

Grønvik, Gunnvald

Working Paper

Inn i den svarte boksen: Om kausalitet i makroøkonomiske modeller

Arbeidsnotat, No. 1994/13

Provided in Cooperation with:

Norges Bank, Oslo

Suggested Citation: Grønvik, Gunnvald (1994) : Inn i den svarte boksen: Om kausalitet i makroøkonomiske modeller, Arbeidsnotat, No. 1994/13, ISBN 82-7553-074-1, Norges Bank, Oslo, <https://hdl.handle.net/11250/2500580>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/209762>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.no>

Inn i den svarte boksen

Om kausalitet i makroøkonomiske modeller

av

Gunnvald Grønvik
Norges Bank
Postboks 1179 Sentrum
0107 Oslo

Dette arbeidet dannet utgangspunktet for prøveforelesning over sjølvalgt emne for dr.polit.-graden ved Samfunnsvitenskapelig Fakultet, Universitetet i Oslo 26 april 1994. Jeg ble introdusert til analyse av makromodellers indre struktur under studieopphold ved University of Pennsylvania i 1984-85. Der delte jeg kontor med F.J Henk Don og hadde daglig omgang med Giampiero M. Gallo. Begge er bidragsytere til den internasjonale litteraturen på området, og jeg takker dem for inspirerende fellesskap. Arbeidet ble startet i Utretningsavdelinga og fullført i Finansmarkedsavdelinga som fritok meg for løpende plikter i forbindelse med prøveforelesninger og disputas. Takk både til avdelingene og kolleger i Norges Bank for inspirasjon, kommentarer og hjelp, og til Aage Marstad og Ketil Wølneberg for produksjonsteknisk bistand.

Sammendrag

Temaet for dette arbeidet er modellteknisk og deterministisk og dreier seg om samspillet mellom variablene i makromodeller. Ved hjelp av begreper fra grafeteorien blir det gitt svar på spørsmål som

Hvordan kan det kartlegges hvilke variable som bidrar til å forklare andre direkte og indirekte?

Kan en finne fram til noen fundamentale variable, og hvordan kan dette bedre vår forståing av modellens virkemåte?

Når kan den globale makromodellen erstattes med delmodeller, og kan en finne ut hvilke sammenhenger som mangler i en modell?

Metoden for å kartlegge samspillet mellom variablene peker ut et begrenset sett "tilbakeføringsvariable" innen modellens simultane blokk som er særlig viktige. Det vises at kjennskap til tilbakeføringsvariablene gir kunnskap om modellens struktur som kan forenkle numeriske løsningsalgoritmer for makromodeller. I en illustrasjon med av IS-LM modellen, forklares det at innsikten også kan nyttes til å illustrere modelløsningen grafisk.

Metoden brukt på Norges Bank modellen RIMINI 3.0 gir et så stort sett tilbakeføringsvariable at det indre av modellen fortsatt kan fortone seg som en svart boks. Settet er likevel vesentlig mindre enn modellens simultane blokk, og for forståelse og evaluering av modellen vil det være til hjelp å kjenne variablene som inngår. Mange av tilbakeføringsvariablene er både forklart og forklarende i viktige økonometriske relasjoner. De er dermed svært sentrale, og hele modellen er sterkt avhengig av kvaliteten på relasjonene som bestemmer dem. Den sterke indre avhengigheten i modellen innebærer at å erstatte en stor modell med flere partielle, vil være underforbruk av kunnskap.

Innhold

1.	Innledning	1
2.	Teori	4
3.	Anvendelser til å forenkle løsningsalgoritmer	10
4.	Eksempel: IS-LM modell for åpen økonomi	12
5.	Kausalitet i RIMINI 3.0	15
5.1	Innledning	15
5.2	Analysen av hele RIMINI	15
5.3	Noen resultater fra analyse av subsystemer	18
5.4	Simultanitet, en stor eller mange små modeller	22
6.	Konklusjoner	24
	Referanser	25
Vedlegg:	Formell Kausalanalyse av RIMINI 3.0	27
	Utkommet som Arbeidsnotat fra Norges Bank 1993-1994	42

Figurer

Figur 1	Strukturen i sorterte insidensmatriser	6
Figur 2	Regler for å sortere likninger og finne minimalt "feedback-set"	8
Figur 3	Normalisert og linearisert IS-LM modell for åpen økonomi	12
Figur 4	Usortert insidensmatrise	12
Figur 5	Sortert insidensmatrise	13
Figur 6	Minimalt sett tilbakeføringsvariable for RIMINI 3.0	17
Figur 7	Sammenlikning av subsystem og økonometrisk likning	20

Vedlegg: Formell Kausalanalyse av RIMINI 3.0

1.	Om CAUSOR og hva som er gjort	27
2.	RIMINI 3.0 som statisk modell	28
3.	RIMINI 3.0 som dynamisk modell	28
3.1	Analysen av hele modellen	28
3.2	Analysen av subsystemene	30
4.	Subsystemer av dynamisk modell med en simultanitetsbærende variabel	31
5.	Ubestemte og overbestemte variable i subsystemene	36

Vedleggstabeller

Tabell 1:	Alle 27 minimale sett med rangering	37
Tabell 2:	Tilbakeføringsvariable brukt i økonometrisk relasjon	38
Tabell 3:	Detaljert variabeloversikt fra analysen av subsystemene	39

1. Innledning

Når den makroøkonomiske modellbyggeren etter mye strev og møyne har en modell som kan brukes til prognoser "ferdig", kan han komme til å møte en innvending fra en potensiell bruker som lyder omtrent slik:

Modellen er vel og bra den. Teorien er vel ok og det økonometriske har jeg ikke noe grunnlag for å overprøve. Jeg har ikke bedre anslag enn deg på de eksogene variablene. Men jeg tror ikke variabel A, som jeg er mest interessert i, blir x neste år. Den blir snarere y så langt jeg kan skjønne. Jeg kan ikke bruke modellen før jeg skjønner og kan forklare at variabel A blir x. Hvilke mekanismer i modellen er det som lager dette resultatet?

La oss se bort fra de trivielle tilfellene der modellen ikke kan forsvares, eller der brukeren ikke har forutsetninger for å forstå modellen. Det kan likevel være vanskelig å gi et adekvat svar på slike innvendinger.

Makromodellen består av ulike likninger. En "god" modell har en rekke økonometrisk fastsatte relasjoner som modellbyggeren kan forsvare med støtte i økonomisk teori og som har vært utsatt for rigorøse statistiske tester. Modellen har også rekneskapssammenhenger som, så sant de er satt opp korrekt, ikke skulle være gjenstand for debatt. Modellen er imidlertid mer enn bitene. Samspillet mellom de ulike delene av modellen kan føre til at en ikke forstår helheten sjøl om en forstår hver enkelt bit.

Modellbyggeren kan kanskje være fristet til å svare omtrent slik:

Vi er enige om (1) bokholderiet og (2) de økonometriske relasjonene. Vi er begge enige om at (3) simuleringsprogrammet er riktig, og vi har (4) samme anslag på modellens eksogene variable. Alt er dermed forklart, og det er ikke mer å forstå. Enten godtar du resultatet, eller så aksepterer du ikke at $1+2+3+4=10$.

Fra et logisk synspunkt er dette svaret helt i orden, men det er ikke sikkert det får den potensielle modellbrukeren til å ta modellen i bruk. Han vil kanskje si at modellen ikke er komplett, og at en mekanisme som virker via en ikke spesifisert eksogen variabel forklarer hvorfor den potensielle modellbrukeren har rett¹ og at modellbyggeren viser manglende

¹Ettersom vi allerede har forutsatt at modellbygger og bruker er enige verdien av de eksogene

respekt på mange andre informasjonskilder som praktikerer tar i bruk. Det er uten tvil slik at praktikerer må ta i bruk annen informasjon, men det skal vi ikke drøfte her.² Poenget er at modellbyggeren vil måtte kunne svare bedre på spørsmålet om hvordan modellen virker enn å henvise til at $1+2+3+4=10$.

Svaret kan faktisk true modellbyggerens status og stilling dersom praktikerer faktisk bestemmer hvilken prognose som skal offentliggjøres. Det er begrenset hvor lenge en modellbygger som lager en modell som ikke blir satt i praktisk bruk, beholder sine arbeidsoppgaver. Svaret kan derfor være særlig lite tilfredsstillende for modellbyggeren.

Her skal det undersøkes om det kan svares noe bedre enn å henvise til at alt avhenger av alt. Temaet er å kartlegge samspillet mellom variablene i en makroøkonomisk modell. Vi skal altså "*Inn i den svarte boksen*" en makroøkonomisk modell kan være. Metoden som brukes blir illustrert med en modell som er så enkel at alle her kjenner den (IS-LM modellen), og med en modell som er så komplisert at vi faktisk får se at også forenklingene har sine begrensninger (RIMINI 3.0).

Metoden vi skal snakke om er analyse av kausale sammenhenger med grafeteori. Dette er ikke et nytt tema i sosialøkonomien. Før noen referanser nevnes, kan det være på plass med en merknad om ordet "kausalitet" som brukes om forskjellige ting. I dag assosierer mange kausalitet først og fremst med Granger's kausalitetstest (Granger (1969)) som tester om en stokastisk tidsserie signifikant bidrar til å forklare en annen stokastisk tidsserie. Forklaringer av dette er ikke tema her, og her ytes det heller ikke bidrag til den vitenskapsteoretiske debatten om hva kausalitet eller forklaring er.

Simon (1953) drøfter hvordan forklarende kjeder kan identifiseres og hvordan de kan utnyttes til identifikasjon i økonometrisk arbeid. Han henviser forøvrig til andre egne arbeider i den vitenskapsteoretiske debatten om kausalitet. Lindbeck (1966) deltar også i debatten om hvordan en kan forklare, ettersom hans tema er å studere formelle kriterier for når en kan isolere delproblemer fra det globale problemet.

variablene, kan mekanismen ikke virke via en eksogen variabel som allerede er spesifisert. Skulle det defineres en ny sammenheng mellom to allerede spesifiserte variable måtte en variabel som i utgangspunktet var eksogen defineres som endogen, og den måtte dermed få en verdi som avviker fra de eksogene anslagene det er enighet om.

²Ei fersk drøfting av behovet for og omfanget av eksogene korreksjoner ved bruk av norske makromodeller finnes i Nymoene (1994b).

Metodene Simon (1953) og Lindbeck (1966) bruker for å avdekke kausale strukturer er ikke lett håndterbare for litt større modeller. McElroy (1978) forbedrer metodene betydelig gjennom en metode som finner strukturen i temmelig kompliserte modeller på en oversiktlig måte uten å bruke datakraft. I dette arbeidet trekkes det på Gilli og medforfattere (1981, 1986) som har utviklet dataprogram for å kartlegge modellens kausale struktur.

Don og Gallo (1987) bruker studiene av modellens kausale struktur til å studere forenklinger i numeriske løsningsalgoritmer, spesielt for å finne fram til en slags mellomting mellom en Gauss-Seidel og en Newton algoritme. Det har ikke vært noe tema for norske modellbyggere fordi programsystemet TROLL³ har gitt adgang til en analytisk Newton-algoritme som har eliminert behovet for gjentatte numeriske inverteringer av en matrise av store dimensjoner. Formålet kan sies å være mer pedagogisk, og det sjølstendige bidraget er kartlegginga av de interne sammenhengene i RIMINI 3.0. Denne analysen vil avdekke at metoden ikke kan klare alt når modellen er simultan nok.

Temaet er altså modellteknisk og deterministisk og dreier seg om samspillet mellom variablene i makromodeller. Hvordan kan det kartlegges hvilke modellvariable som bidrar til å forklare andre modellvariable direkte og indirekte? Hvordan kan en finne fram til variable som er mer fundamentale, og kan dette eventuelt bidra til å bedre vår forståing av modellens virkemåte? Hvilke forutsetninger må gjøres for at det er relevant å erstatte den globale modellen med delmodeller, og kan en finne ut hvilke sammenhenger som mangler i en modell?

³Time-sharing Reactive On-Line Laboratory er utviklet ved MITs Center for Computational Research in Economics and Management Science. TROLL har vært installert på Norges Banks datamaskin siden 1978 i et samarbeid mellom Norges Bank, Statistisk Sentralbyrå og Finansdepartementet. Rettighetshavere er nå MIT og Intex Solutions.

2. Teori

La oss ta for oss en generell makromodell som kan skrives med vektorfunksjonen

$$(1) \quad \Phi(y_t, \dots, y_{t-j}, x_t, \dots, x_{t-k}, \varepsilon_t, \dots, \varepsilon_{t-l}) = 0$$

Her blir to problemstillinger studert. Det ene er numeriske løsningsteknikker, og den andre er hvordan modellens variable blir forklart internt i modellen.

