodio di sistematica crescita della produttività e di cambiamento strutturale. In effetti, la stessa datazione del periodo di intensa industrializzazione ed il concetto stesso di rivoluzione industriale come evento improvviso, seppure preparato da condizioni a lungo latenti, hanno ricevuto critiche convincenti⁽¹⁾. Il processo di crescita della produttività e del reddito era in atto, secondo recenti ricerche, da almeno un secolo prima della data ufficiale della rivoluzione industriale.⁽²⁾ Altre strutture e società, in epoche diverse, hanno sperimentato periodi di crescita intensiva mentre altre possedevano certamente le condizioni per farlo. Tra queste ultime, il caso dell'Impero Romano con le sue realizzazioni tecniche, la sua complessa struttura amministrativa, i flussi commerciali tra lontane province ed il centro, dunque mercati assai articolati e circolazione monetaria, è sicuramente degno di nota. Il suo mancato "decollo" verso forme di crescita intensiva rimane parzialmente un enigma. Tra le prime, i periodi del Califfato Abasside, quello Sung in Cina e Tokugawa in Giappone sembrano essersi distinti per la presenza di intensi processi di crescita della produttività, per innovazioni nella produzione di manufatti e nelle tecniche agricole, per la loro rapida diffusione.⁽³⁾ La dinastia Sung (X-XIII sec. d.C.) in particolare, ha costituito un esempio di crescita intensiva non uguagliato in Occidente se non nelle fasi più avanzate della prima rivoluzione industriale. Il progresso tecnico e lo sfruttamento in senso innovativo di invenzioni precedenti permisero uno sviluppo rapido dell'industria metallurgica, di quella tessile, del sistema dei trasporti su strada e fluviali.⁽⁴⁾ Il necessario

insorgere di una classe sociale legata agli scambi e alla manifattura modificò drasticamente i tradizionali rapporti fondati sulla potestà sulla terra creando relazioni assai simili al rapporto capitalistico di produzione ed un mercato nazionale. D'altra parte, fenomeni di crescita intensiva interessarono, con intensità variabile, l'Italia centro-settentrionale per tutto il basso medio-evo. Lo sviluppo delle città nei secoli XII e XIII, l'espansione della mercatura e della produzione organizzata su scala quasi, se non interamente, industriale sono fenomeni che indicano un profondo cambiamento strutturale. Sin dal secolo XIII, secondo alcune interessanti ricerche storiche, si instaurò in alcune città italiane un vero e proprio sistema di fabbrica, cinque o sei secoli prima che questo metodo di organizzazione del lavoro divenisse il sistema portante della rivoluzione industriale della Gran Bretagna degli inizi del secolo XIX.⁽⁵⁾

In ognuno di questi casi, ad un periodo più o meno lungo di crescita intensiva e di profondi cambiamenti nella struttura economica e sociale, nei rapporti di produzione, seguì sempre un periodo di grande decadenza. Essi furono, perciò, eventi illuminanti ma circoscritti nel tempo e nello spazio. In realtà, la maggior parte delle società non industriali in cui l'agricoltura è la base essenziale del prodotto aggregato ed in cui il potere ha come fondamento il controllo e la potestà sulla terra, ha conosciuto un modo di crescita prevalentemente espansivo, interrotto da progressi discontinui e distanziati nel tempo. In questa struttura, per lungo tempo imm modificata, il moto, e l'impiego del sovrappiù che lo sostiene, è dato essenzialmente dalla pressione demografica. L'espansione non avviene solo negli aggregati produttivi e nella popolazione ma anche in senso geografico. La risorsa materiale essenziale è, in questo caso, la terra la cui coltivazione viene estesa per consentire l'aumento di produzione necessario a sostenere l'incremento demografico. Questo processo, tuttavia, presenta delle difficoltà che presto o tardi finiscono per aprire gravi contraddizioni nella struttura sociale e nelle gerarchie del potere politico. Esse sono connesse con l'inevitabile instaurarsi di rendimenti decrescenti mano a mano che la coltivazione si estende su terreni meno fertili.

In un contesto europeo, la storia economica ha studiato in modo esauriente questo processo di espansione. Nonostante la scarsità di fonti scritte, ma con l'ausilio di ritrovamenti archeologici, dell'analisi geologica e stratigrafica dei terreni, è stato possibile ricostruire il movimento espansivo a partire almeno dall'età carolingia. E' stato documentato, infatti, un graduale spostamento del margine di coltivazione che ha inesorabilmente disboscato, risanato terreni paludosi, coltivato pendii montagnosi estendendosi progressivamente verso Est.⁽⁶⁾ Questo processo di popolamento e di trasformazione del paesaggio agrario del continente europeo ha avuto, tuttavia, fine nel secolo XIV. E' opinione diffusa tra gli storici che il sovrappopolamento

relativo fu causa di una crisi che ne il lento progredire verso Est ne l'incapacità delle crociate di rendere possibile l'espansione in terre medio-orientali riuscirono a mitigare. Terreni sempre più aridi furono messi a coltura mentre aumentò lo sfruttamento di quelli inframarginali con l'eliminazione dei periodi di sovescio. Le unità di coltivazione divennero esigue. In queste condizioni, le stesse riserve di sementi necessarie all'estensione della coltivazione diminuirono arrestando il processo.⁽⁷⁾ Il '300 fu secolo di peste; un evento tragico che mietè vittime in tutta Europa, sino al 30-40% della popolazione delle zone colpite. Tuttavia la pestilenza colpì in una situazione in cui il declino della popolazione e l'abbandono dei terreni marginali erano già processi in atto. Specie nelle città, la densità raggiunta per effetto della precedente espansione fu essa stessa fattore che facilitò ed esasperò il contagio. Il declino ebbe fine tra la metà del XV secolo e l'inizio del nuovo per dar luogo a più di un secolo di nuova espansione seguita da un nuovo declino. Entrambi questi periodi furono travagliati da conflitti, da sommovimenti sociali, le guerre contadine e dei 30 anni, da pestilenze. Malgrado questi avvenimenti, il movimento di fondo fu scandito dal ritmo della popolazione e dalle variabili economiche fondamentali ad esso legate: l'andamento del prezzo del grano, del salario reale e delle rendite. Il primo e il secondo con variazioni opposte a seconda della fase: il salario reale diminuiva nei periodi di maggior popolamento per aumentare quando i vuoti creati dal declino demografico creavano condizioni di abbondanza dei raccolti rispetto ai compensi nominali. Per ciò che riguarda le rendite, l'esame dei documenti inventariali dei grandi possedimenti signorili, di grandi abbazie e di domini reali mostra che esse tendevano a diminuire nei periodi in cui la pressione demografica era maggiore.

L'analisi storica sembra, dunque, documentare che a lunghi periodi di relativa espansione demografica, circa due secoli, seguivano periodi di declino di durata comparabile sino a quella che gli storici hanno battezzato la rivoluzione vitalistica del XVIII secolo. Prima, le fasi ascendenti venivano concluse da periodi di drammatica penuria, così come le fasi discendenti dalla ripresa di processi espansivi in grado di durare per lunghi periodi malgrado eventi catastrofici come guerre e pestilenze. Solo verso la metà del '700 sembra spezzarsi il rapporto che condiziona la dinamica della popolazione alla disponibilità di mezzi di sostentamento. In Europa e nelle società generate dall'Europa per effetto della colonizzazione, le neo-Europa come alcuni storici le hanno chiamate, il processo di crescita della produttività divenne un evento sistematico e continuo, non più legato ad episodi di miglioramento tecnico sporadici seguentesi ad intervalli lunghi e tra loro non legati da un rapporto causale evidente. Ad un'epoca di rendimenti nel lungo periodo decrescenti si sostituì un'epoca di rendimenti crescenti.

Questo rapido "ecursus" storico fornisce delle indicazioni su alcuni aspetti fondamentali

del processo espansivo. Innanzi tutto, la popolazione, date alcune circostanze normali o di lungo periodo riguardanti il regime di alimentazione, lo stato delle conoscenze mediche e le norme igienico-sanitarie, cresce secondo modi regolati dalla cultura e dalla struttura demografica. La disponibilità di mezzi di sostentamento, il prodotto aggregato principale di società pre-industriali, è il presupposto essenziale della crescita della popolazione ma non costituisce un fattore che in circostanze normali interferisce con essa. Il terreno coltivato, la risorsa naturale principale, viene esteso progressivamente sotto l'impulso demografico. Questo è un principio dinamico fondamentale che spiega il movimento naturale delle popolazioni, eventualmente organizzato in forma di aggressione militare. In questo contesto i modi in cui viene distribuito il prodotto aggregato sono la conseguenza dei rapporti tra classi sociali e della loro complessa organizzazione. L'espansione della popolazione e l'esigenza di sostenerne il ritmo attraverso il consumo necessario e l'accantonamento di capitale da investire per l'incremento della coltivazione costituiscono i presupposti di conflitti sociali che sul piano storico sono stati assai aspri. Dal processo di distribuzione, tuttavia, dipende l'effettiva capacità di espansione del sistema.

