

Saarenheimo, Tuomas

Working Paper

Rahoitusvirtamallit ja kotitalouksien portfoliovalinta

Bank of Finland Discussion Papers, No. 5/1991

Provided in Cooperation with:

Bank of Finland, Helsinki

Suggested Citation: Saarenheimo, Tuomas (1991) : Rahoitusvirtamallit ja kotitalouksien portfoliovalinta, Bank of Finland Discussion Papers, No. 5/1991, ISBN 951-686-280-2, Bank of Finland, Helsinki,
<https://nbn-resolving.de/urn:nbn:fi:bof-201908071360>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/211608>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

Tuomas Saarenheimo *

Suomen Pankin kansantalouden osasto
2.5.1991

RAHOITUSVIRTAMALLIT JA KOTITALOUKSIEN PORTFOLIOVALINTA

* Tutkimus on hyväksytty Helsingin yliopistossa lisensointityönä touko-
kuussa 1990.

ISBN 951-686-280-2
ISSN 0785-3572

Suomen Pankin monistuskusku
Helsinki 1991

TIIVISTELMÄ

Tutkimuksessa tarkastellaan rahoitusmarkkinoiden yleisen tasapainon ja taloudenpitäjäsektorien portfoliovalinnan mallittamista konsistentissa rahoitusvaateittain disagregoidussa rahoitusvirtakehikossa.

Tarkastelun pohjana on William Brainardin ja James Tobinin töistä 60- ja 70-luvuilla alkunsa saanut rahoitusvirtalähestymistapa. He arvoitelivat makromalleissa perinteisesti sovellettua käytäntöä, jossa talouden rahoitusmarkkinat aggregoitiin yhdeksi rahoitusmarkkinoiden tasapainoyhtälöksi, LM-käyräksi. Brainard ja Tobin tarjosivat vaihtoehdoksi laajaa rakenteellista yleisen tasapainon kehikkoa, jossa korot ja hinnat joustavat tasapainottaen kaikkien rahoitusvaateiden markkinat.

Tutkimuksessa esitellään rahoitusvirtalähestymistavan periaatteet ja analysoidaan sen kytkentöjä portfoliovalinnan mikroteoriaan ja erityisesti keskiarvo-variانسsianalyysiin. Mm. aggregointiin ja sopeuttamiskustannusten mallittamiseen liittyviä kysymyksiä tutkitaan. Kehikon empiirisen soveltamisen ongelmia ja tilastollisten välineiden käyttöä rahoitusvirtamallien kaltaisissa singulaarisessa dynaamisessa systeemissä tarkastellaan laajasti. Klassisen ekonometrian välineiden lisäksi esitellään bayesilaisen tilastotieteen tarjoamia mahdollisuuksia rahoitusvirtamallintamisessa. Lähestymistavan tyypillisimpiä teoreettisia ja empiirisiä sovelluksia esitellään ja arvioidaan. Empiirinen malli estimoidaan käyttäen sekä klassisen ekonometrian välineitä että bayesilaista lähestymistapaa.

Tutkimuksen tavoite on selvittää rahoitusvirtamallien ja rahoitusmarkkinoiden yleisen tasapainon kehikon käyttömahdollisuudet toisaalta teoreettisena, ymmärrystä lisäävänä kehikkona ja toisaalta empiiristen ennustemallien pohjana. Keskeisenä tuloksena esitetään, että rahoitusvirtalähestymistavan tärkein kontribuutio on konsistentin ja helposti ymmärrettävän kehikon tuominen rahoitusmarkkinatutkimukseen. Siitä johdetut empiiriset mallit ovat yleensä niin raskaasti parametrisoituja, että klassisen ekonometrian menetelmät eivät yleensä tuota järkeviä ennustemalleja. Operationaalisten mallien rakentamiseen suositellaan bayesilaista lähestymistapaa.

ABSTRACT

This study examines the modelling of financial market equilibrium and investors' portfolio choice in a consistent, disaggregated flow-of-funds framework.