Ved en numerisk modelløsning oppfattes foregående perioder som gitt, og modellen løses for en ny periode. Når en drøfte numeriske løsningsmetoder, kan en derfor se bort fra dynamikk. Det må dessuten gjøres forutsetninger om de stokastiske restleddene, og det er uten tvil vanlig å sette dem alle til null.⁴

Når en studerer hvordan modellens variable forklares, er det både relevant å se på en periode, og steady-state. Studerer en steady-state er $y_t = y_{t+k}$ og $x_t = x_{t+l}$ for alle k og l . En kan da sløyfe variablenes datering, og også i slike studier er det vanlig å se bort fra stokastikk.⁵

Det er også mulig å se på mellomformer mellom en periodes simuleringer og steady-state. En kan aggregere i tidsdimensjonen fra en kvartalsmodell til sammenhenger som gjelder på et eller flere år. I en dynamisk modell gjelder det generelt at en større del av modellen vil bli simultant bestemt når en forlenger tidsperspektivet. Her skal delvis tidsaggregering studeres og (1) vil derfor fortsatt bli brukt som grunnnotasjonen. Uten tap av generalitet kan en imidlertid anta at alle *eksogene* variable inngår i en tidsinvariant vektor og notasjonen kan derfor forenkles til

$$(2) \quad \Phi(y_t, \dots, y_{t-j}, x) = 0$$

⁴Ei drøfting av hvilke feil dette kan medføre og teknikker for å belyse usikkerheten ved det er gitt i Kolsrud (1992) som lager sine numeriske eksempler med RIMINI 2.0.

⁵At det er vanlig å se bort fra stokastikk betyr ikke at det er "det beste". I ikke-lineære modeller avviker variablenes forventningsverdi fra verdien ved en deterministisk simulering. Betydningen av dette for RIMINI drøftes av Kolsrud (1992). Klein (1983) påpeker at stabile systemer av stokastiske likninger kan generere permanente sykler. Dette er en problemstilling som ble tatt opp av blant andre Frisch (1933). Stabile systemer kjennetegnes ved at alle karakteristiske røtter er innenfor enhetssirkelen, og Otsuki (1971) påviste at samlinger av røtter i visse områder kan gi varige sykler.

(2) vil bli brukt som den symbolske vektorrepresentasjon av modellen. Den viser modellen på en implisitt form, og om modellen overhode skal ha en numerisk løsning, må den kunne normaliseres og skrives ut på eksplisitt form⁶

$$(3) \quad y_t = _ (y_t, \dots, y_{t-j}, x)$$

For å analysere den kausale strukturen er det hensiktsmessig å skrive ut modellen på linearisert form.

$$(4) \quad y_t = A_0 y_t + \dots + A_j y_{t-j} + B x$$

Her er y_t og x vektorer av dimensjon n og m . Matrisene $A_k (= \partial _ (y_t, \dots, y_{t-j}, x) / \partial y_{t-k})$ har dimensjon $n \times n$ og $B (= \partial _ (y_t, \dots, y_{t-j}, x) / \partial x)$ har dimensjon $m \times n$. Sammenhengene mellom modellens endogene variable framgår av matrisene A_k . Sammenhenger via matrisene A_k ($k \neq 0$) går fra predeterminerte variable og kan ved numerisk løsning av modellen ivaretas gjennom enkel innsetting. Ved studier av numeriske løsningsteknikker trenger en dermed bare studere matrisa A_0 .

Om en ser nærmere på A_0 , vil et element i, j forskjellig fra null innebære at variabel j bidrar direkte til å forklare variabel i , og er elementet lik null er det ikke et slikt direkte bidrag. Er elementene i, j og h, i forskjellige fra null samtidig som elementet h, j er lik null, bidrar variabel j ikke til å forklare variabel h direkte, men j bidrar indirekte gjennom å forklare variabelen i som igjen forklarer h . Dersom elementet h, j er forskjellig fra null, har vi en forklarende kjede

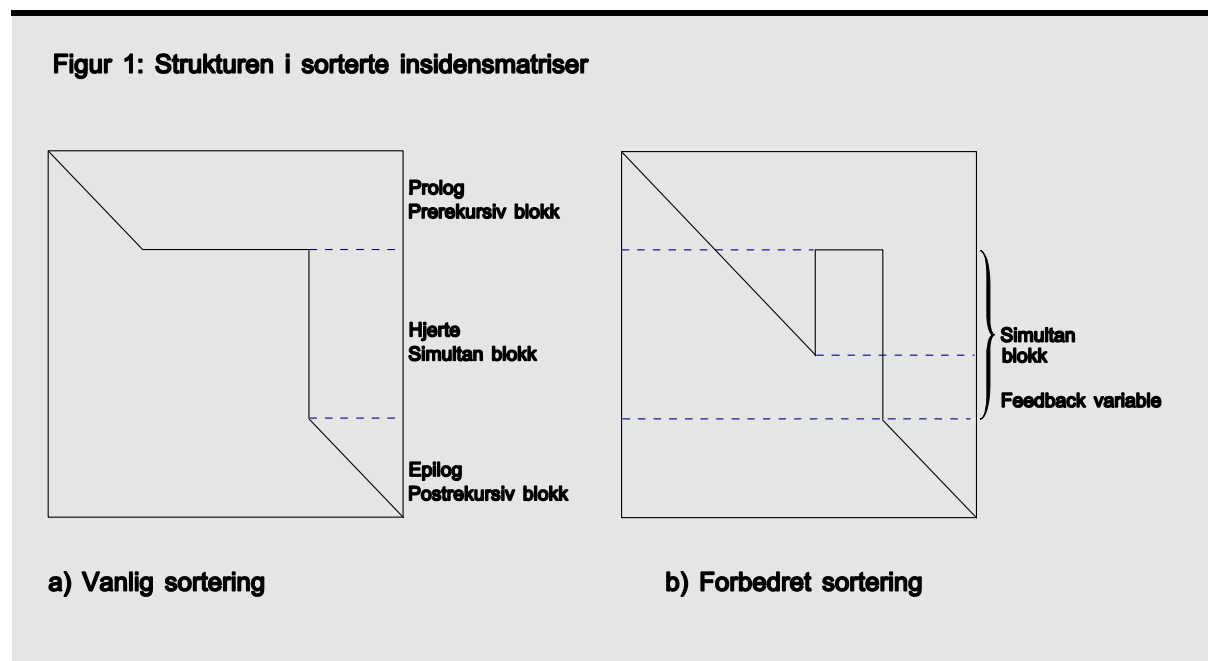
$$y_j \rightarrow y_i \rightarrow y_h \rightarrow y_j$$

og variablene y_j, y_i, y_h utgjør et simultant system. Her skal vi søke å kartlegge slike kausale forklaringskjeder, og det er hensiktsmessig å operere på systemets insidensmatrise heller enn koeffisientmatrisa.

⁶Det må finnes normaliseringsregler for ethvert subsystem av likninger, og likningene i ethvert subsystem av den lineariserte modellen må være lineært uavhengige. TROLL-brukere har tilgang til systemer som automatisk kontrollerer at dette er mulig, men det skjer ikke i alle programpakker. Teknikker for å skrive ut implisitte likninger på eksplisitt form er drøfta av Don (1990).

Insidensmatrisa defineres her som ei kvadratisk matrise med dimensjon som antallet endogene variable i modellen.⁷ Den svarer til koeffisientmatrisa for modellens endogene variable, men alle koeffisienter forskjellig fra **null** erstattes med **en** (dvs $M_k = \{m_{ijk} = 0 \text{ iff } a_{ijk} = 0 \text{ og } 1 \text{ ellers}\}$ når $A_k = \{a_{ijk}\}$ som definert i (4)). Når en skal se på sammen-henger over tid, er det en fordel å bruke insidensmatriser heller en koeffisientmatriser. Insidensmatrisene kan aggregeres ved boolsk addisjon, og om en i en kvartalsmodell skal studere sammen-henger som gjør seg gjeldende over ett år kan en summere $M_0 + \dots + M_3$. I de videre teoretiske resonnementene vil vi bruke M_τ som generell betegnelse på insidensmatrisa vi er interessert i.

Typisk for makroøkonomiske modeller er at insidensmatrisen M_τ inneholder et stort antall nuller. De fleste makroøkonomiske modeller har en kausal struktur der en kan sortere vektoren y_t slik at M_τ får en tredelt struktur som vist i figur 1a. Dette vil bidra til å løse modellen effektivt, og det løser en enkel bit av problemet med å forklare hvilke variable som forklarer og hvilke som blir forklart.



⁷Definisjonen her er lik den Don og Gallo (1987) bruker. De opererer på normaliserte likninger som er løst for hver sin endogene variabel. Deres insidensmatrise har bare nuller på hoveddiagonalen og dimensjonen er $(n \times n)$. Gilli og Shell (1986) inkluderer alle eksogene variable i matrisa, og skriver likningene på implisitt form. Når det er n endogene og m eksogene variable, får deres insidensmatrise dimensjon $(n \times n + m)$, og elementene på hoveddiagonalen har verdi en.

Den første biten av modellen kan kalles *prologen* eller den *presimultane* delen av modellen. Her er alle elementer i og over hoveddiagonalen til M_r lik null. Det betyr at variablene kan fastsettes gjennom enkel innsetting av eksogene variable og endogene variable som allerede er funnet ved slik innsetting. Variablene i prologen blir dermed ikke forklart av variablene i den simultane blokken.

Deretter følger *hjertet* eller den *simultane* delen av modellen, og det er dette som i denne sammenhengen er den interessante delen av modellen. I submatrisen som svarer til denne delen av modellen er det minst et element forskjellig fra null i hver linje og hver kolonne, det vil si at variablene både forklarer andre simultane variable og forklares av andre variable i denne delen av modellen.

Til slutt følger *epilogen* eller den *postsimultane* delen av modellen. Også i denne delen er alle elementer i og over hoveddiagonalen til M_r lik null og variablene kan fastsettes gjennom enkel innsetting av eksogene variable og endogene variable som allerede er fastsatt. Variablene i epilogen bidrar ikke til forklaring av variablene i den simultane blokken.

Variablene i den simultane blokken kan sorteres i et sett variable som er særlig viktige *feedback-variablene* (*tilbakeføringsvariablene* eller de *simultanitetsbærende* variablene), og de øvrige variablene i den simultane blokken. Plasserer vi simultanitetsbærerne til slutt i den simultane blokken og organiserer de øvrige simultane variablene som i prologen får også submatrisen for den simultane blokken en triangulær struktur, men med elementer forskjellig fra null over hoveddiagonalen for de simultanitetsbærende variablene. Den er vist i figur 1b, og det vil seinere bli forklart hvorfor dette er en hensiktsmessig struktur.

Don og Gallo (1987) drøfter regler for sortering av likninger, og for å finne det minimale "feedback-settet". Reglene de kommer fram til er gjengitt i figur 2. Det kan knyttes enkelte kommentarer til dem.

Regel 1.1 og 1.2 skal gjentas til samtlige linje- og kolonnesummer i den reduserte innsidensmatrisa er minst **en**. De tilhørende variablene som gjenstår er modellens simultane blokk.

Reglene 2.1-2.3 skal også gjentas så langt som mulig. Dersom innsidensmatrisa etter gjentatt bruk av reglene er redusert til dimensjon null, er settet av tilbakeføringsvariable funnet og

Figur 2: Regler for å sortere likninger og finne minimalt "feedback-set"

0: Lag den normaliserte og lineariserte modellens insidensmatrise

1: Sorter prolog og epilog ut av insidensmatrisa

- 1.1 Dersom rad **i** bare inneholder nuller er tilhørende variabel med **i** i prologen. Likningen hører til den rekursive blokken før modellens simultane blokk (Den er presimultan). Registrer variabel **i** på første ledige plass i den nye og reorganiserte variabelvektoren. Stryk rad og kolonne **i**.
- 1.2 Dersom kolonne **i** bare inneholder nuller er tilhørende variabelen med **i** i epilogen. Likningen hører til den rekursive blokken etter modellens simultane blokk (Den er postsimultan). Registrer variabel **i** på siste ledige plass i den nye og reorganiserte variabelvektoren. Stryk rad og kolonne **i**.

2: Finn variablene som sikkert er simultanitetsbærende

- 2.1 Dersom element **i** i hoveddiagonalen er forskjellig fra null bærer variabelen simultanitet. Registrer variabelen og stryk **i**-te rad og kolonne.
- 2.2 Dersom kolonne og rad **i** bare inneholder nuller, skal begge strykes.
- 2.3a Dersom rad **i** inneholder bare nuller unntatt i kolonne **j**, så skal **i**-te kolonne legges til **j**-te kolonne (boolsk addisjon), og **i**-te rad og kolonne strykes.
- 2.3b Dersom kolonne **i** inneholder bare nuller unntatt i rad **j**, så skal **i**-te rad legges til **j**-te rad (boolsk addisjon) og **i**-te rad og kolonne strykes.
- 2.4 Dersom alle diagonalelementer er null og alle rad- og kolonnesummer er større en 1, så finn den **i** som har **størst produkt av kolonne- og radsum**; inkluder variabel **i** i feedback-settet og stryk **i**-te rad og kolonne.