Nonostante le possibilità di adattamento alla crescita demografica date dalla redistribuzione del prodotto sociale, il processo espansivo ha luogo con rendimenti decrescenti. Ciò è la conseguenza dell'estensione delle coltivazioni su terreni meno fertili. Il ritmo espansivo può essere mantenuto ma, come è testimoniato dal frazionamento delle unità di coltivazione e dalla riduzione degli appezzamenti per famiglia contadina in epoca di rapida crescita demografica, al prezzo del formarsi di sovraffollamento, di ciò che con termine moderno è definito eccesso di forza di lavoro.

L'ipotesi dell'esistenza di eccesso di forza di lavoro, o di offerta di lavoro molto elastica, ha svolto un ruolo di tutto rilievo nella teoria dello sviluppo economico. Postulare l'esistenza di questo "fatto stilizzato", infatti, significa descrivere un'economia in cui il processo di produzione principale, tipicamente in agricoltura, si svolge in condizioni non efficienti data la tecnica ma che dispone, però, di una cruciale risorsa per avviare una fase di crescita industriale.⁽⁸⁾ Mentre gli aspetti analitici di tale teoria saranno sviluppati più oltre, conviene osservare fin d'ora che l'esistenza di eccesso di forza di lavoro costituisce sia la ragione di una produttività bassa e calante sia il potenziale, la disponibilità di lavoro, su cui costruire un processo di sviluppo. Il concetto fondamentale è che, potendosi produrre una stessa quantità di prodotto netto con una quantità di forza di lavoro minore, in alcuni casi molto minore di quanto non sia in realtà utilizzata, l'eccesso può essere efficacemente impiegato per dare avvio ad un processo di

industrializzazione. La stessa quantità di prodotto netto può sostenere il consumo necessario di una popolazione attiva non più esclusivamente occupata nel settore a bassa produttività.

L'esistenza di eccesso di forza di lavoro permette, dunque, che la produzione di mezzi di sussistenza non diminuisca quando una parte di essa venga attratta in settori moderni o industriali. L'ipotesi è, perciò, assai rilevante per ciò che riguarda l'effettivo potenziale di sviluppo di un'economia ancora soggetta a crescita estensiva ed a rendimenti decrescenti.

Solo quando il processo di espansione con rendimenti decrescenti giunge a livelli critici la dinamica della popolazione viene ad interferire drammaticamente con la crescita del prodotto sociale, con la disponibilità dei mezzi di sostentamento necessari. Questo è un momento di crisi acuta per la società e le economie descritte. La penuria, la scarsità di mezzi di sostentamento costringono alla posticipazione dell'età matrimoniale o ad un decremento della nuzialità. La conseguenza è una diminuzione del tasso di natalità, mentre il peggioramento dell'alimentazione e il sovraffollamento provocano un incremento del tasso di mortalità. Questo è, in effetti, lo stadio finale del processo espansivo, uno stadio a cui le strutture economiche da esso caratterizzato fatalmente pervengono; esso è l'ineluttabile conseguenza dei rendimenti decrescenti. Gli incrementi di produttività che si verificano in modo discontinuo ed episodico ritardano, al limite per lunghi periodi, il momento della crisi ma non possono evitarlo. Ciò non significa che ogni struttura economica debba necessariamente passare per il dramma di una dinamica malthusiana in cui la forza della crescita demografica contrasta, ed al limite esaurisce, quella del prodotto per addetto. L'intensificarsi dei conflitti e delle contraddizioni generate dalla stessa crescita espansiva possono condurre una struttura economica verso il salto qualitativo della crescita intensiva. Questa, comunque, è l'unica via di uscita dalle strettoie della produttività stagnante e dei rendimenti decrescenti: un salto qualitativo che alcune società hanno compiuto, non solo quella occidentale ed europea, che poche sono riuscite a sostenere e che la grande maggioranza non ha ancora compiuto. Oggi, per la prima volta nella storia, esistono le condizioni perchè quest'ultima compia la trasformazione strutturale necessaria perchè si instauri un processo di crescita intensiva su scala globale. Questa è una concreta possibilità. Ciò non deve indurre alla conclusione, tuttavia, che processi di crescita sostenuti anche per lunghi periodi siano irreversibili e perciò il risultato di un ineluttabile automatismo. Essi aprono nuovi conflitti, la stessa disparità nel livello di reddito tra luoghi sviluppati e non, lo straordinario squilibrio nell'utilizzo delle risorse naturali ne sono evidenza patente.

2. Un modello di crescita di una economia di pura espansione.

Nei paragrafi precedenti sono stati esposti i caratteri storicamente essenziali di una economia pre-industriale e poco sviluppata mentre nel capitolo precedente era stata data una definizione dalla quale risulta che la sua caratteristica principale è l'assenza di mezzi di produzione se si fa eccezione, naturalmente, per quelli più immediati. Una economia con le caratteristiche appena descritte è un'economia in cui l'impiego del sovrappiù per scopi produttivi conduce alla semplice espansione della scala di produzione. Essa è necessaria ed in stretta relazione con la dinamica della popolazione. Questa è, in effetti e nelle circostanze indicate, l'unica e normale ragione dell'accrescimento, per altro puramente quantitativo. Ciò non esclude trasformazioni qualitative e strutturali ma esse scaturiscono dai conflitti e dalle contraddizioni insite nel modo di produzione storicamente specifico. Se si fa astrazione da questi mutamenti per cogliere l'aspetto ordinario e normale del funzionamento, la ripetizione degli stessi modi e l'applicazione delle stesse tecniche è ciò che normalmente avviene. In un mondo siffatto, in cui la storia è costretta ad una relazione stretta tra crescita della produzione agricola e crescita della popolazione, l'estensione della scala produttiva non può, tuttavia, essere una replica esatta delle condizioni produttive precedenti. I problemi sorgono per effetto della disponibilità di risorse naturali, problemi chiaramente avvertiti dagli economisti classici, da Ricardo, Malthus e Marx.⁽⁹⁾ Se si suppone che in un dato territorio l'insediamento umano abbia avuto inizialmente luogo dove esso è più favorevole per le coltivazioni ogni successiva espansione, seppure in modo discontinuo, avverrà in luoghi meno produttivi. Per Ricardo l'espansione può avvenire solo su terre meno fertili, una proposizione che può essere utilmente presa come una semplificazione del problema generale del più difficile sfruttamento delle risorse naturali. In questo senso, il processo di espansione è soggetto a rendimenti decrescenti. Il destino di una economia che non produce spinte alla modificazione strutturale è, dunque, segnato poichè la quantità di risorse disponibili, la terra, è finito e, nel caso dei rendimenti decrescenti, il sovrappiù è destinato a scomparire. La produttività è non solo inizialmente bassa, ma diminuisce. Il punto finale del processo può allora essere pensato come il momento in cui la dinamica della popolazione, il suo stesso accrescimento, diventa conseguenza diretta della disponibilità di mezzi di sostentamento primario. Da un punto di vista analitico, un'economia di questo tipo può essere descritta in tre fasi diverse ma ineluttabilmente seguenti nel tempo. Nella prima, la crescita della popolazione è indipendente dall'accrescimento della quantità di cibo prodotto; i terreni sono sufficientemente fertili, più in generale, le risorse disponibili sono ancora abbondanti. Il sovrappiù generato dall'economia viene reinvestito per sostenere la crescita autonoma della popolazione. Per effetto

dei rendimenti decrescenti, tuttavia, esso, da un certo punto in poi, non sarà più in grado di svolgere questo ruolo. Ciò inaugura una seconda fase in cui l'espansione demografica viene mantenuta attraverso la creazione di sovrappopolazione relativa, ovvero di un eccesso di forza di lavoro. La terza fase, il dramma malthusiano, è nei termini sopra indicati la fase conclusiva.

Analiticamente, il modello può essere impostato supponendo che il sovrappiù prodotto dall'economia sia ripartito tra una classe che esercita il potere sulla terra ed una classe di coltivatori che è materialmente la classe produttiva. Quest'ultima ripartisce la quota di prodotto risultante dalla distribuzione in una parte destinata al consumo corrente ed in un'altra destinata all'accumulazione, ossia all'approntamento dei mezzi necessari all'espansione su nuovi terreni ed in rapporto alla crescita della popolazione. Per semplicità si può supporre che i mezzi di produzione siano omogenei rispetto al prodotto secondo un principio di "produzione di grano a mezzo di grano". Il processo di produzione può essere pensato come un processo in cui i mezzi fisici necessari, per semplicità la semente, assieme ad una quantità di lavoro generano un prodotto netto appropriato dalle due classi sociali. Il consumo dei produttori può allora essere considerato come un elemento stesso del processo. Il consumo per unità di lavoro, o il compenso che ogni lavoratore ottiene nell'ambito dell'organizzazione sociale e produttiva in cui opera effettivamente e storicamente, viene determinato secondo meccanismi sociali specifici di attribuzione ma in modo, e questo è il punto essenziale, che rimanga un sovrappiù investibile tale da garantire l'espansione del prodotto secondo i requisiti della crescita demografica. In questo senso, il consumo dei produttori è parte stessa del processo produttivo.