The background of the study is in the flow-of-funds approach developed in the works of William Brainard and James Tobin in the 60's and 70's. They criticized the practice widely used in macro models to aggregate the financial sector of the economy into a single equilibrium equation, the LM-curve. Brainard and Tobin proposed a structural general equilibrium framework, where various interest rates and prices move to equalize demand and supply in all asset markets.

The study describes the principles of flow-of-funds approach and its connections to the micro economic theory of portfolio choice, especially to mean-variance analysis. Questions relating to aggregation and transaction costs are examined. The problems of empirical applications of flow-of-funds models and econometric modelling of singular dynamic systems are analyzed. Some typical theoretical and empirical applications are surveyed. Several empirical models are estimated and in addition to classical econometric methods, a bayesian approach is used and proposed for further study.

The main object of the study is to throw light on flow-of-funds modelling and general equilibrium approach both as a theoretical framework and as an empirical model for forecasting purposes. The main outcome is that the most important contribution of the flow-of-funds analysis lies in providing a highly intuitive framework for financial analysis. The empirical flow-of-funds models are typically too heavily parameterized to yield meaningful estimates with classical econometric methods. A bayesian approach is proposed for constructing operational models.

SISÄLTÖ

sivu

1	RAHOITUSMARKKINOIDEN MALLITTAMINEN; MIKSI JA MITEN	7
1.1	Miksi disaggregoitu kehikko?	9
1.2	Rahoitusmarkkinoiden yleinen tasapaino	12
1.3	Neljä lähestymistapaa taloudenpitäjäsektorin rahoitusvirtojen mallittamiseen	15
2	RAHOITUSVIRTAMALLIEN MIKROTEORIA	18
2.1	Rahoitusvaateiden kysyntä keskiarvo - varianssikehikossa	18
2.2	Rahoitusvaateiden aggregointi	26
2.3	Transaktiokustannusten mallittaminen	28
2.4	Transaktiokustannukset usean periodin mallissa	32
2.5	Portfoliavalinta ja kysyntäteoria	35
2.6	Rahoitusvirtamallien mikrokytkennät - yhteenveto	38
Liite:	Matriisipolynomien juurien laskeminen	40
3	TEOREETTISIA RAHOITUSVIRTAMALLEJA	41
3.1	Brainardin ja Tobinin malli	41
3.2	Purvisin integroitu malli	45
3.3	Owenin malli ja simultaaniyhtälötulkinta	47
3.4	Suomalaiset mallit	50
4	RAHOITUSVIRTAMALLIEN JA YLEISEN TASAPAINON KEHIKON EMPIIRISIÄ TULOKSIA	54
4.1	Brainardin ja Tobinin varallisuusrajoitteinen malli	55
4.2	Tulorajoitteiset mallit	57
4.3	Empiiriset mallit Suomen aineistolla	61
4.4	Agellin simulointimalli	63
5	RAHOITUSVIRTAMALLIEN JA YLEISEN TASAPAINON KEHIKON ONGELMIA	66
5.1	Teoreettisia ongelmia	67
5.2	Empiirisiä ongelmia	70
5.2.1	Simultaanisuus	71
5.2.2	Rahoitusvirtamallien dynamiikka ja autoregressiivinen estimointi	80
5.3	Datan ongelmat	87
5.4	Lähestymistapoja operationaalisuuden parantamiseen	88
5.4.1	Parametrisrajoitukset	88
5.4.2	Bayesilainen estimointi	89
5.4.3	Mikrotason rajoitukset	92
5.4.4	Simultaaniyhtälötulkinta	94

SISÄLTÖ

	sivu
6	EMPIIRINEN MALLI KOTITALOUKSIEN PORTFOLIOVALINNALLE 99
6.1	Aineisto 99
6.2	Empiirinen rahoitusvirtamalli 101
6.3	Mikroteorian testauksesta 108
6.4	Bayesilainen malli 110
Liite:	Epälineaarinen systeemiestimointi 122
7	JOHTOPÄÄTÖKSET 124
	LÄHTEET 127