3: Organiser simultan blokk.

- 3.1 Plasser tilbakeføringsvariablene bakerst i den simultane blokken, det vil si rett foran epilogen i den reorganiserte variabelvektoren.
- 3.2 Lag insidensmatrisa for resten av variablene i den simultane blokken. Bruk reglene i Steg 1 til å sortere dem. Den sorterte vektoren settes inn i den reorganiserte vektoren umiddelbart etter prologen.

minimalt. Dersom dimensjonen er større enn null må minst en av de gjenværende variablene høre til settet. Don og Gallo (1987) foreslår regel 2.4 for å velge den første tilleggsvariabelen til settet. Regelen brukes for å velge **en** variabel, deretter fortsettes det med regel 2.1-2.3. Om nødvendig bruker en så igjen regel 2.4 og så videre.

I steg 2 er den simultane blokken delt i de simultanitetsbærende og de øvrige simultane variablene. Den simultane blokken lar seg da enkelt sortere med reglene i steg 3.

Regel 2.4 er som nevnt et forslag, og er utviklet blant annet for å kunne skrive effektive dataprogrammer for likningssortering. Det garanterer at dimensjonen av insidensmatrisa til slutt blir redusert til null. Intuisjonen med regelen er at variabelen som inkluderes i settet av tilbakeføringsvariable er med i mange forklarende kjeder, og dermed har stor sannsynlighet for å være med i det minimale settet. Alle variable som blir funnet å bære simultanitet etter bruk av regel 2.4 er betinget av dette valget (disse valgene).

Et alternativ til regel 2.4 ville være å gjennomløpe alle mulige alternativer. Først finner en de sikre tilbakeføringsvariablene etter regel 2.1-2.3. Deretter antas det etter tur at hver av de gjenværende variablene hører til det minimale settet og reglene 2.1-2.3 brukes så langt de rekker. Om nødvendig må en gjenta denne prosedyren på det som nå er de gjenværende variablene etter tur. Normalt vil en søke etter minimale sett, og de finnes ved å eliminere de sett som har mer enn det minste antallet variable. Dersom blokken som gjenstår etter første gangs bruk av regel 2.1-2.3 har en viss størrelse, vil det ikke være praktisk mulig å gjennomføre dette søket for hånd. Det vil kreve betydelige dataressurser.

En kan imidlertid forenkle prosessen noe ved å starte med en redusert modell der en har et kjent og sikkert sett tilbakeføringsvariable. Til denne modellen kan en så legge til en og en likning, og hver gang det oppstår kausale kjeder som ikke inkluderer de kjente tilbakeføringsvariablene er det sikkert at *en* ny variabel må inkluderes i det minimale settet. Ved å bygge opp modellen gradvis på denne måten kan en finne fram til alternative minimale sett.⁸

⁸Denne prosedyren er foreslått av Gilli og Rossier (1981) og brukes av Gilli og Shell (1986) i TROLL-programmet CAUSOR. Den er dermed brukt i analysen av RIMINI i kapittel 5, slik at settene av tilbakeføringsvariable som blir presentert der, er minimale.

3. Anvendelser til å forenkle løsningsalgoritmer

Med bruk av teorien for hvordan likningene kan sorteres effektivt, kan vi nå vise anvendelsene for å forenkle løsningsalgoritmene. Det er vanlig å bruke enten Gauss-Seidel eller Newton algoritmer i numerisk modelløsning.

Gauss-Seidel algoritmen består i en stadig oppdatering av y_t ved gjentatt innsetting i likningssystemet der forrige rundes løsninger for den endogene variable benyttes. Formelt kan det skrives

$$y_t^{i+1} = _ (y_t^i, \dots, y_{t,j}, X)$$

og en starter algoritmen med en eller annen y_t^0 . Den kan for eksempel være løsningen (eller observert verdi) fra foregående periode, dvs y_{t-1} . Oppdateringen av y_t når endringen fra en iterasjon til den neste er mindre enn en eller annen iterasjonsgrense δ , dvs når

$$|y_t^{i+1} - y_t^i| \leq \delta$$

Den største fordelen med Gauss-Seidel algoritmen er at den er svært enkel og ikke egentlig trenger programmering. Den brukes derfor i regnearkprogrammer for PC-er når de tillater sirkulære referanser. Den kan imidlertid ha langsom konvergens slik at den krever mange iterasjoner. Det viser seg i praksis at algoritmen kan komme til divergere slik at den overhode ikke nærmer seg løsningspunktet, og den kan også gå i sirkler rundt løsningen uten å finne fram.⁹

Newton algoritmen består også i en stadig oppdatering av y_t . Her bruker en imidlertid den deriverte av vektorfunksjonen (Jacobi-matrisen) til å angi retningen på oppdateringen som skjer med små skritt dy_t . Formelt kan algoritmen skrives

$$y_t^{i+1} = y_t^i - [\partial _ (y_t^i, \dots, y_{t,j}, X) / \partial y_t]^{-1} dy_t$$

Newton algoritmen må også starte fra en eller annen y_t^0 , og kriteriet på konvergens er som for Gauss-Seidel algoritmen.

⁹Forsøk på å bruke Gauss-Seidel algoritmen i TROLL til å simulere norske modeller (dvs KVARTS og RIMINI) har slått feil. Modellene har divergert eller ikke konvergert sjøl med et stort antall iterasjoner, jamfør drøftinga av problemene med numerisk konvergens av KVARTS i Don (1990).

Både for Gauss-Seidel og Newton algoritmen kan konvergenzkriteriet δ enten være absolutt eller relativ, og den kan være forskjellig for ulike elementer i vektoren y_t .

Fordelen med Newton algoritmen er at den utnytter mer informasjon. Bruken av den deriverte gir sikkerhet for bevegelse mot løsningspunktet og gjør det nødvendig med færre iterasjoner. Ulempen med algoritmen er at den er vesentlig mer komplisert beregningsteknisk siden Jacobi-matrisen må kalkuleres og inverteres. Dersom simultan blokk er av en viss størrelse, innebærer dette invertering av ei stor matrise.

Vi har over vist en teknikk for å sortere likningene på en logisk måte. Slik sortering vil innebære fordeler for begge algoritmene. Begge algoritmene vinner indre konsistens ved at en fullfører prologen før en begynner på de simultane variablene og ikke begynner på epilogen for en har konvergens for simultan blokk. Gauss-Seidel algoritmen må antas å vinne effektivitet under simuleringa av simultan blokk ved at alle tilbakeføringsvariablene oppdateres til sist slik at de øvrige simultane variablene blir konsistente i hver iterasjon.

For Newton algoritmen er den potensielle gevinsten større. La oss se på en partisjon av y i (y_1, y_2, y_3, y_4) (prolog, simultan utenom feedback-sett, feedback-sett, epilog). Her er y_1 og y_4 uinteressante fordi de bestemmes ved enkel innsetting. For y_2 og y_3 gjelder følgende reviderte funksjoner.

$$y_2 = \varphi_2(y_2, y_3) = \varphi_2^*(y_3)$$

$$y_3 = \varphi_3(y_2, y_3) = \varphi_3(\varphi_2^*(y_3), y_3) = \varphi_3^*(y_3)$$

Den første omskrivingen er gyldig fordi y_2 definisjonsmessig er rekursiv i settet tilbakeføringsvariable. Dette kan utnyttes til en drastisk reduksjon antallet variable i φ_3 -funksjonen. Newton algoritmen kan dermed anvendes på y_3 , og en trenger bare den inverse av den tilhørende (og mye mindre) Jacobi-matrisen.

Don og Gallo (1987) sammenlikner kostnadene ved simulering av en rekke modeller og finner at til tross for kostnadene ved å invertere Jacobi-matrisen numerisk, bruker Newton algoritmen minst maskinressurser når en utnytter kunnskapene om tilbakeføringsvariablene. Også Gauss-Seidel algoritmen blir mer effektiv ved å utnytte sorteringsreglene her. Det norske makroøkonomiske modellmiljøet bruker programsystemet TROLL. I sin modellanalyse lager det en analyttisk invertert Jacobi-matrise. Da blir marginalkostnaden ved å bruke Newton algoritmen den samme som ved å bruke Gauss-Seidel algoritmen, samtidig som en unngår problemene med langsom iterasjon og mulig divergens.

4. Eksempel: IS-LM modell for åpen økonomi

Her blir det vist hvordan reglene for likningssortering virker på en versjon av IS-LM. Modellen er vist i figur 3, og notasjonen er standard. Ettersom modellen er kjent og poenget *ikke* er modellens innhold, blir modellen ikke forklart. Etter reglene for å finne beste likningssortering er modellen linearisert og normalisert. Når modellen er skrevet på matrisform blir de usorterte koeffisient- og insidensmatrisene for modellens endogene variable som i figur 4.

Av matrisene ser en at fjerde rad bare inneholder nuller, og etter regel 1.1 kan eksporten skilles ut som prologen. Tilsvarende er det bare nuller i kolonne ni, og sysselsettinga som fastsettes i makro produktfunksjonen kan dermed skilles ut i epilogen etter regel 1.2. I alle gjenværende linjer og kolonner er det etter dette minst et element forskjellig fra null, og vi

Figur 3: Normalisert og linearisert IS-LM modell for åpen økonomi

$$\begin{aligned}
 R &= C + I + G + A - B \\
 C &= c_0 + c_1 R - c_1 T \\
 I &= i_0 + i_1 r \\
 A &= a_0 + a_1 X \\
 B &= b_0 + b_1 R \\
 T &= t_0 + t_1 R \\
 r &= l_0 + l_R R - l_M M \\
 M &= (G-T) + (A-B) + F - (H-H_0) + M_0 \\
 N &= n_0 + n_1 R
 \end{aligned}$$

Figur 4: Usortert insidensmatrise

R	0	1	1	1	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	1	0	0	0
I	0	0	0	0	0	0	1	0	0
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0	0
T	1	0	0	0	0	0	0	0	0
r	1	0	0	0	0	0	0	1	0
M	0	0	0	1	1	1	0	0	0
N	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	R	C	I	A	B	T	r	M	N

har dermed funnet hele prologen og hele epilogen.¹⁰ De øvrige likningene inngår i modellens simultane blokk, og reglene for å finne fram til sikre tilbakeføringsvariable skal dermed tas i bruk. Kriteriene for bruk av regel 2.3b er oppfylt for kolonne 2, og etter den boolske addisjonen i regel 2.3b (som forøvrig svarer til å sette inn fra konsumfunksjonen i generaløkosirken) kommer regel 2.1 til anvendelse for linje en. Brutto nasjonalprodukt som bestemmes i første likning bærer følgelig simultanitet. Den er dermed kategorisert, og etter reglene kan da linje og kolonne en strykes. Etter reglene finner en da at de øvrige simultane likningene kan strykes i tur og orden slik at R er den eneste tilbakeføringsvariabelen. Etter regel 3.1 plasseres R bakerst i den simultane blokken, mens de øvrige likningene i den simultane blokken sorteres som forklart i regel 3.2. Den den sorterte insidensmatrisa blir da som vist i figur 5.

For numerisk løsning av IS-LM modellen innebærer dette at innsetting i funksjonene gir en likning i R som bestemmer R. Jacobi-matrisen som skal inverteres reduseres til dimensjon 1. Det skulle være et svært oversiktlig problem.

Når det gjelder forklaring av det indre av IS-LM modellens simultane blokk, viser insidensmatrisa hvordan simultaniteten i modellen bæres av R. Om en med en Gauss-Seidel algoritme har startverdien R^0 for R og løser likningene i rekkefølgen gitt gjennom den sorterte insidensmatrisa, er alt konsistent til vi kommer til likningen for R. Der blir R løst som endogen og R^1

Figur 5:	Sortert insidensmatrise									
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
T	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
M	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
r	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
I	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
C	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
R	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0
N	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
	A	B	T	M	r	I	C	R	N	

¹⁰Prologen ville blitt lenger om en bygde opp indikatoren for eksportetterspørsel ved en sammenveing av etterspørselen fra en rekke markeder, for eksempel $X = \sum_i \alpha_i X_i$. Epilogen ville blitt lengre om en føyde til en arbeidsledighetsrelasjon, for eksempel $U = N^* - N$.

vil i det generelle tilfellet avvike fra R^0 . Den nye verdien (R^1) løftes inn i systemet gjennom søylen i insidensmatrisen, og nye beregninger må gjøres. Det er med andre ord R som bærer all simultanitet i systemet slik at alle sirkulære forklaringskjeder inneholder denne variabelen.