I terreni da sottoporre a coltivazione iniziale e che costituiscono, dunque, il margine delle terre coltivabili sono liberi e per l'ipotesi di rendimenti continuamente decrescenti i meno produttivi. Il modello ricardiano suggerisce che è grazie alla disparità nella fertilità di ciascuna unità di terreno, da quello teoricamente maggiormente produttivo a quello marginale, ed alla libera disponibilità di questo ultimo che una classe sociale che eserciti imperio sulla terra può appropriarsi di parte del sovrappiù sotto forma di rendita. Nel modello di Ricardo i rapporti sociali sono già capitalistici. Il fittavolo, così come il lavoratore salariato, sono liberi; lo sono nel senso che possono cercare liberamente quella terra che offre le migliori condizioni. Il terreno marginale, liberamente appropriabile e liberamente raggiungibile, non può, dunque, essere gravato da rendita. In società e strutture economiche pre-capitalistiche i rapporti di sudditanza sono infinitamente più complessi: essi coinvolgono direttamente le classi sociali in un intreccio di rapporti personali, spesso ereditari, e tra persone e cose in cui queste sono inestricabilmente connesse alla qualità di quelle. Ciò nonostante è lecito supporre che anche in queste circostanze

storiche i vincoli che sanciscono la potestà del signore sul contadino siano più deboli e, al limite, assenti proprio al margine estremo del luogo del potere, il luogo meno fertile e produttivo. In esso, allora, la ripartizione del prodotto netto è solo tra consumo necessario e fondo investibile. Per ogni dato livello di consumo necessario nel senso enunciato sopra, si determina residualmente il sovrappiù da investire successivamente misurabile con il saggio espresso dal rapporto di questo con quanto investito in termini di mezzi fisici, per semplicità grano, nel processo produttivo. Maggiori difficoltà concettuali si incontrano nell'estendere, in questo contesto, l'uguaglianza, che nel modello di Ricardo discende dalla libertà di movimento e di concorrenza, al saggio di sovrappiù del terreno marginale di tutti i saggi di sovrappiù su qualunque unità produttiva del sistema. Questa caratteristica del modello è di particolare importanza perchè, a parità di compenso per unità di lavoro, di salario reale se in circostanze capitalistiche, permette di determinare senza ambiguità la rendita che può essere appropriata su ciascuna unità. Questa proprietà può essere estesa, con una notevole semplificazione analitica, ad un contesto non capitalistico ma relativamente omogeneo assumendo che l'equilibrio sociale del sistema è mantenuto da un uguale trattamento dei produttori ai quali viene garantito il medesimo consumo necessario ed un uguale saggio di sovrappiù da destinare al sostegno della crescita demografica supposta omogenea su tutto il territorio. In questo modo è possibile costruire una specifica gerarchia della rendita appropriata dai signori della terra tale che essa sia massima sulle terre più fertili e che diminuisca con il diminuire della fertilità. Stabilita perciò la parte di prodotto netto che affluisce ai diretti produttori sul margine di coltivazione, essa risulta residualmente per effetto del differenziale produttivo dovuto ai rendimenti decrescenti.

Un modello di crescita estensiva costruito su questi presupposti non può, tuttavia, essere generale rispetto a tutte le esperienze storiche concrete. Il "modo di produzione asiatico", per esempio, differisce sostanzialmente dal modello presentato a causa dell'esistenza di un forte ed articolato stato centrale. In esso, una classe sociale che si identifica direttamente con lo Stato si appropria di parte del sovrappiù attraverso la tassazione, generalmente commisurata pro-capite o sulla proprietà della terra. Questa è la classe dominante per eccellenza, le famiglie imperiali cinesi e dei Moghul indiani, da cui dipende una vasta ed articolata burocrazia.⁽¹⁰⁾ Il pregio dell'impostazione suggerita, tuttavia, sta nella possibilità di analizzare compiutamente le implicazioni dei rendimenti decrescenti e le conseguenze sulla crescita economica: in ultima analisi, la stagnazione malthusiana.

- La fase della crescita efficiente.

La quantità di lavoro necessaria per produrre una unità di prodotto agricolo può essere pensata come una funzione crescente della quantità prodotta. La quantità di mezzi fisici di produzione rimane, invece, costante. Questo concetto non ha nulla di simile, se non apparentemente nella forma, con la disponibilità di un continuum di tecniche produttive elencate secondo l'intensità relativa di un fattore di produzione. Questo, invece, è propriamente il concetto di funzione neoclassica di produzione. Nel caso in esame la relazione tra quantità di prodotto e quantità di lavoro è spiegata dalla minore disponibilità di risorse fisiche, da terre meno fertili: ogni successiva unità di prodotto agricolo può essere raccolta solo su un terreno che, essendo meno fertile, richiede maggiore sforzo lavorativo. Sia dunque,

$$1) \quad l_g = l_g(G); \quad l_g' > 0; \quad l_g'' > 0; \quad l_g(0) = 0$$

una funzione continua e differenziabile. Le disuguaglianze esprimono il concetto che la quantità di lavoro l_g per unità di prodotto cresce con il crescere della produzione G su terre meno fertili più che proporzionalmente in almeno un intervallo. La quantità di lavoro, L , complessivamente richiesta in ogni momento di tempo t è allora:

$$2) \quad L(t) = \int_0^{G(t)} l_g(z) dz$$

La 2) esprime la quantità di lavoro richiesta dall'economia per produrre la quantità G su terreni la cui fertilità diminuisce continuamente. In linea di principio, cioè, ogni quantità ulteriore di G richiede l'applicazione di maggior lavoro perchè producibile su un terreno meno produttivo. Si può supporre che $L = \Phi(G)$ sia la funzione che risolve la 2 e per cui esiste la funzione inversa:

$$2.1 \quad G = \theta(L) \quad ; \quad \theta'(L) > 0 \quad ; \quad \theta''(L) < 0 \quad ;$$

In questa fase la popolazione cresce in modo autonomo, indipendentemente cioè dal consumo della classe coltivatrice e perciò dalla quantità di cibo disponibile.

$$3) \quad L'(t) = L(o)e^{nt}$$

La 3) formula l'ipotesi che la popolazione L^s cresce in modo esponenziale al saggio n , invariante, ed a partire da una condizione iniziale, $L(0)$, nota. I mezzi fisici di produzione, nel semplice modello in esame la quantità di semente, devono essere disponibili agli inizi del processo produttivo in modo che, da una data quantità, sia ottenibile un volume di produzione secondo una regola tecnicamente definita.

$$4) \quad K(t) = k_g G(t)$$

k_g è perciò la quantità di capitale fisico per unità di prodotto. Se si assume che la società in questione assicuri, almeno in questa fase, la piena utilizzazione della forza di lavoro che si rende disponibile in ogni momento, t , di tempo, le equazioni 1) 2) e 3) sono sufficienti, aggiungendo

$$5) \quad L(t) = L^s(t)$$

per determinare la produzione di equilibrio $G(t)$ e, dalla 4), il capitale fisico che deve rendersi disponibile perchè questa quantità sia effettivamente producibile.

Il punto fondamentale del modello è il modo in cui il prodotto netto, $(1-k_g)G(t)$, si distribuisce fra le classi sociali. Come si è detto, la diversa fertilità di ciascuna terra permette ad una classe sociale il cui titolo è esclusivamente un diritto di sovranità garantito giuridicamente e fattualmente di incunarsi nel processo di distribuzione. Poichè i terreni su cui può estendersi la produzione sono liberi e liberamente appropriabili, sul margine estremo di coltivazione la distribuzione dell'unità di prodotto avviene solo tra prodotto consumabile, in forma di compenso per il lavoro erogato, e il prodotto destinato ad aumentare la quantità fisica di capitale. Sugli altri terreni, la classe dei signori può richiedere di appropriare una quantità di prodotto tale che una volta distribuito il compenso del lavoro, uguale in tutti i casi, resti un sovrappiù in proporzione al capitale fisico investito uniforme per tutte le terre coltivate. In questo modo la terra marginale determina per ogni dato saggio di compenso $w(t)$, il saggio di sovrappiù $r(t)$ applicabile in tutta l'economia per l'ipotesi fatta di uguaglianza:

$$6) \quad r(t) = \frac{1 - k_g}{k_g} - w(t) \frac{l_g(G)}{k_g}$$

Il volume del sovrappiù investibile $r(t)k_g G(t)$ è una quantità che dipende esclusivamente dal consumo necessario, data la tecnica di produzione. La parte assorbita dai "rentiers", la rendita complessiva, è un residuo:

$$7) \quad R(t) = (1 - k_g)G(t) - [w(t)L(t) + r(t)k_g G(t)]$$

che tenendo conto della 2) e della 6) diventa:

$$7.1) \quad R(t) = w(t) \int_0^{G(t)} [1_g(G) - 1_g(z)] dz.$$

Il sistema 1) - 7) si chiude per un dato saggio di compenso. Questo, tuttavia, va determinato aggiungendo l'equazione che esprime la dinamica della produzione, ossia la capacità di espandere la produzione con il sovrappiù che è stato conseguito:

$$8) \quad \frac{dG}{dt} = r(t)G(t)$$

ottenibile dalla 4) tenendo conto che l'intero sovrappiù è reinvestito e perciò

$$9) \quad \frac{dK}{dt} = r(t)k_g G(t)$$

Differenziando le 2), 3) e 5) e tenendo conto della 8) si ottiene l'equazione che garantisce l'equilibrio dinamico del sistema:

$$10) \quad nL(o)e^{nt} = l_g(G)r(t)G(t)$$

La 10) identifica il saggio di sovrappiù $r(t)$ che garantisce l'assorbimento dell'incremento di popolazione permettendo la costituzione di capitale fisico sufficiente ad espandere

adeguatamente il livello di produzione sia pure su terreni meno fertili. La 6) determina, allora, il compenso per unità di lavoro con esso compatibile. Da questo punto di vista esso può essere considerato come il saggio naturale del sistema.⁽¹¹⁾

$$11) \quad w(t) = \frac{1 - k_g}{l_g(G)} - \frac{k_g}{l_g(G)} \cdot r(t)$$

In questa fase l'economia si espande assorbendo tutta la forza di lavoro che si rende disponibile adeguando il saggio di sovrappiù, ed il consumo della popolazione alla pressione demografica. L'andamento nel tempo del saggio di sovrappiù dipende essenzialmente dal modo con cui i rendimenti decrescono per effetto della crescita. Questi a loro volta dipendono dalla diminuzione di produttività che si verifica con l'aumento della produzione su terreni meno fertili relativamente alla crescita, supposta costante, della forza di lavoro. Dalla 11) è

$$12) \quad r(t) = n \frac{L(o)e^{nt}}{l_g(G)G(t)}$$

da cui si ottiene, differenziando rispetto al tempo, la seguente equazione:

$$13) \quad \frac{dr}{dt} = nr(t) - (1 + \mu)r^2(t)$$

dove $\mu \equiv dl_g/dG \cdot G/l_g$ è l'elasticità della funzione $l_g(G)$, che esprime i rendimenti decrescenti, supposto per semplicità costante in tutto l'intervallo di esistenza. L'ipotesi, che non indebolisce la generalità dell'argomento in discussione, permette di risolvere la 12. nella forma di una semplice equazione differenziale di Bernoulli.⁽¹²⁾ E', dunque,

$$14) \quad r(t) = \left\{ \left[r^{-1}(o) - \frac{1 + \mu}{n} \right] e^{-nt} + \frac{1 + \mu}{n} \right\}^{-1}$$

La 14) ha un punto di convergenza, che può essere chiamato il saggio di sovrappiù di equilibrio, per

$$14.1) \quad r^* = \frac{n}{1+\mu}$$

Utilizzando la 14.1 si ottiene l'andamento del consumo pro capite di equilibrio:

$$15) \quad w(t) = \frac{1-k_g}{l_g(G)} - \frac{k_g}{l_g(G)} \cdot r^*$$

mentre per tale saggio r^* la produzione cresce ad un saggio ad esso uguale:

$$15.1 \quad G(t) = \overline{G}(o) e^{\frac{n}{1+\mu}t}$$

L'andamento nel tempo del saggio di sovrappiù dipende essenzialmente dalla condizione iniziale $r(o)$. Se essa fosse uguale alla soluzione di equilibrio r^* l'economia procederebbe su un sentiero di crescita della produzione ad un saggio costante essendo, infatti, $dG/dt \cdot 1/G = r^*$. La derivata rispetto al tempo della 6) fornisce, inoltre, un'espressione generale del comportamento nel tempo del compenso pro capite $w(t)$:

$$16) \quad \frac{dw}{dt} = -w(t)\mu r(t) - \frac{k_g}{l_g(G)} \frac{dr}{dt}$$

Nel caso in cui valga la 14.1 come condizione iniziale essa diviene:

$$\frac{dw}{dt} = -w(t)\mu r^*$$

la cui soluzione è, perciò,

$$16.1) \quad w(t) = w(o) e^{-\frac{\mu}{1+\mu}t}$$

dove $w(o)$ è dato dalla soluzione della 6) per $r(t) = r^*$.

Il compenso pro capite diminuisce, dunque, continuamente nel tempo.

Che l'economia si trovi, per $t=0$, nella situazione per cui $r(0) = r^*$ dipende dalla consistenza della popolazione, $L(0)$, in quel momento. Dalla 10 e dalla 2 infatti, si ottiene una soluzione per $L(0)$ compatibile con r^* . La popolazione, tuttavia, è variabile indipendente per cui è da escludere, a meno di un caso del tutto particolare, che essa abbia la grandezza richiesta. Per una popolazione supposta data al tempo $t=0$, $r(0)$ sarà superiore od inferiore alla soluzione 14.1. Nel primo caso esso diminuirà mentre nel secondo esso invece aumenterà asintoticamente verso r^* . Ciò implica un comportamento diverso del compenso pro capite. Nel caso in cui r aumenta, dalla 11) risulta immediatamente che esso diminuisce continuamente mentre se invece r diminuisce non può essere escluso il caso che per dr/dt in valore assoluto sufficientemente alto, il compenso pro capite possa aumentare. Ciò può avvenire negli stadi iniziali del processo di crescita quando, cioè, per via di una popolazione ancora esigua e terre molto fertili il saggio di sovrappiù sia in eccesso di quanto richiesto dalla crescita della popolazione. In questo caso, il compenso pro capite può aumentare. Da un certo punto in poi, malgrado la diminuzione del saggio di sovrappiù la diminuita fertilità della terra richiederà una diminuzione del compenso pro capite affinché la popolazione continui a crescere al saggio n costante.

Nella fase in esame $w(t)$ si mantiene al di sopra di quello strettamente necessario perchè la popolazione si riproduca ad un saggio esogeno, n , cioè $w(t) > \bar{w}$, ma ineluttabilmente $w(t) \rightarrow \bar{w}$. La fase si conclude quando il sistema raggiunge il tempo $t=t^*$ per cui $w(t) = \bar{w}$. Sostituendo nella 11) quest'ultima uguaglianza e per le 1), 2), 3) e la 10), si determinano le soluzioni per t^* che corrispondono al compenso \bar{w} compatibile strettamente con la riproduzione al saggio n . Oltre t^* il sistema non può più espandersi secondo le relazioni descritte perchè ciò comporterebbe un consumo permanentemente insufficiente a garantire le condizioni di crescita esogena della popolazione. Per contro, se questa venisse garantita, l'economia non potrebbe sviluppare un sovrappiù sufficiente per dotare di capitale produttivo un numero di lavoratori corrispondente alla crescita della forza di lavoro. Essi rimarrebbero inoccupati e perciò privi di sussistenza.

Il modello indica un conflitto tra saggio di sovrappiù e compenso per unità di lavoro. Nell'ipotesi di una società in cui la classe sociale che accumula perchè l'espansione demografica sia possibile al saggio n , cioè secondo i costumi, la morale, la coscienza collettiva, è la classe stessa dei produttori-coltivatori ai quali è destinato il consumo necessario, il conflitto si risolve all'interno dell'organizzazione sociale della vita quotidiana: della famiglia, del clan, del villaggio.⁽¹³⁾ Resta tuttavia il conflitto socialmente rilevante tra percettori di rendita, da una parte, e produttori-coltivatori dall'altra. Il modello (si vedano le equazioni 7) e 7.1)), genera una rendita spiegata dall'uguaglianza del saggio di sovrappiù sulle varie terre e l'espansione del

marginale di coltivazione. Essa è determinata dalla differenza tra il prodotto netto e quanto di questo è assorbito dai consumi necessari e dal sovrappiù da reinvestire per sostenere il processo di crescita. Poichè il compenso, dunque il consumo necessario per unità di lavoro, è uguale ovunque così come è uguale il saggio di sovrappiù in proporzione al capitale investito, la rendita può essere espressa come la differenza tra il fondo dei compensi che sarebbe necessario se tutte le terre fossero tanto fertili quanto quella marginale ed il fondo effettivamente appropriato: ciò è quanto esprime l'equazione 7.1). La variazione della rendita nel caso di $r = r^*$ è, perciò

$$17) \quad \frac{dR}{dt} = \mu r^* w(t)L(t)$$

che è, dunque, sempre positiva.

- La fase dell'eccesso di lavoro.

La conclusione del paragrafo precedente è un punto critico che richiede una trasformazione strutturale del processo di produzione. Sino a quel punto, malgrado i rendimenti decrescenti, l'applicazione della tecnica nota $[k_g, l_g(G)]$ è efficiente nel senso che i coefficienti di produzione indicati sono quelli minimi per unità di prodotto. L'espansione della produzione per effetto della pressione demografica espressa dall'equazione dell'offerta di lavoro ed il suo assorbimento sono governati da questi canoni tecnici. In ogni punto del sentiero di crescita e sino a che il saggio di salario non pervenga a quello minimo \bar{w} perchè la popolazione cresca al saggio costante n la tecnologia, per quanto primitiva, viene utilizzata efficientemente. Quando \bar{w} viene raggiunto, il modo di produzione descritto deve essere abbandonato. Se la società economica che il modello descrive non è stata in grado di sviluppare processi che ne innalzino la produttività, esso deve essere modificato mantenendo inalterata la tecnica e in modo che la popolazione, e dunque la forza di lavoro, trovino un'occupazione produttiva e perciò titolo sociale ed economico all'esistenza.