1 RAHOITUSMARKKINOIDEN MALLITTAMINEN; MIKSI JA MITEN

Formuloidessaan Keynesin "General Theoryn" perusajatuksen IS/LM-malliksi, Hicks tuskin ajatteli kehittävänsä tyhjentävää kuvausta talouden toiminnasta. Kuten kaikki kuolemattomat talousteoreettiset mallit, on myös IS/LM karkea yksinkertaistus todellisuudesta. Niinpä kun IS/LM-kehikkoa alettiin sittemmin käyttää kokonaistaloudellisten makromallien kysyntäpuolen runkona, oli talouden reaali- ja rahoituspuoli, IS-käyrä, tyypillisesti kasvanut sektoreittain pitkälle disaggregoiduksi laajaksi yhtälösystemiksi. Sen sijaan rahoitusmarkkinoiden, LM-käyrän, kohtalona oli yleensä jäädä yhden yhtälön kokoiseksi kääpiöksi.

Tuskin mikään muu taloudellinen relaatio (ehkä kulutusfunktiota lukuun ottamatta) on kohentanut vuosien varrella ekonometrikkojen työllisyyttä yhtä tehokkaasti kuin rahan kysyntäfunktio. On regressoitu "rahaa", joka on ollut milloin M1, milloin M3 tai jollain tavalla koottu likviditeetti-indeksi, "korolla", jonka määritelmä on sekin vaihdellut tarpeen mukaan. Muiden rahoitusvaateiden rooliksi on jäänyt toimia rahan kysynnän määräämänä residuaalina. Jos jossain tutkimuksessa mallitettiin muun rahoitusvaateen kuin rahan kysyntää se tehtiin pohtimatta, mitä saadut tulokset implikoivat muiden rahoitusvaateiden markkinoille. Rahamarkkinoiden monien toisistaan riippuvaisten markkinoiden kompleksista systeemiä ei edes yritetty tarkastella kokonaisuutena, vaan sitä tutkittiin pieninä osasina, joiden järjestäminen konsistentiksi kokonaisuudeksi ei ollut mahdollista. Tähän näkökulman ahtauteen kiinnittivät ensimmäisinä huomiota vuonna 1968 Yalen yliopiston professorit William Brainard ja James Tobin merkittävässä artikkelissaan "Pitfalls in Financial Model Building". Siinä he esittelivät sisäisesti konsistentin, sektoreittain ja rahoitusvaateittain pitkälle disaggregoidun rakenteellisen yleisen tasapainon lähestymistavan rahamarkkinoiden mallittamiseen.

Etenkin 70-luvulla maailmalla julkaistiin lukuisia Brainardin ja Tobinin lähestymistapaa käyttäviä tutkimuksia. 80-luvulle tultaessa kiinnostus Brainardin ja Tobinin kehikkoa kohtaan väheni jossain määrin. Syinä

tähän lienevät lähinnä kehikon ad hoc -luonne sekä vähemmän rohkaisevat kokemukset käytännön empiirisestä työstä. Suomessa tätä lähestymistapaa rahoitusmarkkinatutkimukseen on sovellettu verrattain harvoin. Huomo, Korhonen, Pohjola ja Rantala (1976) esittelivät Brainardin ja Tobinin työhön pohjautuen teoreettisella tasolla eri sektoreiden rahoitusvirroista ja -varannoista kerätyn rahoitustilinpidoon käyttöä analyysivälineenä. Empiirisessä työssä on yleensä rajoitettu yhden talouden-pitäjäsektorin rahoitusvirtojen mallittamiseen. Kostiainen (1981) sovelsi rahoitusvirtalähestymistapaa teollisuuden sijoituspäätöksiin ja Luukkainen (1983) kotitalouksien portfoliovalintaan. Pisimmälle matkalla kohti kattavaa yleisen tasapainon kehikkoa on Suomessa päässyt Alho (1988), joka mallitti erikseen kotitalouksien, yritysten ja rahoituslaitosten rahoitusvirtojen muotoutumista.