Denne modellen er særlig enkel med en simultanitetsbærende variabel. Dette gir opphav til enkle grafiske framstillinger av modellen. De to mest brukte er IS-LM diagrammet og generaløkosirken med etterspørselskomponentene. Det kan lages flere. Poenget er at en likevekt for R langs den ene akse bestemmer hele modelløsningen fullt ut. Vi har jo nettopp vist hvordan samtlige simultane variable kan finnes gjennom rekursiv innsetting når den simultanitetsbærende variabelen er forklart.

Det er ikke vanskelig å lage modeller med mer kompliserte kausale strukturer, spesielt modeller med flere simultanitetsbærende variable. En enkel utvidelse av Keynes-modellen, er å la importen avhenge av sluttbrukskomponentene heller enn nasjonalproduktet. Det innebærer at den opprinnelige importfunksjonen

$$B = b_0 + b_1 R$$

erstattes av

$$B = b_0 + b_C C + b_I I + b_G G + b_A A .$$

Modellen vil da blant annet inneholde følgende to uavhengige sirkulære forklaringskjeder

$$\begin{aligned} B &\rightarrow M \rightarrow r \rightarrow I \rightarrow B \\ R &\rightarrow C \rightarrow R \end{aligned}$$

og dette innebærer, som forklart til slutt i avsnitt 2, at minst en av variablene B , M , r , I må defineres som simultanitetsbærende i tillegg til R .

5. Kausalitet i RIMINI 3.0

5.1 Innledning

Det metodiske apparatet som nå er forklart vil i dette avsnittet bli brukt til å analysere den kausale strukturen i RIMINI.¹¹ RIMINI 2.5 er den operative versjonen av kvartalsmodellen RIKMOD som utvikles i Utredningsavdelinga i Norges Bank og brukes blant annet til studier av alternative økonomiske forløp på mellomlang sikt slik de publiseres to ganger årlig i Norges Banks kvartalsvise konjunkturoversikter. RIMINI 2.5 inneholder økonomiske relasjoner som forklarer en rekke etterspørselskomponenter som privat konsum, store deler av investeringene, eksporten og importen. Dessuten forklares lønns- og prisdannelsen, sysselsetting og ledighet og viktige deler av husholdningenes inntekt og formue i økonomiske relasjoner. Her analyseres versjon 3.0 som også inneholder finansøkosirk for tre sektorer (offentlig forvaltning, husholdningene og utlandet). Det antas at versjon 3.0 vil bli den operative i løpet av 1994.

Den primære problemstillinga er å forståelse av hvordan modellen "forklarer", og framstillinga konsentreres om en dynamisk versjon av modellen. Den detaljerte opplistingen av resultatene fra kausalanalysen er gjort i vedlegget. Der er en minimal kausalanalyse av den statiske modellversjonen tatt med som punkt 1, mens resten av vedlegget er viet resultatene fra den dynamiske analysen.

5.2 Analysen av hele RIMINI

RIMINI 3.0 har tilsammen 241 endogene variable. Den dynamiske versjonen av kausalanalysen er lagd ved boolsk summering av matrisene $M_0 + \dots + M_8$. Ettersom modellens største lag er på 8 perioder er dermed alle intertemporære sammenhenger inkludert. Den dynamiske kausalanalysen gir ikke en så enkel struktur som vist i figur 1. En rimelig klassifikasjon av variablene i samsvar med den enkle framstillinga er at det er:

32	variable i prologen
115	variable i simultan blokk
94	variable i epilogen

Det er da sett bort fra at beholdningsrekneskap for real- og finanskapital gir simultane

¹¹Den nyeste publiserte dokumentasjon av RIMINI gjelder versjon 2.0 og er redigert av Brodin, Jansen og Nettet (1990). Nyere dokumentasjon finnes i interne notater og datautskrifter, jf bl.a. Nymoene (1994a) og Eika et al (1994a, 1994b).

blokker innen prolog og epilog. Prologen kan deles i 22+2+2+6 likninger med to simultane blokker som hver har to likninger. Der bestemmes kapital og depresiering for et par kapitalarter simultant. Epilogen kan deles i 54+9+13+7+11 likninger med to simultane blokker med henholdsvis ni og sju likninger. I dem bestemmes nettosparing, netto finansinvestering og netto finansformue m.v. for et par sektorer simultant. Hver av de simultane blokkene i prolog og epilog har en simultanitetsbærende variabel. Det er ikke entydig hvilke variable som skal kalles simultanitetsbærende, men en mulighet er:

KBOL	Boligkapitalen i faste priser
KO	Offentlig konsumkapital i faste priser
NS70	Utlandets netto sparing, løpende priser
NS01	Offentlig sektors netto sparing, løpende priser

Analysen av disse blokkene blir ikke ført videre.¹²

Den egentlige simultane blokken har 21 tilbakeføringsvariable. Fjorten variable inngår alltid i det minimale settet, og det er alternative kombinasjoner av tilsammen fjorten variable der sju inngår i de minimale settene. Et sett er valgt ut for videre analyse. Det kunne være interessant å velge blant de 27 settene etter en analyse av hvilken sett som gir enklest teoretisk tolkning e.l. Det er imidlertid valgt med et rent teknisk kriterium, og settet som er valgt ut maksimerer summen av variabelforekomster i disse 27 settene.¹³ Kriteriet innebærer at det antas at variable som inngår i mange sett, er mer sentrale i modellen enn de som inngår i færre sett.

Settet som blir studert nærmere er vist i figur 6. Definisjonsmessig kan alt opphav til simultanitet i RIMINI 3.0 bæres av disse variablene, og dersom disse 21 variablene (pluss de fire i prolog og epilog) er kjent, er resten av modellen rekursiv.

En reduksjon til 21 variable i det minimale settet med simultanitetsbærende variable viser at det er mye simultanitet i RIMINI. Et så stort minimalt sett gir begrenset mulighet for å lage enkel grafikk ettersom komplette løsninger bare kan beskrives i eukliske rom med mer enn 21 dimensjoner.

¹²De simultane systemene innen prolog og epilog viser at det kan være en forenkling å dele strukturen i modeller i tre. Det er vanlig at økonomiske modeller har en stor simultan blokk, og forenklingen som gjøres her er uskyldig ettersom det økonomiske innholdet i de simultane blokkene innen prolog og epilog er beskjedent.

¹³Alle settene med rangering er gjengitt i vedleggstabell 1. Settet er ikke entydig bestemt ettersom et alternativt sett med samme rangering finnes ved å erstatte ZYIBA med REGLED (Registrert arbeidsledighet).

Figur 6: Minimalt sett tilbakeføringsvariable for RIMINI 3.0

De 7 stjernemerkede er ett av 27 mulige sett, mens de 14 øvrige er sikre.

M		1	Ø	BUO	Import utenom råoljeimport
M	3	1	Ø	CP *	Privat konsum
K				DEPKIBA	Kapitalslit, industri, bygg og anlegg
H	1	1	Ø	HUSHL	Husholdningenes totale lån
H				I.VN50	Overføringer til husholdningene
I	2	3	Ø	JIBA *	Bruttoinvestering i fast realkapital, industri, bygg og anlegg
T	1	4	Ø	JTV *	Bruttoinvestering i fast realkapital, privat tjenesteyting og varehandel
K	2			KTV	Fast realkapital i privat tjenesteyting og varehandel
M				LY	GDP i markedspris
S	3			NW *	Sysselsatte lønnstakere
M				PAUK	Prisindeks, utekonkurrerende eksport
M	4	2	Ø	PBI *	Prisindeks for import av industrivarer
H	1	2	Ø	PH	Prisindeks for boligformuen.
S	3			TOTLED	Registrerte ledige og personer på tiltak
I	9			WCIBA	Total timeverkskostnad i industri, bygg og anlegg
I	1			XIBA	Sektorprodukt, industri, bygg og anlegg
M				Y *	GDP i faste priser
H				YHBP	Husholdningenes skattbare inntekt
H	3			YHP	Husholdningenes disponible inntekt
I	8	0	Ø	ZYIBA*	Produktivitet i industri, bygg og anlegg
T	2			ZYTV	Verdiskaping per timeverk i tjenesteyting og varehandel

Kol 4: Ø - Fastsatt i økonometriske relasjoner

Kol 3: Antall tilbakeføringsvariabel som forklarer denne

Kol 2: Antall økonometriske relasjoner denne forklarer i

Kol 1: Hvor i modellen hører variabelen hjemme

K - systemer for depresiering og kapitalbeholdning

H - rekneskapen for husholdningssektoren

S - rekneskapen ledighet og sysselsetting

I - økosirk for "Industri, bygg og anlegg"

T - økosirk for "Privat tjenesteyting og varehandel"

M - pris- og kvantumsøkosirken for makroøkonomiske variable

Det er grunn til å studere nærmere hva slags variable som er bærere av simultanitet. Noen forsøk på kategorisering er vist i tabell 6. Av de 31 variablene som bestemmes i viktige Økonometriske relasjoner¹⁴ er åtte med i det minimale settet (kolonne 4). I relasjonene for alle utenom en av disse åtte variablene inngår minst en annen tilbakeføringsvariabel som forklarende (kolonne 3). Femten av tilbakeføringsvariablene inngår som forklarende variabel i mellom en og ni viktige økonometriske relasjoner (kolonne 2).

En annen kategorisering gjelder hva slags bokholderi variablene primært inngår i. Det er markert med bokstavkode i kolonne en. To av variablene hører til systemer for depresiering og *K*apitalbeholdning slik det også var eksempler på i prologen. Fem hører til rekneskapen for *H*usholdningssektoren. To er rekneskapsvariable i systemene for ledighet og *S*yssetting, seks inngår i pris- og kvantumsøkosirken for henholdsvis "*I*ndustri, bygg og anlegg" og "*P*rivat *T*jenesteyting" og de seks siste inngår i pris- og kvantumsøkosirken for *M*akroøkonomiske variable.

Dette kan ses på som en formell bekreftelse på at kjernen i RIMINI er husholdningenes tilpasning (inntekt, konsum, låneopptak og boligpriser) og produsentatferden (produksjon, investering, sysselsetting og lønnsfastsetting) i sektorene "*I*ndustri, bygg og anlegg" og "*P*rivat tjenesteyting". Gjennom ulike rekneskapsammenhenger impliserer dette at sentrale makrovariable som sysselsetting, BNP-prisindeks, BNP og andre makrostørrelser for priser og kvantum får en sentral stilling i modellen.

5.3 Noen resultater fra analyse av subsystemer

Det er mulig å gå lenger i kausalanalysen enn det som hittil er vist. Til nå er de simultanitetsbærende variablene karakterisert og det er påpekt at om en kjenner alle 21 er modellen forøvrig rekursiv. Dette innebærer ei betinging med hensyn på *alle* variable som er sentrale i modellen i den forstand det er definert i kausalanalysen. Det er imidlertid mulig å betinge med hensyn på *noen* av de simultanitetsbærende variablene for å se hvilket gjenværende simultane system en da vil stå overfor. Det er imidlertid mange muligheter til å betinge på en eller flere av tilbakeføringsvariablene.

Det er åpenbart 21 muligheter for å betinge med hensyn på *en* eller med hensyn på *tjue* av tilbakeføringsvariablene. Skal en betinge med hensyn på *to* eller med hensyn på *nitten*

¹⁴Nymoene (1994a) bruker termen "Key Econometric Relationships" for å avgrense seg mot "Technical Relationships".

variable er det 210 forskjellige kombinasjoner av variable en kan studere. Med bruk av formelen for binomialkoeffisienten kan en fort konstatere at det neppe er mulig å studere alle mulige kombinasjoner.¹⁵ I vedlegget er de 21 tilfellene der en pakker ut all simultanitet med unntak for den som bæres av *en* tilbakeføringsvariabel vist, og her kommenteres noen typiske eksempler samtidig som det trekkes noen konklusjoner om uløste problemer etter denne analysen.

Analysen lokaliserer flere små undersystemer som likner på de simultane systemene i prolog og epilog i det dynamiske tilfellet.¹⁶ Det ville være mulig å eliminere disse systemene ved høvelige omskrivninger av modellen slik at en fikk eliminert en tilbakeføringsvariabel fra den simultane blokken.¹⁷ Færre tilbakeføringsvariable, gir en betydelig reduksjon i størrelsen på det gjenværende problemet. Til tross for denne betydelige reduksjonen vil det likevel ikke være praktisk mulig å analysere alle kombinasjoner av muligheter.