Il dilemma con cui si è chiuso il paragrafo precedente non è il dramma biologico della sopravvivenza come nel modello ricardiano consueto. L'economia produce ancora sovrappiù ma non può più espandersi in modo che l'intera forza di lavoro disponibile trovi occupazione tecnicamente efficiente nonostante che il salario sia quello minimo per mantenere esogena l'espansione della popolazione. L'esperienza storica e l'osservazione di molti paesi oggi in via di

sviluppo indicano che per periodi anche molto lunghi di tempo la forza di lavoro continua ad essere assorbita attraverso la riorganizzazione dei processi produttivi e, più in generale, degli istituti fondamentali della società civile. Per lunghi periodi le società prevalentemente agrarie dell'Europa medioevale hanno modificato metodi e forme di produzione e perciò le relazioni sociali e politiche perchè la crescita naturale della popolazione fosse sostenibile in modo socialmente e produttivamente accettabile. In molti paesi in via di sviluppo, non ancora coinvolti in rapidi processi di industrializzazione, questo è un processo ancora in atto. Come è già stato osservato nel paragrafo precedente, è da questa osservazione che è nata la teoria dello sviluppo con offerta di lavoro "illimitata": un concetto chiave per giudicare della possibilità di sviluppo e che trova fondamento in un processo di crescita, ancora estensivo, del tipo descritto qui appresso.

Le affermazioni precedenti implicano, da un punto di vista analitico, che almeno per un certo periodo di tempo la popolazione continui a crescere in modo autonomo. La lunghezza del periodo dipende da molti fattori essenzialmente legati alla capacità di ristrutturare i rapporti sociali e politici e quindi alla duttilità della società in senso molto lato. Il periodo è, tuttavia, limitato poichè la forza dei rendimenti decrescenti conduce ineluttabilmente verso l'esaurimento del sovrappiù necessario ad espandere, seppur ad un saggio ridotto, la produzione. Ciò può avvenire solo in terreni la cui fertilità è via via minore e dove, perciò, la produttività del lavoro è inferiore. I luoghi ultimi dell'espansione produttiva, i terreni marginali, sono in ogni momento di tempo, i luoghi meno favoriti anche se, nell'esposizione semplice del modello, occupabili liberamente.

Nel paragrafo precedente è stato osservato come, in accordo con l'impostazione ricardiana, ciò dia luogo all'appropriazione di una quota del sovrappiù da parte di una classe di "rentiers" sterile ed improduttiva. L'assorbimento di forza di lavoro nei luoghi marginali di produzione ad un saggio superiore a quello permesso dal sovrappiù disponibile per l'investimento e secondo regole tecniche efficienti comporterebbe una caduta della produttività superiore a quella dovuta ai soli rendimenti decrescenti. In questo caso, il saggio di sovrappiù che determina in modo univoco il saggio di espansione cadrebbe più di quanto giustificato dall'esaurirsi della fertilità naturale delle risorse disponibili. E', invece, nei luoghi di produzione inframarginali dove, a seconda della posizione, la rendita è cospicua che la forza di lavoro può essere assorbita senza danno per le capacità espansive, già molto esigue, dell'economia.

La proposizione appena enunciata è tutt'altro che innocente giacchè comporta dei conflitti sociali molto acuti ed adattamenti dell'organizzazione della produzione profondi. Da un punto di vista puramente formale ciò può essere esemplificato assumendo che nei luoghi non marginali la

quantità di lavoro assorbita eccede quella necessaria secondo i normali canoni tecnici mentre il saggio di sovrappiù è determinato dalle condizioni di produzione delle terre meno fertili, dato il saggio di consumo necessario w . Il carico di lavoro viene distribuito, perciò, secondo metodi di attribuzione sociale che presumibilmente variano a seconda delle specifiche situazioni storiche in cui si trova ogni dato sistema economico. Le concrete forme strutturali sono decisive ed i procedimenti, in effetti, assai complessi. La famiglia allargata, le relazioni di clan ed i rapporti con la classe dominante giocano un ruolo essenziale nello stabilire i modi in cui si determina la produttività media dell'economia.⁽¹³⁾

In questa fase, il funzionamento dell'economia può essere studiato modificando alcune caratteristiche del modello esaminato nel paragrafo precedente. La tecnica $[l_g(G), k_g]$ resta identica, per cui vale l'equazione 1). I cambiamenti sociali ed organizzativi, a volte cruenti, consentono che la popolazione continui a crescere, secondo le modalità dell'equazione 3), e che viene perciò interamente assorbita, come dall'equazione 5). Questo, tuttavia, avviene secondo criteri che non sono più solamente tecnici, criteri che danno luogo perciò ad un eccesso di forza di lavoro relativamente alle condizioni di produzione tecnicamente efficienti.

$$18) \quad L(t) = \int_0^{G(t)} l_g(z) dz + L'(t)$$

La 18 indica che l'occupazione complessiva si compone di una parte tecnicamente necessaria e di una parte che misura l'eccesso di forza di lavoro $L'(t)$. Poichè la quantità di capitale fisico resta determinata dalla 4), cioè dalla quantità tecnicamente necessaria, la crescita della produzione è una funzione espressa dalla 8), cioè dall'investimento dK/dt . Questo, in equilibrio, deve uguagliare il volume del sovrappiù secondo quanto indicato dalle 8) - 10), invariate rispetto al modello precedente. Il saggio di sovrappiù è, invece, spiegato solo dall'andamento dei rendimenti decrescenti, poichè il consumo necessario è ora fissato al livello minimo compatibile con la crescita esogena della popolazione.

$$19) \quad r(t) = \frac{1 - k_g}{k_g} - \frac{w}{k_g} \frac{1_g(G)}{k_g}$$

La rendita si forma ancora in modo residuale. Essa, tuttavia, non coincide più su ogni terra con la differenza tra la produttività del lavoro sulle terre marginali e quella tecnicamente specifica alla terra in questione poichè la redistribuzione del carico di lavoro comporta una produttività più bassa. La 7.1) deve essere sostituita, allora, dalla

$$20) \quad R(t) = \bar{w} \left[\int_0^{G(t)} [l_g(G) - l_g(z)] dz - L'(t) \right]$$

Tenendo conto della 9) e della 18), l'equilibrio dinamico del sistema è ora reso dalla seguente equazione:

$$21) \quad nL(o)e^{nr} = l_g(G)r(t)G(t) + \frac{dL'}{dr}$$

Le proprietà dinamiche del sistema possono essere, tuttavia, esaminate tenendo conto che dalla 19) si ottiene

$$22) \quad \frac{dr}{dt} = \mu r^2(t) - \frac{1-k_g}{k_g} r(t)\mu$$

la cui soluzione è:

$$23) \quad r(t) = \left[\frac{k_g}{1-k_g} + \left(r^{-1}(o) - \frac{k_g}{1-k_g} \right) e^{\frac{1-k_g}{k_g} \mu t} \right]^{-1}$$

La condizione iniziale $r(o)$ può essere assunta come il saggio di rendimento prevalente al momento in cui avviene la trasformazione strutturale dalla fase precedente a quella attuale. La 23) è una funzione temporale continuamente decrescente, essa tende a zero per $t \rightarrow \infty$. La soluzione 23) permette di ottenere dalla 19) l'andamento temporale di $G(t)$ e, dunque, dalla 18) quello di $L'(t)$.

L'occupazione seppure non efficiente di forza di lavoro eccedente la capacità espansiva dell'economia è possibile attraverso un processo redistributivo che colpisce la rendita.

Dalla 20) è, infatti:

$$24 \quad \frac{dR}{dt} = \left[\left(1 - \frac{L'(t)}{L(t)} \right) r(t) - n \right] L(t) < 0$$

La rendita diminuisce, dunque, con il crescere della fase di lavoro eccedente, dati il compenso $w = \bar{w}$ ed il fattore μ che misura il decrescere del rendimento del lavoro al crescere della produzione. Da ciò segue che l'estinguersi della rendita è il limite funzionale della fase in questione. Nel punto in cui essa è zero infatti, alcuna redistribuzione è più possibile. Sempre dalla 20) ciò accade per t^* tale che:

$$25) \quad L(t^*) = l_g(G^*)G^*(t^*);$$

ossia non appena la forza di lavoro disponibile venga occupata in modo che la produttività del lavoro in media su tutte le terre uguagli quella sulla terra marginale. In questo caso:

$$25.1 \quad L'(t^*) = l_g(G^*)G^*(t^*) - \int_0^{G(t^*)} l_g(z) dz$$

Ulteriore assorbimento di forza lavoro a \bar{w} invariato diviene da questo punto in poi impossibile.

L'economia e la società descritte si avviano inevitabilmente verso la situazione, drammatica, in cui la crescita della popolazione non può più essere autonoma ma è condizionata dalla quantità di prodotto disponibile. La redistribuzione tra fondo di salari e rendita non può essere portata oltre il punto in cui quest'ultima si azzerà. $t = t^*$ è il punto nel tempo in cui l'economia diviene preda del dilemma tra crescita autonoma della popolazione e mantenimento del consumo pro-capite a ciò necessario. La fase in questione, è già stato affermato, può durare per un periodo che dipende essenzialmente dalle condizioni storico-sociali specifiche: il fondamentale problema posto dalla crescita autonoma della popolazione è risolto con la creazione di forza di lavoro eccedente, ossia di sovrappopolazione relativa. La riorganizzazione e perciò i cambiamenti sociali che ciò comporta possono essere visti come l'espediente

attraverso il quale la società permette che la popolazione si espanda senza il condizionamento stretto e necessario della produzione. Da un punto di vista teorico, questa fase è transitoria anche se storicamente la sua durata può coprire un tempo molto lungo.