Analysen viser også hvilke variable som henger sammen for en likevektsbestemmelse av den enkelte simultanitetsbærende variabel når vi tar de andre for gitt. Dette kan i prinsippet gi opphav til forenklete framstillinger som for eksempel de vi er vant til ved likevekt i den enkle IS-LM modellen. En gjennomgang av likevektsbestemmelsen for de sentrale variablene kunne dessuten tenkes å gi en formell kontroll på at de teoretiske resonneringer en har gjort om likevekt i de enkelte markeder er riktig. Mulighetene og problemene kan illustreres ved å se på subsystemene som bestemmer "*Bruttoinvestering i fast realkapital*" i "*Industri, bygg og anlegg*" og "*Privat tjenesteyting og varehandel*".¹⁸

Ved siden av den simultanitetsbærende variabelen inngår innenlandsk anvendelse, en etterspørselsindikator, ulike aggregater av bruttoinvestering, sysselsetting og timeverk. Det er slående at de to subsystemene inneholder så godt som identiske forklarende og forklarte

¹⁵Binomialkoeffisienten finnes bl.a. i Berck and Sydsæter (1991), formel 7.23. Bruk av denne formelen overvurderer mulighetene i praksis. Som eksempel kan det nevnes at om en betinger med hensyn på nitten variable, vil det i mange tilfelle vise seg at en får to forskjellige subsystemer. Subsystemene kan inngå i en rekursiv kjede, men de kan også være uavhengige av hverandre. De to subsystemene vil da være identiske med systemer analysert med betingning på tjue tilbakeføringsvariable.

¹⁶Se for eksempel subsystemene i vedleggets pkt 3.3, 3.4, 3.8, 3.16 og 3.19.

¹⁷En slik omskriving er mulig i kausalanalysen, men ikke i praktisk modellbruk. En måtte f.eks. erstatte DEPressiering med $f_{DEP}(KAPitalbeholdning,..)$ alle steder og tabellproduksjon basert på modellvariable ville i det minste bli vanskeligere.

¹⁸Se subsystemene i vedleggets pkt 3.6 og 3.7.

variable. Dette bekrefter at en teoretisk beskrivelse av de økonomiske mekanismene i modellen i *vektor*form, vil være vesentlig mer kompakt enn de 241 likningene vi trenger i en numerisk simulering av modellen. Men en slik vektorrepresentasjon vil ikke kunne gi svar på hvorfor den enkelte variable får den numeriske verdi de får.

Vi kan også sammenholde subsystemene med variablene som inngår i de økonometriske relasjonene som bestemmer investeringene slik det er gjort i figur 7.¹⁹ I den økonometriske

Figur 7: Sammenlikning av subsystem og økonometrisk likning

Subsystemet som ikke betinger på bruttoinvestering, industri, bygg og anlegg		
	JIBA	Bruttoinvestering i fast realkapital, industri, bygg og anlegg
	ANVEND	Innenlandsk anvendelse, faste priser
	DEMIBA.1	Etterspørselsindikator 1, faste priser
	J	Bruttoinvestering i alt, faste priser
	JP	Privat bruttoinvestering, faste priser
	JPUOS	Privat bruttoinvestering utenom olje og skipsfart, faste priser
	NWIBA	Sysselsatte lønnstakere, industri, bygg og anlegg
	NWTV	Sysselsatte lønnstakere, privat tjenesteyting og varehandel
	TWIBA	Lønnstakertimeverk, industri, bygg og anlegg
Variable i økonometrisk likning for bruttoinvestering, industri, bygg og anlegg		
Endogene:	JIBA	Bruttoinvestering i fast realkapital, industri, bygg og anlegg
	UTOT	Total ledighetsrate
	KIBA	Fast realkapital i industri, bygg og anlegg
	XIBA *	Sektorprodukt, industri, bygg og anlegg
	PYIBA	Deflator for verdiskaping, industri, bygg og anlegg
	PBP	Prisindeks, boliger
	PJBOL	Deflator for bruttoinvestering i boliger
	WCIBA*	Total timeverkskostnad i industri, bygg og anlegg
	ZYIBA*	Produktiviteten i industri, bygg og anlegg
Eksogene:RS		Tre måneders euro-kronerente
		Dummyvariable

¹⁹Jf Nymoens (1994a) tabell 8 og 9.

relasjonen er forklarende variable ledighetsraten, beholdningen realkapital, sektorproduktet, ulike pris-, kostnads- og produktivitetsmål og en rentesats. En rekke av de forklarende variablene er tilbakeføringsvariable og ingen av høyresidevariablene finnes igjen i subsystemet som ikke betinger med hensyn på bruttoinvesteringene. Som påpekt er de sentrale endogene variablene viklet tett inn i hverandre i kjernen av modellen. Når vi bryter opp sammenhengene gjennom alle tilbakeføringsvariable utenom en, kan en derfor bli sittende igjen med et subsystem som er en slags kausalkjede for de minst sentrale sammenhengene i modellen. Det kan derfor være begrenset hvilken nytte en kan ha av å studere slike subsystemer.

En gjennomgang av subsystemene kan også vise mer om hvor sentrale en del av variablene som ikke er simultanitetsbærende er. Det kan her nevnes to poenger.

- Det vil vise seg at en del av de simultane variablene, ikke blir med i noen av blokkene som framkommer når alle unntatt *en* av de simultanitetsbærende variablene er løst opp.²⁰ Per definisjon inngår alle simultane variable i kausale kjeder med simultanitetsbærende variable, og kjedene disse variablene er med i, inneholder dermed alltid minst *to* simultanitetsbærende variable. Det kan dermed hevdes at disse variablene er særlig sentralt pakket.
- Variable som inngår i en rekke av de 21 simultane undersystemene har også en sentral stilling. I analysen av RIMINI er det funnet variable som inngår opptil ni ganger. Variable som inngår en rekke steder er sentrale, men likevel mindre sentrale enn tilbakeføringsvariablene som bærer simultaniteten i systemet. Når de har mange inn og utgående forbindelser i modellen, bidrar de imidlertid betydelig til simultaniteten i systemet.²¹

Disse to observasjonene er formelt forskjellige, men likevel er det en nær reell sammenheng. De viser begge at simultaniteten i modellen er så omfattende at sjøl om vi skulle være villige til å betinge med hensyn på de fleste simultanitetsbærende variablene, har vi problemer med hvilket subsystem (hvilken delmodell) vi skal bruke til å bestemme en rekke variable. Noen forblir ubestemt mens andre blir overbestemt.

²⁰Se vedleggets pkt 3.22.

²¹Se opplisting i vedleggets pkt 3.23. Det kan bemerkes at tre av variablene som inngår mange ganger er simultanitetsbærende i forskjellige av de 26 settene som ble valgt bort etter kriteriene det er gjort greie for. Det er NWTV, REGLED og WOTVJ. Som det framgår av vedleggets tabell 1 er disse variablene gjensidig utelukkende i de minimale settene, slik at bare en av dem samtidig kunne vært med som simultanitetsbærende.

Det er tidligere sagt at RIMINI 3.0 i sin dynamiske utforming har 115 variable i simultan blokk. Av dem er 21 identifisert som tilbakeføringsvariable. Av de øvrige er 34 overbestemt, mens 16 er ubestemt i subsystemene som betinger med hensyn på 20 av 21 tilbakeføringsvariable. Det gjenstår dermed 44 variable som er entydig bestemt i subsystemene.²² Disse variablene er dermed bare forbundet med resten av modellen gjennom effekter som går fra den egne til de øvrige tilbakeføringsvariablene, og for disse variablene skulle bruk av submodeller ha størst sjanse til å være vellykket.

5.4 Simultanitet, en stor eller mange små modeller

Analysen over gir også grunn til å reflektere noe over spørsmålet om det trengs en "stor" makromodell, eller om en kan klare seg med en rekke partielle modeller som er skreddersydd til å besvare enkelte problemstillinger. Det er trivielt at variable som bestemmes i prolog eller epilog ville kunne isoleres til små modeller. Submodellen for variable i prologen ville kunne avhenge av andre variable tidligere i prologen, mens submodellen for variable i epilogen ville være betinget av løsningen av den simultane blokken. Det interessante spørsmålet gjelder isolasjon av subsystemer i modellens simultane blokk.

Med de økonomiske mekanismene er beskrevet i RIMINI, må en betinge med hensyn på løsningsverdien for en rekke sentrale variable for å komme fram til noenlunde oversiktlige systemer av likninger. *Skal skiftanalyser en gjør i småsystemene gi samme resultat som analysen av den store modellen, forutsettes det at variablene en betinger med hensyn på ikke påvirkes av skiftet.* De økonomiske mekanismene som virker i RIMINI knytter mange tilbakeføringsvariable tett sammen. Som et generelt utsagn er det vanskelig å tenke seg at en tilbakeføringsvariabel skulle kunne forandres uten at også de øvrige endres. Betinging ned til små oversiktlige modeller vil derfor generelt innebærer at en ser bort fra sammenhenger det er funnet empirisk støtte for i arbeidet med RIMINI. Dette tyder på at å erstatte RIMINI med partielle modeller innebærer underforbruk av kunnskap.²³

²²Jf. vedleggstabell 3 og punkt 3.24.

²³En kan likevel finne det ønskelig å nøye seg med små modeller fordi store modeller er dyre i drift. Kostnadene kan være vel så store ved å drive en rekke små modeller som tilsammen skal si noe om det en sier noe om med en stor modell. For eksempel vil en ha en helhetlig tilnærming til datagrunnlaget med en stor modell. Erfaringene med databasene til RIKMOD (RIKDAT og FINDATR) gir entydig støtte til at det er betydelige stordriftsfordeler ved produksjon av dataserier i et helhetlig opplegg.

Analysen av RIMINI gir også grunn til å stille spørsmål om hvilke økonomiske sammenhenger som er kjent fra teori eller praksis som mangler i RIMINI? Det er trivielt å konstatere at enkelte sammenhenger mangler. Det har aldri eksistert en "komplett" økonometrisk makromodell og noen slik modell vil heller aldri komme til å finnes. Det vil for eksempel være økonomiske sammenhenger en kjenner eksistensen av som en ikke vil kunne klare å tallfeste tilstrekkelig godt til at en finner å kunne inkludere sammenhengene i modellen.

Det er likevel relevant å spørre hvorfor enkelte sammenhenger mangler i RIMINI. La oss ta utgangspunkt i de økonometriske relasjonene for bankenes utlåns- og innskottsrenter, jf Grønvik (1994). De forklares ved pengemarkedsrentene og relasjonene finnes i modellens prolog ettersom pengemarkedsrenta er eksogen i modellen. Det er forøvrig også valutakursen. Rentene bidrar til å forklare realinvesteringer og inntekter. Tilsvarende bidrar valutakursen gjennom eksport- og importpriser til å forklare innenlandske priser og etterspørsel. Om modellen hadde inneholdt en sammenheng fra realøkonomi og prisutvikling på den ene sida, til valutakurs og renter på den andre, ville det oppstått en kausal kjede og modellens simultane blokk ville blitt større.

Sammenhengen mellom renter og valutakurs på den ene sida og prisutvikling og realøkonomi på den andre er sentrale i dagens debatt om målet for pengepolitikken og vurderingen av om det er ønskelig med en uavhengig sentralbank.²⁴ Uavhengig av argumentene for å ta med eventuelle slike likninger i modellen, må det kunne hevdes at mangelen på slike sammenhenger er et argument for at modellen ikke er så stor som den burde være.

Allerede i dagens modell er det sterk indre avhengighet mellom de simultanitetsbærende variablene. En sammenheng mellom renter og valutakurs og prisutvikling og realøkonomi, vil pakke sammen modellen ytterligere. En utvidelse kan gi en ny tilbakeføringsvariabel, men uavhengig av dette vil den indre avhengigheten i modellkjernen øke. Dersom en av relasjonene for tilbakeføringsvariablene skjærer ut, er det grunn til å frykte at alle de simultanitetsbærende variablene vil skjære ut, og gjennom strukturen i den simultane blokken vil dette forplante seg videre ut i hele modellens simultane blokk. Modellen blir ikke derfor bedre enn den dårligste av disse sentrale relasjonene. Det er derfor særlig viktig med kvalitetssikring av de sentrale økonometriske relasjonene i modellen, og det er også et argument når en skal vurdere om modellen eventuelt skal utvides.

²⁴Jf Norges Bank (1994) og Vikøren (1994).

6. Konklusjoner

I dette notatet er det gjort rede for en metode for å avdekke strukturen i store simultane modeller, og det er vist hvordan dette både kan brukes til å forenkle numeriske modell-løsninger og til å avdekke modelleres indre forklarende struktur. Denne metoden er så brukt for å kartlegge den forklarende struktur i makromodellen RIMINI.

RIMINI inneholder mange tilbakeføringsvariable som ikke bare er sentrale i modellen i en teknisk forstand. Mange av dem er sentrale både ved å være forklart og forklare i viktige økonomiske relasjoner. Tilbakeføringsvariablene er helt sentrale for hele løsningen og modellen er følgelig sterkt avhengig av kvaliteten på relasjonene som bestemmer disse variablene. Forsøkene på å pakke ut simultaniteten i modellen gjennom å betinge med hensyn på alle utenom en av tilbakeføringsvariablene gir problemer med entydighet for en rekke variable som inngår i flere subsystemer og med ubestemtthet for variable som inngår i subsystemer som inneholder minst to tilbakeføringsvariable.

Det opprinnelige spørsmålet var om vi kan forklare det som skjer i den svarte boksen en makroøkonomisk modell kan være. Her er det vist at et sett variable er særlig sentrale fordi de kan sies å bære simultaniteten i modellen. I RIMINI er settet forholdsvis stort fordi modellen inneholder mye simultanitet. Det er likevel vesentlig mindre enn modellens simultane blokk, og for forståelse og evaluering av modellen vil det være til hjelp å kjenne hvilke variable som inngår i settet. Det gjør det enklere å lokalisere problemer i ei simulering. Alternativet til den formelle kausalanalysen er kartlegging gjennom bruk av teori og innsikt som vinnes gjennom erfaring med modelldrift. Dette er både nyttig og nødvendig, men en bør kunne føle seg sikrere på at eventuelle problemer er lokalisert når en har støttet seg på kausalanalysen.

Etter dette kan det være fristende å revidere modellbyggerens svar til modellbrukerens spørsmål omtrent slik:

Vi er enige om (1) bokholderiet og (2) de økonomiske relasjonene. Vi er begge enige om at (3) simuleringsprogrammet er riktig, og vi har (4) samme anslag på modellens eksogene variable. I prinsippet er dermed alt forklart. For å forstå kjernen i modellen, er det særlig viktig at vi studerer likevekt for tilbakeføringsvariablene. Med en god forståelse av det, burde forståelsen av resten være enkel. Da burde du kunne godta resultatet, og forstå bedre hvorfor $1+2+3+4=10$.

Om modellbrukeren er fornøyd med dette svaret? Ja, det er ikke godt å si.

Referanser:

- Berck, P. and K. Sydsæter (1991): *Economists' Mathematical Manual*. Berlin: Springer-Verlag.
- Brodin, A., E. S. Jansen og E. Nettet (red) (1990): "RIMINI. Teknisk dokumentasjon av en aggregert makroøkonometrisk modell". *Arbeidsnotat 1990/2*. Oslo: Norges Bank.
- Don, F.J.H. (1990): "Some issues in Solving Large Sparse Systems of Equations", *Journal of Economic Dynamics and Control 14*, 313-325.
- Don, F.J.H. and G.M. Gallo (1987): "Solving Large Sparse Systems of Equations in Econometric Models", *Journal of Forecasting 6*, 167-180.
- Eika, K., Ø. Eitrheim, R. Hammersland, R. Nymoen og R. Teige (1994a): "RIMINI30", TROLL-modellfil på maskinområdet KMODDATA. Norges Bank, Utredningsavdelinga. Oslo: 26 januar 1994.
- Eika, K., Ø. Eitrheim, R. Hammersland, R. Nymoen og R. Teige (1994b): "RIMINI - data definitions and sources", RIKMOD notat 65, Norges Bank, Utredningsavdelinga. Oslo: Februar 1994.
- Frisch, R. (1933): "Propagation Problems and Impulse Problems in Dynamic Economics". *Economic Essays in Honour of Gustav Cassel*. London: Georg Allen and Unwin.
- Gilli, M. and E. Rossier (1981): "Understanding Complex Systems". *Automatica 17*, 647-652.
- Gilli, M. and M. Shell (1986): "TROLL PROGRAM CAUSOR. (A program for the Analysis of Recursive and Interdependent Causal Structures.)" Technical Report TR-45 March 1986. Center for Computational Research in Economics and Management Science, Massachusetts Institute of Technology. Cambridge, Massachusetts.
- Granger, C. W. J. (1969): "Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods", *Econometrica 37*, 424-438.
- Grønvik, G. (1994): "Bankregulering og bankatferd 1975 - 1991." *Økonomiske doktoravhandlinger 21*, Oslo: Sosialøkonomisk institutt og *Norges Banks skriftserie 22*,

Oslo: Norges Bank.

Klein, L. R. (1983): *Lectures in Econometrics*. Advanced textbooks in Economics 22. Amsterdam: North Holland.

Kolsrud, D. (1992): "Stochastic Simulation of Rimini 2.0 - An Introduction to Stochastic Simulation of a macroeconomic Model." *Working Paper 1993/6*. Oslo: Norges Bank.

Lindbeck, A. (1966): "The method of isolation in Economic Statics - A pedagogical Note", *The Swedish Journal of Economics* 68, 148-165.

McElroy, F. W. (1978): "A Simple Method of Causal Ordering", *International Economic Review* 19, 1-23.

Norges Bank (1994): "Pengepolitikk under flytende valutakurser." Brev 19 april 1994 til Finansdepartementet. *Penger og Kreditt* 22, 119-129.

Nymoen, R. (1994a): "Chapter 3 Estimation results of key econometric relationships" Manuskript, Norges Bank, Utredningsavdelinga. Oslo: Februar 1994.

Nymoen, R. (1994b): "Hvorfor er makroøkonomiske framskrivninger så usikre?" *Arbeidsnotat 1994/6*. Oslo: Norges Bank.

Otsuki, M. (1971): "Oscillations in Stochastic Simulation of Linear Systems", *The Economic Studies Quarterly* 22, 54-71.

Simon, H. A. (1953): "Causal Ordering and Identifiability". In W. C. Hood and T. C. Koopmans eds: *Studies in Econometric Methods, Cowles Commission on Research 14*. Ch 3, 49-74. New York: John Wiley & Sons.

Vikøren, B. (1994): "Argumenter for og mot en uavhengig sentralbank". *Sosialøkonomen* 48 (9), 2-9.

Vedlegg: FORMELL KAUSALANALYSE AV RIMINI 3.0

1 Om CAUSOR og hva som er gjort

Programmet CAUSOR er lagt inn i TROLL som en egen programmodul. Den kan lese inn TROLL-modeller og avleder variabelsammenhengene i hver likning. Her kan en velge hvor mange tidslag en skal inkludere. Variabelsammenhengene settes så sammen til store insidensmatriser. Programmet åpner for å skille ut submodeller på flere måter, og en kan også leite fram minimale sett tilbakeføringsvariable. En spesielt interessant mulighet er det at alle variable kan deles i to, en for alle utgående, og en annen for alle inngående impulser. Da brytes simultaniteten som bæres av variabelen som deles, og en kan dermed "pakke ut" simultaniteten i modellen.

I analysen her er først modellen lest inn i programmet og i den statiske analysen er det sett bort fra variabelsammenhenger med tidslag, mens det i den dynamiske analysen er tatt med sammenhenger med inntil åtte kvartalers lag, det største antall i modellen. Deretter er alle eksogene variable skilt ut av modellen. Ved å skrive ut modellens insidensmatrise får vi nå se modellens rekursive struktur, det vil si rekursive strukturer og simultane blokker i den rekkefølgen variablene bør løses. For å redusere matrisene det arbeides med droppes likningene i prolog og epilog fra modellen på dette tidspunktet i analysen. Det søkes så etter minimale sett tilbakeføringsvariable. Dersom det er flere alternative minimale sett med tilbakeføringsvariable, blir samtlige listet opp av programmet.

Analysen av den statiske modellen avsluttes på dette tidspunktet, mens den dynamiske føres videre med analyse av subsystemer. Subsystemene lages av programmet ved å splitte opp inn- og utgående sammenhenger fra alle utenom en av de simultanitetsbærende variable i systemet. Det blir dermed like mange subsystemer som det er tilbakeførings-variable, og det er tatt ut utskrift over variablene i hver av de gjenværende submodellene.

Dette er den tekniske analysen som er gjort, og resultatene fra den statiske analysen er vist i avsnitt 2. Resultatene fra den dynamiske analysen er vist i avsnitt 3, og resten av vedlegget dokumenterer detaljene i denne analysen. Avsnitt 4 gjengir variabellistene i alle de 21 subsystemene, avsnitt 5 viser lister med simultane variable som er ubestemte eller overbestemte i subsystemene. Til slutt følger tabellene som er grunnlaget for ulike konklusjoner om valg av variabelsett og kategorisering av variable.

2 RIMINI 3.0 som statisk modell

RIMINI 3.0 har tilsammen 241 endogene variable. Ved statisk simulering er:

43	variable i prologen
92	variable i simultan blokk
106	variable i epilogen

Modellens simultan blokk har 12 simultanitetsbærende variable. Det minimale settet er entydig bestemt og består av:

BUO	Import utenom råoljeimport
CP	Privat konsum
DEPKIBA	Kapitalslit, industri, bygg og anlegg
I.VN50	Overføringer til husholdningene
JIBA	Bruttoinvestering i fast realkapital, industri, bygg og anlegg
LY	GDP i markedspris
NW	Sysselsatte lønnstakere
PAUK	Prisindeks, utekonkurrerende eksport.
TOTLED	Registrerte ledige og personer på tiltak
WCIBA	Lønnskostnad per time i industri, bygg og anlegg
Y	GDP i faste priser
YTV	Verdiskaping i faktorpris i privat tjenesteyting

Det betyr at den minimale matrisen som må inverteres for å bruke en modifisert Newton-algorime har dimensjon 12×12 .

3 RIMINI 3.0 som dynamisk modell

3.1 Analysen av hele modellen

Tilsammen 241 endogene variable. Av disse er:

32	variable i prologen
115	variable i simultan blokk
94	variable i epilogen

I oppstillinga er det sett bort fra at beholdningsrekneskap for real- og finanskapital gir simultane blokker innen prolog og epilog. Prologen kan deles i $22+2+2+6$ likninger der det er to simultane blokker med to likninger. Epilogen kan deles i $54+9+13+7+11$ likninger der det er to simultane blokker med henholdsvis ni og sju likninger. Hver av de simultane blokkene i

prolog og epilog har en simultanitetsbærende variabel. Det er ikke entydig hvilke variable som skal kalles simultanitetsbærende, men følgende variable er en mulighet:

KBOL	Boligkapitalen i faste priser
KO	Offentlig konsumkapital i faste priser
NS70	Utlandets netto sparing, løpende priser
NS01	Offentlig sektors netto sparing, løpende priser

Den egentlige simultane blokken har 21 tilbakeføringsvariable. Av dem er 14 sikkert simultanitetsbærende, mens det er 27 alternative sett for de siste 7. Variablene som hører til det valgte settet er markert med stjerne i forspalten i oversikten under. Samtlige 27 mulige sett er vist i vedleggstabell 1. Der er settene rangert etter summen av variabelfore-komster i disse 27 settene. Settet som er valgt ut for videre analyse maksimerer denne summen. Av tabellen framgår det at et annet og forøvrig identisk minimalt sett med samme rangering finnes ved å erstatte ZYIBA med REGLED (Registrert ledighet).

	BUO	Import utenom råoljeimport
*	CP	Privat konsum
	DEPKIBA	Kapitalslit, industri, bygg og anlegg
	HUSHL	Husholdningenes totale lån
	I.VN50	Overføringer til husholdningene
*	JIBA	Bruttoinvestering i fast realkapital, industri, bygg og anlegg
*	JTV	Bruttoinvestering i fast realkapital, privat tjenesteyting og varehandel
	KTV	Fast realkapital i privat tjenesteyting og varehandel
	LY	GDP i markedspris
*	NW	Sysselsatte lønnstakere
	PAUK	Prisindeks, utekonkurrerende eksport
	PBI	Prisindeks for import av industrivarer
	PH	Prisindeks for boligformuen.
	TOTLED	Registrerte ledige og personer på tiltak
	WCIBA	Total timeverkskostnad i industri, bygg og anlegg
	XIBA	Sektorprodukt, industri, bygg og anlegg
*	Y	GDP i faste priser
	YHBP	Husholdningenes skattbare inntekt
	YHP	Husholdningenes disponible inntekt
*	ZYIBA	Produktivitet i industri, bygg og anlegg
	ZYTV	Verdiskaping per timeverk i tjenesteyting og varehandel

For å klassifisere disse variablene som i notatets figur 6 er det lagd en oversikt over bidragene til forklaring modellens økonometriske likninger, jf Nymoen (1994a). Den er vist i

vedleggstabell 2.

3.2 Analysen av subsystemene

I analysen er det så lagd subsystemer som viser sammenhengene som bare avhenger av en tilbakeføringsvariabel. Betinginga en da gjør innebærer at en sier:

Sett at en kjente verdien på de øvrige tilbakeføringsvariablene og utnyttet denne kunnskapen til å fastsette verdien andre variable i modellen. Hvilke variable ville da bli bestemt simultant med den ene tilbakeføringsvariabelen?