E' necessario tenere conto che mentre una struttura economica come quella analizzata è limitata da una dinamica puramente espansiva, modificazioni tecniche che aumentano la produttività si verificano seppure in modo assai discontinuo e sporadico. La storia agraria delle società europee prima della rivoluzione industriale documenta in modo esauriente questo fatto. La conseguenza può essere immediatamente dedotta dal modello.

Si considerino le due possibili forme di progresso che modificano i coefficienti di produzione $[k_g, l_g(G)]$. Nella prima fase, le variazioni eventuali di k_g non hanno alcun effetto sul saggio di sovrappiù di equilibrio poichè esso è interamente determinato dal tasso di crescita n della popolazione e dal fattore μ , ossia dall'elasticità con cui è necessario aumentare la quantità di lavoro per far fronte alla diminuita fertilità. Nello stesso senso, rimane invariato il saggio di crescita ed il livello del prodotto $G(t)$ perchè determinati unicamente dalla consistenza della popolazione $L(t)$. Dalla 15) e 16.1) è facile verificare che, essendo $\delta w / \delta k_g < 0$, una diminuzione di k_g comporta un aumento del consumo pro-capite a partire da una qualunque condizione iniziale $w(o)$. Ciò vale indicativamente per la rendita poichè a parità di G e $l_g(G)$ essa è proporzionale al saggio $w(t)$. Considerazioni parzialmente analoghe si applicano al caso di spostamenti di $l_g(G)$, ossia di incrementi di produttività del lavoro, che si manifestino con uguale intensità su qualunque terra. La funzione $l_g(G)$ si sposta, cioè, uniformemente verso il basso lasciando μ inalterato. Mentre r^* resta identico e $w(t)$ cresce, poichè $\delta w / \delta k_g < 0$, il volume di produzione risulta aumentato a partire da una qualunque condizione iniziale $G(o)$. La rendita risulta ancora proporzionale a $w(t)^{(14)}$. Effetti diversi si verificano nel caso il progresso tecnico modifichi il fattore μ ; nel caso diminuisca, cioè, la variazione del fabbisogno di lavoro al crescere della produzione su terre meno fertili. In questo caso, essendo $\delta w / \delta k_g < 0$, r^* risulta, come è facile verificare dalla 14.1), maggiore. L'effetto sul saggio di crescita della produzione è identico mentre il volume iniziale $G(0)$ risulta anch'esso aumentato. Ciò implica, dal punto di vista del compenso pro-capite, che esso diminuisce meno rapidamente anche se $w(o)$, poichè corrisponde ad un volume $G(0)$ generalmente più elevato, è minore. Il comportamento della rendita, infine, è incerto. Un minore μ comporta una minore necessità di espandersi su terre meno fertili e dunque una rendita minore; d'altra parte un maggiore salario ne comporta una maggiore. Per $t \rightarrow \infty$, tuttavia, $dR/d\mu < 0$ e, dunque, diminuendo μ , R finisce per aumentare.

Nella seconda fase diminuzioni di k_g , ossia di maggiore resa del capitale fisico impiegato,

implicano un maggiore saggio di sovrappiù poichè esso non è più determinato dall'esigenza della crescita della popolazione ma residualmente, una volta dato il saggio di compenso pro-capite \bar{w} e la quantità di lavoro $l_g(G)$. Una diminuzione di μ ha effetti positivi su r poichè esso tende a zero meno rapidamente, ossia $dr/d\mu < 0$. L'effetto sulla produzione, $dG/d\mu$, è invece ambiguo. Ciò accade perchè da una parte l'effetto positivo sul saggio di sovrappiù implica una maggiore capacità di generare un flusso crescente di prodotto mentre dall'altra un maggior prodotto richiede un'espansione del margine di coltivazione a rendimenti decrescenti il che implica un minore saggio di sovrappiù. Risultati analoghi si applicano alla forza di lavoro in eccesso e alla rendita essendo grandezze che dipendono essenzialmente dal comportamento temporale della produzione. Uno spostamento uniforme della funzione $l_g(G)$ verso il basso ha effetti positivi sul saggio di sovrappiù; dalla 23) è facile constatare che ciò avviene per via di un saggio $r(0)$ iniziale maggiore. La dinamica temporale invece risulta invariata. Dalla 19) risulta inoltre che la produzione necessaria a sostenere la crescita, ed a fornire il consumo pro-capite per una popolazione che aumenta ad un saggio costante oltre che a permettere la formazione della rendita, è superiore. Per ogni dato livello di produzione, tuttavia, la rendita risulta inferiore perchè il margine di coltivazione deve estendersi tanto meno quanto maggiore è la produttività del lavoro. In entrambi le fasi la conseguenza del progresso tecnico è di ritardare il punto di crisi che necessita il cambiamento strutturale. Il ripetersi in numero sufficientemente elevato di episodi di progresso tecnico può dunque prolungare la durata di questa fase, al limite impedire che la successiva si stabilisca. In un senso molto ampio lo stesso progresso tecnico può essere pensato come una conseguenza delle difficoltà imposte dalla pressione demografica da una parte e dai rendimenti decrescenti dall'altra. In un ambito strutturale in cui non esistono, tuttavia, relazioni economico-sociali che favoriscono il miglioramento tecnico dei processi di produzione come condizione normale di esistenza, esso e la sua applicazione al sistema produttivo restano decisamente aleatori. Storicamente, del resto, i modi con cui, in circostanze diverse, società diverse hanno reagito sono stati molteplici: con l'emigrazione di massa, con le guerre di espansione e soprattutto con lo sviluppo interno di nuove forme di produzione.

- La lotta per la sopravvivenza.

Quando la produzione non può più espandersi oltre il livello per cui la rendita è nulla perchè interamente assorbita dall'eccesso di forza di lavoro, non vi è più modo per la popolazione di seguire un corso autonomo di crescita. La possibilità di redistribuire il prodotto netto a spese della quota delle classi non produttive è limitata nel tempo se non dalle condizioni

politiche effettive. A questo punto la dinamica della popolazione è costretta dalla disponibilità di ciò che è strettamente e biologicamente necessario alla sopravvivenza. La dinamica della popolazione di Malthus e l'economia in stato stazionario di Ricardo sono fondate su questo concetto. La situazione che chiude la fase precedente è tale che l'accrescimento della popolazione al compenso pro-capite, $w = \bar{w}$, che ne garantisce l'indipendenza dalle circostanze produttive, è divenuto impossibile. Perchè vi sia modo di sostenere un qualunque accrescimento della forza di lavoro è necessario che il saggio di sovrappiù sia positivo si verifichi accumulazione e perciò espansione della produzione. Questo accade solo se il saggio di salario scende al di sotto della soglia \bar{w} appena sufficiente a permettere un saggio di crescita della popolazione, n , autonomo. In questo caso, tuttavia, la naturale espansione demografica trova un ostacolo nell'insufficienza della quantità di cibo, più in generale di beni salario, necessaria per sostenerla. Il saggio, n , autonomo o "naturale" viene, perciò, costretto a valori inferiori in relazione alla eventuale diminuzione del compenso pro capite al di sotto della soglia critica. In conseguenza, la crescita della popolazione può essere descritta dal saggio di crescita naturale da cui va sottratto un fattore che è funzione della divergenza del saggio di compenso dal valore minimo \bar{w} .

In questa fase storica, la crescita dell'economia non è più governata dalla crescita della popolazione. Nelle fasi precedenti il saggio di sovrappiù e, dunque, di investimento è una conseguenza della spinta demografica: in ogni momento di tempo la società e dunque l'economia garantiscono l'assorbimento della forza di lavoro che viene ad essere per effetto della crescita naturale. Nel caso in esame, invece, questa "garanzia" sociale non è più parte del meccanismo fondamentale e costitutivo della società economica. Ogni impulso autonomo di crescita demografica trova un limite nella capacità di investire. Vi può dunque essere forza di lavoro non occupata, riassorbibile solo attraverso una diminuzione del consumo pro-capite. Differentemente dalla fase precedente, un ulteriore accrescimento di eccesso di forza di lavoro occupata nelle terre inframarginali non può avere luogo. Ciò perchè esso era possibile per effetto della redistribuzione del prodotto netto a spese della rendita delle classi proprietarie e non produttive, rendita che, nel caso in esame, è totalmente esaurita. L'eventuale eccesso di forza di lavoro può restare, in questa fase drammatica, inoccupata e priva dei mezzi di sussistenza. La dinamica del saggio di compenso pro-capite, perciò, è determinata dall'esigenza di adattarlo all'eventuale squilibrio tra forza di lavoro e forza di lavoro occupabile in modo produttivo.