Denne problemstillingen er relevant for hver av de 21 tilbakeføringsvariablene og svarene er gjengitt i form av variabellister i avsnitt 4. Der er tilbakeføringsvariabelen listet først i hvert subsystem, og de øvrige variablene er sortert alfabetisk.

I vedleggstabell 3 er det gitt en komplett oversikt over hvilke subsystemer alle modellens simultane variable inngår i. Det viser seg da at enkelte variable inngår i et og bare et subsystem, noen inngår i mange og noen inngår ikke i det hele tatt.

Variablene som ikke inngår i noe subsystem er ubestemt og de er listet opp i 5.1. Ubestemte variable inngår ikke i noen av subsystemene som bare inneholder en av de simultanitetsbærende variablene. Ettersom variablene hører til modellens simultane blokk kan vi av det slutte at kjedene disse variablene inngår i inneholder minst *to* simultanitetsbærende variable.

Variablene som inngår i flere subsystem er overbestemte og de av dem som er med i minst tre subsystem er listet opp i 5.2. Vi kan her merke oss at NWTV, REGLED og WOTVJ er simultanitetsbærende i forskjellige av de 26 settene som ble valgt bort. De er gjensidig utelukkende og bare en av dem kunne vært med som simultanitetsbærende i de minimale settene. Når de her inngår i henholdsvis 9, 4 og 4 subsystemer, bekrefter det at variablene er sentrale.

Ut fra resultatene det nå er gjort greie for kan en stille opp dette variabelrekneskapet fra analysen av subsystemene:

115 variable i simultan blokk	Jf. avsnitt 3
21 tilbakeføringsvariable	Jf. avsnitt 3
34 overbestemt i subsystemene	Jf. avsnitt 5.2
16 ubestemt i subsystemene	Jf. avsnitt 5.1
44 entydig bestemt i subsystemene	Residualt bestemt

4 Subsystemer av dynamisk modell med en simultanitetsbærende variabel:

- 4.1** BUO Import utenom råoljeimport
B Total import, faste priser
BI Import av industrivarer i faste priser
PBUO Deflator for import utenom olje og gass
- 4.2** CP Privat konsum
ANVEND Innenlandsk anvendelse, faste priser
NWIBA Sysselsatte lønnstakere, industri, bygg og anlegg
NWTVSysselsatte lønnstakere, privat tjenesteyting og varehandel
PB Deflator for total import
PJIBA Deflator for bruttoinvestering, industri, bygg og anlegg
PJTV Deflator for bruttoinvestering, privat tjenesteyting og varehandel
PYTV Deflator for verdiskaping, privat tjenesteyting og varehandel
TWF Lønnstakertimeverk utenom utenriks sjøfart og oljevirkosomhet
TWIBA Lønnstakertimeverk, industri, bygg og anlegg
TWTV Lønnstakertimeverk, privat tjenesteyting og varehandel
WCF Total timeverkskostnad, utenom utenriks sjøfart og oljevirkosomhet
ZXIBA Produkt per timeverk, industri, bygg og anlegg
ZYF Produktivitet, målt med verdiskaping, i faste priser.
- 4.3** DEPKIBA Kapitalslit, industri, bygg og anlegg
KIBA Beholdning fast realkapital, industri, bygg og anlegg
- 4.4** HUSHL Husholdningenes totale lån
BG50Z Brutto gjeld, husholdningene
U.RR50 Husholdningenes rentebetalinger
- 4.5** I.VN50 Overføringer til husholdningene
BF50Z Brutto finansfordringer, husholdningene
CPI Konsumprisindeks
I.RR50 Husholdningenes renteinntekter
LCP Privat konsumutgift, løpende priser
LDEP99 Total depresiering av fast realkapital, løpende priser
NAG99 Netto indirekte skatter
NWIBA Sysselsatte lønnstakere, industri, bygg og anlegg
NWTVSysselsatte lønnstakere, privat tjenesteyting og varehandel
PC Deflator for privat konsumutgift
PDEP99 Deflator for total depresiering
PJIBA Deflator for bruttoinvestering, industri, bygg og anlegg
PJTV Deflator for bruttoinvestering, privat tjenesteyting og varehandel

	TWIBA	Lønnstakertimeverk, industri, bygg og anlegg
	TWTV	Lønnstakertimeverk, privat tjenesteyting og varehandel
	U.VN50	Andre overføringer fra husholdningene
	XBRF	Husholdningenes likvide finansaktiva
	XNEF	Husholdningenes netto finansformue
	YEP50	Husholdningenes inntekt fra driftsresultatet, løpende priser
	YEP99	Totalt driftsresultat, løpende priser
	YWP	Total lønnskostnad, løpende priser
	YWWP	Totale lønnsinntekter, løpende priser
	ZXIBA	Produkt per timeverk, industri, bygg og anlegg
4.6	JIBA	Bruttoinvestering i fast realkapital, industri, bygg og anlegg
	ANVEND	Innenlandsk anvendelse, faste priser
	DEMIBA.1	Etterspørselsindikator 1, faste priser
	J	Bruttoinvestering i alt, faste priser
	JP	Privat bruttoinvestering, faste priser
	JPUOS	Privat bruttoinvestering utenom olje og skipsfart, faste priser
	NWIBA	Sysselsatte lønnstakere, industri, bygg og anlegg
	NWTV	Sysselsatte lønnstakere, privat tjenesteyting og varehandel
	TWIBA	Lønnstakertimeverk, industri, bygg og anlegg
4.7	JTV	Bruttoinvestering i fast realkapital, privat tjenesteyting og varehandel
	ANVEND	Innenlandsk anvendelse, faste priser
	DEMIBA.2	Etterspørselsindikator 2, faste priser
	J	Bruttoinvestering i alt, faste priser
	JP	Privat bruttoinvestering, faste priser
	JPUOS	Privat bruttoinvestering utenom olje og skipsfart, faste priser
	NWIBA	Sysselsatte lønnstakere, industri, bygg og anlegg
	NWTV	Sysselsatte lønnstakere, privat tjenesteyting og varehandel
4.8	KTV	Fast realkapital i privat tjenesteyting og varehandel
	DEPKTV	Kapitalslit i privat tjenesteyting og varehandel
4.9	LY	GDP i markedspris
	LL	Lagerinvestering, løpende priser
	PY	GDP-deflator til markedspris
4.10	NW	Sysselsatte lønnstakere
	KORTL	Antall korttidsledige (under 26 uker)
	LANGL	Antall langtidsledige (over 26 uker)
	NAKU	Arbeidsstyrken (AKU)

NWIBA	Sysselsatte lønnstakere, industri, bygg og anlegg
NWPF	Sysselsatte lønnstakere utenom utenriks sjøfart og oljevirksomhet
NWTV	Sysselsatte lønnstakere, privat tjenesteyting og varehandel
REGLED	Registrert ledighet
UTOT	Total ledighetsrate
WCOTVJ	Total timeverkskostnad i privat og offentlig tjenesteyting, varehandel og primærnæringene
WCTVJ	Total timeverkskostnad i privat tjenesteyting og varehandel
WOTVJ	Total timelønnskostnad i privat og offentlig tjenesteyting, varehandel og primærnæringene
4.11	PAUK Prisindeks, utekonkurrerende eksport.
	AUK Utekonkurrerende eksport, faste priser
4.12	PBI Prisindeks for import av industrivarer
	KORTL Antall korttidsledige (under 26 uker)
	NAKU Arbeidsstyrken (AKU)
	NWIBA Sysselsatte lønnstakere, industri, bygg og anlegg
	NWTV Sysselsatte lønnstakere, privat tjenesteyting og varehandel
	PJBOL Deflator for bruttoinvestering i boliger
	PYIBA Deflator for verdiskaping, industri bygg og anlegg
	REGLED Registrert ledighet
	SU Korttidsledighetsrate
	UR Andelen registrerte ledige
	UTOT Total ledighetsrate
	WCOTVJ Total timeverkskostnad i privat og offentlig tjenesteyting, varehandel og primærnæringene
	WCTVJ Total timeverkskostnad i privat tjenesteyting og varehandel
	WOTVJ Total timelønnskostnad i privat og offentlig tjenesteyting, varehandel og primærnæringene
4.13	PH Prisindeks for boligformuen.
	KH50Z Husholdningenes boligkapital, faste priser
	PBP Prisindeks, boliger
	PBP83 Prisindeks, boliger, 1983 = 1
	PJBOL Deflator for bruttoinvestering i boliger
	PJBOL83 Deflator for bruttoinvest. i boliger, 1983 = 1
	RJBOL Bruttoinvestering i boliger, faste "markeds"-priser
	RKBOL Verdien av boligformuen i faste priser
4.14	TOTLED Registrerte ledige og personer på tiltak
	TILT12 Antall personer på tiltak

4.15	WCIBA	Total timeverkskostnad i industri, bygg og anlegg
	BI	Import av industrivarer, faste priser
	CO.V	Offentlige nettoutgifter til konsumformål, faste priser
	NWIBA	Sysselsatte lønnstakere, industri, bygg og anlegg
	NWTVS	Sysselsatte lønnstakere, privat tjenesteyting og varehandel
	PB	Deflator for total import
	PBUO	Deflator for import utenom olje og gass
	PJBOL	Deflator for bruttoinvestering i boliger
	PT	Innenlandsk prisnivå
	PYF	Deflator for verdiskaping utenom utenriks sjøfart og oljevirksomhet
	PYIBA	Deflator for verdiskaping, industri bygg og anlegg
	PYO	Deflator for verdiskaping i offentlig sektor
	REGLED	Registrert ledighet
	TWF	Lønnstakertimeverk utenom utenriks sjøfart og oljevirksomhet
	TWIBA	Lønnstakertimeverk, industri, bygg og anlegg
	TWTV	Lønnstakertimeverk, privat tjenesteyting og varehandel
	UR	Andelen registrerte ledige
	UTOT	Total ledighetsrate
	WCF	Total timeverkskostnad, utenom utenriks sjøfart og oljevirksomhet
	WIBA	Timelønn i industri, bygg og anlegg
	WCO	Total timeverkskostnad i offentlig sektor
	WCOTVJ	Total timeverkskostnad i privat og offentlig tjenesteyting, varehandel og primærnæringene
	WCTVJ	Total timeverkskostnad i privat tjenesteyting og varehandel
	WOTVJ	Total timelønnskostnad i privat og offentlig tjenesteyting, varehandel og primærnæringene
	YO	Verdiskaping, målt med faktorkostnader, i offentlig sektor, faste priser
	ZYF	Produktiviteten, målt med verdiskaping, i faste priser.
4.16	XIBA	Sektorprodukt, industri, bygg og anlegg
	MIBA	Vareinnsats, industri, bygg og anlegg
4.17	Y	GDP i faste priser
	L	Lagerinvestering i alt, faste priser
	PYF	Deflator for verdiskaping utenom utenriks sjøfart og oljevirksomhet
4.18	YHBP	Husholdningenes skattbare inntekt
	HYHBP	Basis for inntektsskatt

4.19	YHP	Husholdningenes disponible inntekt
	LWHUS1	Husholdningenes formue, løpende priser
	XNEF	Husholdningenes netto finansformue
4.20	ZYIBA	Produktiviteten i industri, bygg og anlegg
	NWIBA	Sysselsatte lønnstakere, industri, bygg og anlegg
	NWTVS	Sysselsatte lønnstakere, privat tjenesteyting og varehandel
	PYO	Deflator for verdiskaping i offentlig sektor
	REGLED	Registrert ledighet
	TWIBA	Lønnstakertimeverk, industri, bygg og anlegg
	TWTV	Lønnstakertimeverk, privat tjenesteyting og varehandel
	UR	Andelen registrerte ledige
	UTOT	Total ledighetsrate
	WCO	Total timeverkskostnad i offentlig sektor
	WCOTVJ	Total timeverkskostnad i privat og offentlig tjenesteyting, varehandel og primærnæringene
	WCTVJ	Total timeverkskostnad i privat tjenesteyting og varehandel
	WOTVJ	Total timelønnskostnad i privat og offentlig tjenesteyting, varehandel og primærnæringene
	YIBA	Verdiskaping, målt med faktorkostnader, industri, bygg og anlegg
	YO	Verdiskaping, målt med faktorkostnader, i offentlig sektor, faste priser
	YTV	Verdiskaping, målt med faktorkostnader, privat tjenesteyting og varehandel, faste priser
4.21	ZYTV	Verdiskaping per timeverk i tjenesteyting og varehandel
	MTV	Vareinnsats, privat tjenesteyting og varehandel
	NWIBA	Sysselsatte lønnstakere, industri, bygg og anlegg
	NWTVS	Sysselsatte lønnstakere, privat tjenesteyting og varehandel
	PB	Deflator for total import
	PYTV	Deflator for verdiskaping, privat tjenesteyting og varehandel
	TWF	Lønnstakertimeverk utenom utenriks sjøfart og oljevirkosomhet
	TWIBA	Lønnstakertimeverk, industri, bygg og anlegg
	TWTV	Lønnstakertimeverk, privat tjenesteyting og varehandel
	WCF	Total timeverkskostnad, utenom utenriks sjøfart og oljevirkosomhet
	XTV	Produkt i privat tjenesteyting og varehandel, faste priser
	YTV	Verdiskaping, målt med faktorkostnader, privat tjenesteyting og varehandel, faste priser
	ZYF	Produktiviteten, målt med verdiskaping, i faste priser.