La variazione della popolazione e perciò della forza di lavoro disponibile, può essere indicata dal suo saggio naturale di crescita diminuito dal fattore dovuto alla deviazione del saggio di compenso dal suo valore di soglia \bar{w} :

$$26) \quad \frac{dL^s}{dt} = [n - F(\bar{w} - w)]L^s \quad ; \quad F(0) = 0$$

$$F'(\cdot) > 0 \quad ; \quad \frac{dF}{dw} = -F'(\cdot) < 0$$

La variazione di w può essere descritta dalla seguente relazione, assunta per semplicità lineare:

$$27) \quad \frac{dw}{dt} = \alpha(L - L^s) \quad ; \quad \alpha > 0$$

L'investimento può avere luogo solo quando il saggio di sovrappiù diviene positivo in modo che la crescita dell'occupazione produttiva avvenga secondo quanto stabilito dall'equazione 8) e dalla derivata della 2) rispetto al tempo. Per la 2.1) l'equazione della crescita di $L(t)$ può essere posta direttamente come segue:

$$28) \quad \frac{dL}{dt} = l_g[\theta(L)] \left[\frac{1 - k_g}{k_g} - w \frac{1_g[\theta(L)]}{k_g} \right] \theta(L)$$

L'espressione in parentesi quadra è il saggio di sovrappiù

$$29) \quad r(t) = \frac{1 - k_g}{k_g} - w \frac{1_g(G)}{k_g}$$

Esso può divenire zero per un valore critico \bar{G} . La crescita della produzione oltre questo punto avviene a rendimenti decrescenti e per valori decrescenti di w sicchè per $G > \bar{G}$

il saggio di sovrappiù è certamente negativo $r(t) < 0$. Esiste dunque un $G^* > \bar{G}$ ed un saggio $w = w^* < \bar{w}$ per cui $r(t)=0$. In questo caso, ogni espansione della forza di lavoro è impossibile per mancanza di sovrappiù investibile. In equilibrio anche la popolazione è, per questo consumo pro-capite, stazionaria. Il saggio w^* è, dunque, quello di mera sussistenza per il quale l'accrescimento della popolazione è nullo. Questa nozione di saggio di salario è simile al saggio di salario di sussistenza di Ricardo. Egli, tuttavia, riteneva che esso fosse il saggio naturale verso cui il sistema economico normalmente tende pensando dunque che la normale tendenza della popolazione sia verso lo stato stazionario. Nei modelli che descrivono le fasi di un'economia in pura espansione il saggio $w=w^*$ segna il punto drammatico di una società giunta sull'orlo di un collasso storico. Se ciò è una possibilità storicamente verificatasi in casi eccezionali, è però tutt'altro che uno stato naturale; esso è una conseguenza ultima della mancanza di trasformazione strutturale.

Quale sia il $w=w^*$ di sussistenza e l'entità della popolazione, L^* , quando essa sia pervenuta allo stato stazionario può essere dedotto dalla soluzione del sistema (26), (27) e (28) per $dL^s/dt = 0$, $dw/dt = 0$, $dL/dt = 0$. L'analisi della stabilità locale delle soluzioni w^* , L^* , L^{s*} e, dunque, di G^* è notevolmente interessante perchè chiarisce la natura del processo dinamico descritto e le conseguenze di un sistema di reciproco aggiustamento tra saggio di consumo e andamento demografico. Secondo l'analisi svolta in Appendice, possono considerarsi soddisfatte sia le condizioni necessarie perchè il sistema sia stabile sia quelle sufficienti. In particolare, le condizioni di Routh-Hurwitz indicano che la stabilità del sistema è determinata dalla rapidità di aggiustamento del saggio di consumo pro-capite al crescere dell'eccedenza di occupazione sulla disponibilità dalla rapidità della variazione di quest'ultima. Il sistema converge localmente verso il punto stazionario di sussistenza. Ciò accade perchè gli incrementi che subisce il consumo al crescere dell'assorbimento di lavoro sono tali da diminuire velocemente il saggio di sovrappiù e perciò la crescita dell'economia.

Conclusioni

L'ipotesi fondamentale di questo capitolo è che la pressione demografica sia la forza dinamica principale di un'economia non sviluppata. E' una caratteristica di questo tipo di economia di non generare eventi sistematici di progresso tecnico rilevanti per la struttura produttiva. Questo aspetto non deve condurre alla conclusione che l'assenza di sviluppo sia inevitabilmente connessa con forme primitive ed immobili di conoscenza, scientifica e non. Esso è invece spiegato dalla mancanza di legami organici e stabili tra luoghi della produzione e luoghi dell'elaborazione del sapere. Molte società hanno nel corso della loro storia sviluppato conoscenze e persino tecniche molto sofisticate ma esse sono rimaste relegate alle sfere dell'esercizio del potere, del culto, dell'accademia fine a se stessa. Esse non sono state utilizzate come possibile strumento per modificare e migliorare sostanzialmente l'apparato produttivo. Questa è invece una caratteristica delle economie sviluppate in cui crescita e cambiamento tecnologico sono strettamente connessi.

La crescita demografica è il risultato di una molteplicità di elementi relativi alla cultura, all'organizzazione sociale, alle credenze religiose, oltre ad essere evidentemente determinata da fattori di natura biologica. Il modo come essi si connettono fra loro è, in generale, specifico ad ogni società e non è comunque oggetto di indagine in questo studio. La crescita demografica è, tuttavia, assai rilevante per quella economica. Per Malthus, la capacità della terra di generare una produzione crescente era pensata decisamente inferiore a quella umana di generare la propria discendenza. Ciò equivale a postulare una relazione per cui la seconda è inevitabilmente condizionata dalla prima. Ciò può accadere e storicamente è avvenuto. Non di meno l'espansione territoriale di società economiche non sviluppate, la colonizzazione ed ampliamento delle aree coltivate, le migrazioni di intere popolazioni indicano che ogni tentativo viene intrapreso per evitare che le normali regole che sovrintendono alla procreazione e sostentamento della discendenza siano impediti dalla disponibilità del prodotto aggregato. Nel lungo periodo ciò è, tuttavia, inevitabile.

La ragione è implicita nelle condizioni di produzione di questa società economica. la staticità delle tecniche utilizzate implica la stagnazione del livello della produttività per lavoratore quindi l'espansione della popolazione può avvenire solo estendendo il margine di coltivazione. Ciò implica, postulando fertilità variabile, rendimenti decrescenti. E' sufficiente supporre che una parte del prodotto sia necessaria come capitale fisico per constatare che pure

nell'ipotesi di rapporto costante di questo con quello il consumo pro capite è destinato a diminuire progressivamente. In questo senso, restando invariata la tecnica produttiva, l'economia tende verso la mera sussistenza e necessariamente ad oltrepassarla. E' a questo punto che si instaura una drammatica relazione tra crescita della produzione e crescita della popolazione tale da stabilire influenza reciproca.

Prima che una tale situazione sia raggiunta è lecito supporre che la pressione demografica sulle risorse produttive sia un fattore esogeno e che tale venga mantenuto con il movimento puramente espansivo. Quest'ultimo continua anche quando viene raggiunto il livello di consumo appena compatibile con una crescita della popolazione ancora indipendente sia pure al prezzo di una continua riorganizzazione dei rapporti sociali e nel contesto di aspri conflitti distributivi. La soluzione al problema demografico è in questo caso quella della generazione di forza di lavoro eccedente rispetto alla stessa necessità definita dalla tecnica correntemente utilizzata. Essa definisce una delle due fasi con cui è stato articolato il modello di crescita estensiva: la fase intermedia compresa tra quella regolata da un processo in cui il consumo pro capite è ancora nettamente al di sopra di quello minimo necessario a mantenere esogena la crescita della popolazione e quella regolata da una dinamica di tipo malthusiano. Perchè vi sia passaggio da una fase all'altra è necessario un cambiamento strutturale che nel modello discusso nelle pagine precedenti comporta una ridefinizione delle equazioni, in particolare di quelle che garantiscono l'equilibrio dinamico.

Questa fase, teoricamente intermedia, riveste un significato particolare. Nell'esposizione formale del modello essa risulta come conseguenza del declino del consumo pro capite sino al punto minimo di cui si è appena detto e perciò dell'impossibilità di espandere la produzione e l'assorbimento di lavoratori ad un saggio che mantenga la crescita della popolazione inalterata. L'economia, cioè, non è in grado di generare un sovrappiù sufficiente a sostenere un ritmo espansivo. Il normale accrescimento di forza di lavoro viene invece ripartito, almeno in parte, sulle terre inframarginali in eccesso di quanto sia tecnicamente necessario. Il consumo pro capite viene mantenuto costante al livello minimo raggiunto. Ciò è, tuttavia, possibile solo a spese della rendita, la parte del prodotto netto appropriata da una classe di 'signori della terra'.