5 Ubestemte og overbestemte variable i subsystemene

5.1 Simultane variable som er ubestemte i subsystemene

A	Total eksport, faste priser
AF	Eksport utenom olje og skipsfart, faste priser
ATRAD	Eksport av "tradisjonelle varer", faste priser
DEP99	Totalt kapitalslit, faste priser
FK50Z	Husholdningenes finanskapital
HN	Registreret av skatteyttere
HUSBOL	Verdien av husholdningenes boligkapital
KAPIBA	Kapasitetsutnyttning i industrien
LI50	Husholdningenes nettoinvestering i fast kapital
NN	Antallet skatteyttere
NYJPYOS	Bruttoinvestering i fast kapital, privat sektor utenom olje gass og utenriks skipsfart.
PA	Eksportprisdeflator
PKONKI	Konkuransepris for industrivarer
PYSJ	Deflator for verdiskaping målt med faktorkostnader, utenriks sjøfart
TDUP50	Husholdningenes skattebetalinger
YAVG	Verdiskaping i sektor for skatteinnkreving

5.2 Simultane variable som er overbestemte i subsystemene

9	NWIBA	Sysselsatte lønnstakere, industri, bygg og anlegg
9	NWTVS	Sysselsatte lønnstakere, privat tjenesteyting og varehandel
6	TWIBA	Lønnstakertimeverk, industri, bygg og anlegg
5	TWTV	Lønnstakertimeverk, privat tjenesteyting og varehandel
4	REGLED	Registrert ledighet
4	UTOT	Total ledighetsrate
4	WCOTVJ	Total timeverkskostnad i privat og offentlig tjenesteyting, varehandel og primærnæringene
4	WCTVJ	Total timeverkskostnad i privat tjenesteyting og varehandel
4	WOTVJ	Total timelønnskostnad i privat og offentlig tjenesteyting, varehandel og primærnæringene
3	ANVEND	Innenlandsk anvendelse, faste priser
3	PB	Deflator for total import
3	PJBOL	Deflator for bruttoinvestering i boliger
3	TWF	Lønnstakertimeverk utenom utenriks sjøfart og oljevirkosomhet
3	UR	Andelen registrerte ledige
3	WCF	Total timeverkskostnad, utenom utenriks sjøfart og oljevirkosomhet
3	ZYF	Produktiviteten, målt med verdiskaping, i faste priser.

Første kolonne viser hvor mange subsystemer variabelen er bestemt i. I tillegg til disse er

det tilsammen 18 forskjellige variable inngår i to systemer, jf vedleggstabell 3.

Vedleggstabell 1: Alle 27 minimale sett med rangering

S e t t n r	C P	J I B A	J T V	J U O S	K O R T L E D	N W	N T V	P B I	P B A	P Y F	R E G L E D	W O V J	Y	Z Y B A	S u m	P o e n g
17	1	1	1			1		1			1		1		7	136
24	1	1	1			1		1				1		1	7	136
7	1		1	1		1		1			1		1		7	132
12	1	1		1		1		1			1		1		7	132
20	1	1		1		1		1				1	1	1	7	132
22	1		1	1		1		1				1	1	1	7	132
16	1	1	1			1		1				1	1		7	127
18	1	1				1	1	1					1	1	7	124
26	1		1			1	1	1					1	1	7	124
6	1		1	1		1		1				1	1		7	123
11	1	1	1	1		1		1				1	1		7	123
13	1	1	1			1			1		1		1		7	121
15	1	1	1		1			1			1		1		7	121
25	1	1	1			1		1		1				1	7	121
1		1	1			1	1	1					1	1	7	117
3	1		1	1		1			1		1		1		7	117
5	1		1	1	1			1			1		1		7	117
8	1	1		1		1			1		1		1		7	117
10	1	1		1	1			1			1		1		7	117
21	1	1		1		1		1		1				1	7	117
23	1		1	1		1		1		1				1	7	117
19	1	1				1	1	1		1				1	7	109
27	1	1	1			1	1	1		1				1	7	109
14	1	1	1		1				1		1		1		7	106
2		1	1			1	1	1		1				1	7	102
4	1		1	1	1				1		1		1		7	102
9	1	1		1	1				1		1		1		7	102
Sum	25	18	18	14	6	21	6	21	6	6	12	3	21	12		
S e t t n r	C P	J I B A	J T V	J U O S	K O R T L E D	N W	N T V	P B I	P Y F	P Y A	R E G L E D	W O V J	Y	Z Y B A	S u m	P o e n g

Vedleggstabell 2: Tilbakeføringsvariable brukt i økonometrisk relasjon

Var	Tilbakeføringsvariabel																				Sum	Fb	S-F	
AF																					2		2	
BUO	1	1																			2	1	1	
CP		1																			2	1	1	
CPI																					0		0	
DPMOT											1										1		1	
HUSHL				1																	2	1	1	
I.UU50AT												1									1		1	
I.UU50DA													1								1		1	
JIBA						1								1	1						4	1	3	
JTV		1					1	1				1									5	1	4	
KORTL											1										1		1	
LANGL											1		1								2		2	
LEDAKU																					0		0	
NAKU																					0		0	
NWIBA														1							2		2	
NWTV																			1		1		1	
PAF														1							2		2	
PBI											1			1							3	1	2	
PH				1								1									3	1	2	
PJBOL											1			1							2		2	
PJIBA						1								1							3		3	
PJTV											1			1							3		3	
PYIBA														1							2		2	
RLB																					0		0	
RLBNR																					0		0	
RMB																					0		0	
RMBNR																					0		0	
WIBA											1										2		2	
WOTVJ																					0		0	
XTV		1				1	1	1													4		4	
ZYIBA																					1	1	0	
Sum	1	4	0	2	0	3	2	2	0	3	0	5	2	3	9	1	0	3	0	9	2	51	8	43
Økonomet	1	1		1		1	1					1	1							1		8		
Sum-Økon	0	3	0	1	0	2	1	2	0	3	0	4	1	3	9	1	0	3	0	8	2	43		
		B	C	D	H	I	J	J	K	L	N	P	P	P	T	W	X	Y	Y	Y	Z	Z		
		U	P	E	U	.	I	T	T	Y	W	A	B	H	O	C	I	H	H		Y	Y		
		O		P	S	V	B	V	V			U	I		T	I	B	B	P		I	T		
				K	H	N	A					K			L	B	A	P			B	V		
				I	L	5									E	A					A			
				B		0									D									
				A																				

**Vedleggstabell 3: Detaljert variabeloversikt fra analysen av subsystemene
Del 1: Endogene variable fra A til M**

Var	B	C	D	H	I	J	J	K	L	N	P	P	P	T	W	X	Y	Y	Y	Z	Z	Sum
	U	O	P	A	L	0	A	V	V	Y	W	K	I	H	D	A	A	P	P	Y	A	V
A																						0
AF																						0
ANVEND		1				1	1															3
ATRAD																						0
AUK											1											1
B	1																					1
BF50Z					1																	1
BG50Z				1																		1
BI	1													1								2
BUO	1															1						1
CO.V																1						1
CP		1																				1
CPI					1																	1
DEMIBA.1						1																1
DEMIBA.2							1															1
DEPKIBA		1																				1
DEPKTV								1														1
DEP99																						0
FK50Z																						0
HN																						0
HUSBOL																						0
HUSHL				1																		1
HYHBP																	1					1
I.RR50					1													1				1
I.VN50					1																	1
J						1	1															2
JIBA						1																1
JP						1	1															2
JPOUS						1	1															2
JTV							1															1
KAPIBA																						0
KH50Z														1								1
KIBA		1																				1
KORTL										1		1										2
KTV								1														1
L																			1			1
LANGL										1												1
LCP					1																	1
LDEP99					1																	1
LI50																						0
LL									1													1
LWHUS1																		1				1
LY								1														1
MIBA																	1					1
MTV																					1	1

**Vedleggstabell 3: Detaljert variabeloversikt fra analysen av subsystemene
Del 2: Endogene variable fra N til U**

Var	B U O	C P	D K I A	H U S L	I V N O	J A	J V	K V	L Y	N W	P A K	P B I	P H	T L E D	W C I A	X I A	Y B P	Y P	Y Y	Z I B A	Z Y T V	Sum
NAG99					1																	1
NAKU										1	1											2
NN																						0
NWIBA		1			1	1	1			1	1				1					1	1	9
NW										1												1
NWPF										1												1
NWTV		1			1	1	1			1	1				1					1	1	9
NYJPYOS																						0
PA																						0
PAUK											1											1
PB		1													1						1	3
PBI												1										1
PBP													1									1
PBP83													1									1
PBUO	1														1							2
PC					1																	1
PDEP99					1																	1
PH													1									1
PJBOL											1	1			1							3
PJBOL83												1										1
PJIBA		1			1																	2
PJTV		1			1																	2
PKONKI																						0
PT															1							1
PY									1													1
PYF															1				1			2
PYIBA											1				1							2
PYO															1					1		2
PYSJ																						0
PYTV		1																			1	2
REGLED										1	1				1					1	1	4
RJBOL													1									1
RKBOL													1									1
SU											1											1
TDUP50																						0
TILT12														1								1
TOTLED														1								1
TWF		1													1						1	3
TWIBA		1			1	1									1					1	1	6
TWTV		1			1										1					1	1	5
UR												1			1					1		3
U.RR50					1																	1
UTOT										1	1				1					1		4
U.VN50					1																	1

**Vedleggstabell 3: Detaljert variabeloversikt fra analysen av subsystemene
Del 3: Endogene variable fra W til Z**

Var	B U O	C P	D K I A	H S L	I V 0	J B A	J T V	K T V	L Y	N W	P A K	P B I	P H	T L D	W C B A	X B A	Y B P	Y B P	Y P	Z Y B A	Z Y T V	Sum
WCF		1												1							1	3
WCIBA														1								1
WCO														1							1	2
WCOTVJ									1		1			1							1	4
WCTVJ									1		1			1							1	4
WIBA														1								1
WOTVJ										1	1			1							1	4
XBRF					1																	1
XIBA															1							1
XNEF					1												1					2
XTV																					1	1
Y																			1			1
YAVG																						0
YEP50					1																	1
YEP99					1																	1
YHBP																	1					1
YHP																		1				1
YIBA																					1	1
YO														1							1	2
YTV																					1	2
YWP					1																	1
YWWP					1																	1
ZXIBA		1			1																	2
ZYF		1												1								3
ZYIBA																					1	1
ZYTV																					1	1
Sum	4	14	2	3	23	9	8	2	3	12	2	14	8	2	26	2	2	3	3	3	16	13
	B U O	C P	D K I A	H S L	I V 0	J B A	J T V	K T V	L Y	N W	P A K	P B I	P H	T L D	W C B A	X B A	Y B P	Y B P	Y P	Z Y B A	Z Y T V	

Gunnvald Grønvik: "Inn i den svarte boksen. Om kausalitet i makroøkonomiske modeller". Arbeidsnotat 1994/13, 45 s. ISSN 0801-2504. ISBN 82-7553-074-1.

I det deterministiske samspillet mellom de endogene variablene i makromodeller er et begrenset sett "tilbakeføringsvariable" innen modellens simultane blokk særlig viktige. Kjennskap til tilbakeføringsvariablene gir kunnskap om modellens struktur som kan forenkle numeriske løsningsalgoritmer for makromodeller. I en illustrasjon med av IS-LM modellen, forklares det at innsikten også kan nyttes til å illustrere modelløsninger grafisk.

Norges Bank modellen RIMINI 3.0 har et så stort sett tilbakeføringsvariable at det indre av modellen fortsatt kan fortone seg som en svart boks. Settet er likevel vesentlig mindre enn modellens simultane blokk, og er til hjelp for forståelse og evaluering av modellen. Mange tilbakeføringsvariable er både forklart og forklarende i viktige økonometriske relasjoner. De er dermed svært sentrale, og hele modellen er sterkt avhengig av kvaliteten på relasjonene som bestemmer dem. Den sterke indre avhengigheten i modellen innebærer at å erstatte en stor modell som RIMINI med flere mindre partielle modeller, vil være underforbruk av kunnskap.