L'eccesso di forza di lavoro è stato ritenuto una caratteristica fondamentale di molti paesi in via di sviluppo, almeno di quelli con popolazioni cospicue, e costituisce il presupposto teorico di un'intera classe di modelli costruiti sulla scia del lavoro di Arthur Lewis. Dell'esistenza di forza di lavoro eccedentaria ne viene, nel presente capitolo, spiegata l'esistenza come una soluzione all'incapacità dell'economia di generare un sovrappiù sufficiente a mantenere il saggio

di crescita determinato dalla pressione demografica permettendo, allo stesso tempo, un consumo pro capite con questa compatibile. E' in questa fase che il conflitto distributivo diviene acuto. Se nella fase precedente il sovrappiù necessario alla crescita è determinato, sulle terre marginali, a spese di un consumo pro capite ancora superiore a quello minimo permettendo di appropriare sulle terre inframarginali la rendita, in questa fase il consumo pro capite può essere mantenuto solo diminuendo il peso di questa. E' l'immagine dalle innumerevoli guerre contadine che hanno travagliato la storia. Ciò non ostante questa soluzione è temporanea, anche se può durare per un periodo molto lungo, perchè in assenza di progresso tecnico i rendimenti decrescenti riducono progressivamente il sovrappiù e dunque la crescita. La conseguenza è una sempre maggiore e rapidamente crescente sovrappopolazione, eccedente rispetto ai canoni tecnici efficienti. Il limite teorico di questa fase è il momento in cui tutta la rendita è eliminata, assorbita dal consumo necessario. Da questo punto in poi si innesca una relazione malthusiana tra crescita della produzione e crescita della popolazione. E', dunque, plausibile supporre che è in questa fase che si sviluppano le condizioni e le tendenze per un cambiamento verso forme di sviluppo economico intensivo. Ciò è infatti quanto segue sia da proposizioni evoluzionistiche, in forme teoriche eccessivamente stilizzate, sia da proposizioni marxiste, in versione eccessivamente meccanicista. In realtà la verità degli avvenimenti storici sembra negare l'esistenza di automatismi o di percorsi necessari verso lo sviluppo. In termini molto generali l'alternativa, se tale può essere definita, in mancanza di un processo di sviluppo è duplice: o un ciclo di lungo periodo in cui a fasi di relativa abbondanza seguono fasi di progressivo sovraffollamento e quindi periodi di crisi malthusiana di nuovo seguiti una volta rarefatti la popolazione, da fasi di relativa abbondanza o lo stato stazionario con il consumo pro capite relegato alla mera sussistenza.

Appendice.

Si considerino le equazioni

$$26) \quad \frac{dL^s}{dt} = nL^s - F(\bar{w} - w)L^s$$

$$27) \quad \frac{dw}{dt} = \alpha L - \alpha L^s$$

$$28) \quad \frac{dL}{dt} = l_g[\theta(L)] \left[\frac{1 - k_g}{k_g} - w \frac{l_g[\theta(L)]}{k_g} \right] \theta(L)$$

La soluzione del sistema nel caso di stato stazionario è:⁽¹⁵⁾

$$30) \quad w^* = \frac{1 - k_g}{l_g[\theta(L^*)]} \quad ; \quad n = F(\bar{w} - w^*) \quad ; \quad L^* = L^{s*}$$

e per cui

$$dL/dt = dL^s/dt = dw/dt = 0.$$

la stabilità del sistema in un intorno dello stato stazionario può essere studiata linearizzando il sistema 26-28 come segue:

$$30.1) \quad \begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= -a_1 L - a_2 w & \text{dove:} & \quad a_1 = l_g(L^*)\theta(L^*) \frac{w^*}{k_g} \frac{dl_g}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dL} > 0 \\ \frac{dL^s}{dt} &= b_1 w & & \quad a_2 = \frac{l_g[\theta(L^*)]}{k_g} \theta(L^*) l_g[\theta(L^*)] \\ \frac{dw}{dt} &= \alpha L - \alpha L^s & & \quad b_1 = L^* F'(\bar{w} - w^*) > 0 \end{aligned}$$

Da cui lo Jacobiano:

$$j = \begin{bmatrix} -a_1 & 0 & -a_2 \\ 0 & 0 & b_1 \\ \alpha & -\alpha & 0 \end{bmatrix} = -\alpha b_1 a_1 < 0$$

e la traccia:

$$\text{tr}(j) = -a_1 < 0$$

che sono condizioni necessarie ma non sufficienti perchè il sistema sia stabile.

Si considerino le condizioni necessarie e sufficienti di Routh Hurwitz desumibili dalla seguente matrice:

$$\begin{bmatrix} a_1 & \alpha b_1 a_1 & 0 \\ 1 & \alpha(b_1 + a_2) & 0 \\ 0 & a_1 & \alpha b_1 a_1 \end{bmatrix}$$

essendo l'equazione che fornisce le radici del sistema:

$$\lambda^3 + a_1 \lambda^2 + \alpha(b_1 + a_2)\lambda + b_1 a_1 \alpha = 0$$

I minori principali hanno il segno $\Delta_i > 0$. Sono condizioni necessarie e sufficienti perchè il sistema sia localmente stabile che $\Delta_i > 0$ per $i = 1, 2, 3$.

Esse sono soddisfatte nel caso in esame.

NOTE

- (1) Si veda su questo problema:
Jones E.L. (1988): "Growth Recurring", Clarendon Press, Oxford. Capitolo Primo.
- (2) Mokyr, J. (1976): "Growing up and the Industrial Revolution in Europe" *Explorations in Economic History*, Vol. 13, pp. 371-96.
- (3) Si veda:
Jones E.L. (1988): op. cit.
- (4) McNeill W.H. (1982): "The Pursuit of Power", University of Chicago Press, Chicago.
- (5) Su questo punto si vedano le ricerche di Carlo Poni sul sistema di fabbrica a Bologna dal XIII al XVIII secolo. In particolare, Poni C. (1973): "All'Origine del Sistema di Fabbrica: Tecnologia e Organizzazione Produttiva dei Mulini da Seta nell'Italia Settentrionale (sec. XVII-XVIII)", *Rivista Storica Italiana*, Vol. 88, pp. 444-497.
- (6) Su questo punto si veda:
Duby G. (1962): "L'Economie Rurale et la Vie des Campagnes Dans l'Occident Médiéval", Aubier, Paris, Vol. I.
- (7) Genicot L. (1967): "Crisis: From the Middle Ages to Modern Times" in "The Cambridge Economic History of Europe", Cambridge University Press, Cambridge, Vol. IV.
- (8) Lewis A. (1954): "Economic Development with Unlimited Supplies of Labour", "*The Manchester School of Economic and Social Studies*", Vol. 22, n.2.
- (9) Il modello che viene presentato in queste pagine si ispira alla teoria degli economisti classici ed in particolare a quella di Ricardo. Su questo si vedano oltre a,
Sraffa P. (ed.) (1970): "The Works and Correspondence of David Ricardo", vol. I. Cambridge University Press, Cambridge,
anche,
Findlay R. (1974): "Relative Prices Growth and Trade in a Simple Ricardian System", *Economica*, vol. 41.
Hollander S. (1979): "The Economics of David Ricardo", Heinemann, London.
Pasinetti L.L. (1960): "A Mathematical Formulation of the Ricardian System", *Review of Economic Studies*, vol. 27.
Pasinetti L.L. (1974): "Growth and Income Distribution", Cambridge University Press,

Cambridge.

e per una raccolta di saggi su interpretazioni classiche e neoclassiche di Ricardo:

Caravale G.A. (1985), The Legacy of Ricardo, Basil Blackwell.

(10) Si veda su questo punto:

Rao J.M. (1987): "Class Relations in an 'Asiatic' Regime", Cambridge Journal of Economics, Vol.11, pp.229-250.

(11) Su questo punto si esamini Pasinetti (1981), Structural Change and Economic Growth, Cambridge University Press, Cambridge.

(12) 12)
$$\frac{dr}{dt} = nr(t) - (1 + \mu)r^2(t)$$

effettuando il cambiamento di variabile per

$$z = r^{-1}, \text{ da cui } dr/dt = -z^{-2}dz/dt, \text{ risulta } dz/dt = (1 + \mu) - nz.$$

L'equazione può ora essere risolta nel modo consueto per

$$z^1 = z_0 e^{-nt}, \quad \text{la parte generale}$$

$$z^2 = 1 + \mu / n, \quad \text{la parte speciale}$$

da cui sommando e ponendo una condizione iniziale $z(0)$ si ottiene:

$$z(t) = \left[z(0) - \frac{1 + \mu}{n} \right] e^{-nt} + \frac{1 + \mu}{n}$$

e tenendo conto che $z = r^{-1}$:

$$r(t) = \left\{ \left[r^{-1}(0) - \frac{1 + \mu}{n} \right] e^{-nt} + \frac{1 + \mu}{n} \right\}^{-1}$$

13) Su questo punto si veda:

Sen A. (1975): "Employment Technology and Development", Oxford, Clarendon Press.

14) Si consideri che essendo $dl_g/dG \cdot G/l_g = \mu$, $l_g = BG^\mu$ dove B è una costante. Da ciò risulta che $L(t) = B/(1 + \mu)G^{1 + \mu}$ e $l_g(G) \cdot G = BG^{1 + \mu}$. Essendo $R(t) = w(t)[l_g(G)G - L(t)]$ è dunque $R(t) = \mu w(t)L(t)$. Tenendo conto della 16 e della 3. $R(t) = \mu w(0)L(0)e^{\frac{1}{1 + \mu}nt}$.

15) Il sistema:

$$30') \quad \frac{1 - k_g}{1_g[\theta(L)]} = w;$$

$$30'') \quad n = F(\bar{w} - w);$$

$$30''') \quad L(t) = L^s(t);$$

Si risolve immediatamente per $w = w^*$ dalla 30''), per $L^* = L$ dalla 30') e dalla 30''') per $L^{s*}(t)$.