Tässä työssä esitellään rahoitusmarkkinoiden yleisen tasapainon kehikon ja sen sektoritason elementtien, rahoitusvirtamallien periaatteita ja sovelluksia, sekä punnitaan tämänkaltaisen lähestymistavan etuja ja heikkouksia empiirisessä työssä. Ensimmäisessä luvussa eritellään rahamarkkinoiden ja reaalityalouden vuorovaikutuksia sekä syitä disaggregoidulla yleisen tasapainon kehikon käyttöön. Luvussa 2 tutustutaan portfoliovalinnan mikroteoriaan ja rahoitusvirtamallien portfolioteoreettiseen perustaan. Kolmannessa luvussa käydään läpi rahoitusvaateiden kysyntöjen mallittamisessa makrotasolla käytettyjä spesifikaatioita. Neljännessä luvussa esitellään rahoitusvirtakehikkoa käyttäneitä empiirisiä töitä. Viidennessä luvussa pohditaan yleisen tasapainon kehikon ongelmia teoreettisella ja empiirisellä tasolla. Kuudennessa luvussa sovelletaan saatuja tuloksia kotitalouksien portfoliovalintaa käsittelevään empiiriseen malliin. Viimeisessä luvussa arvioidaan yleisen tasapainon kehikon ja rahoitusvirtamallien käyttökelpoisuutta sekä yleisesti että Suomen oloissa.

1.1 Miksi disaggregoitu kehikko?

Vaikka talouden rahoituksen välittymisen ymmärtäminen on itsessäänkin mielenkiintoista, on suuri osa rahoitusmarkkinoita käsittelevän tutkimuksen mielekkyydestä silti rahoitus- ja reaalityalouden vuorovaikutuksissa - siinä miten reaalityalouden tapahtumat vaikuttavat rahoitusmarkkinoiden tasapainoon ja miten rahoitusmarkkinoiden sopeutuminen puolestaan heijastuu takaisin reaalityalouden toimintaan. Siten se, kuinka tarkkaan rahoitusmarkkinat on tarpeen mallittaa, riippuu talouden reaalityalouden ja rahoitusmarkkinoiden välisten vuorovaikutuksen laadusta ja voimakkuudesta.

IS/LM-mallin kaltainen yksinkertainen kehikko kuvaa monissa tapauksissa riittävän hyvin rahoitusmarkkinatasapainon vaikutusta koko talouden toimintaan. Todellisuus rahoitusmarkkinoilla on tietysti IS/LM-mallia monimutkaisempi: rahoitusmarkkinat koostuvat useista, monin vuorovaikutuksin toisiinsa kytkeytyneistä markkinoista. Näillä markkinoilla korot (säädetyt korkoja lukuun ottamatta) vaihtelevat, joskaan eivät toisistaan riippumatta, niin kuitenkin kukin omien markkinamekanismiensa ohjaamina. Eri sijoituskohteiden riskiominaisuudet eroavat toisistaan. Jos sijoittajat olisivat riskineutraaleja tai jos riskipreemiot pysyisivät vakioina tai muuttuisivat ainoastaan korkotason funktiona, riittäisi markkinoiden korkokirjon kuvaamiseen yksi korko, ja IS/LM-kehikko olisi juuri oikea väline.¹ Kuitenkin sekä portfolioteoria että empiirinen havainnointi kertovat, että tilanne ei ole näin yksinkertainen.² Portfolioteorian mukaan preemio riippuu sijoituskohteen suhteellisesta riskistä.³ Sijoitus-

¹Tobin (1961) käsittelee klassisessa artikkelissaan IS/LM-mallin impliittisiä oletuksia.

²Pääkomponenttianalyysi tarjoaa välineen muuttujien kollineaarisuuden tutkimiseen. Esimerkiksi vuosina 1978 - 89 verottomien obligaatioiden, debentuurien ja lyhyen markkinarahan korkojen neljännesvuosikeskiarvojen varianssista keskimäärin 78 prosenttia selittyi niiden voimakkaimman yhteisen komponentin, "korkotason" vaihtelulla. Siitä, onko tämä paljon vai vähän voidaan olla eri mieltä. Joka tapauksessa se jättää huomattavasti pelivaraa sopivan yksittäisen korkomuuttujan valinnassa regressioyhtälöön.

³Suhteellisella riskillä tarkoitetaan tässä yhteydessä Capital Asset Pricing -mallin beta-kertoimia. Beta-kerroin riippuu rahoitusvaateen tuoton kovarianssista koko portfolion tuoton kanssa. Kun rahoitusvaateen osuus portfoliossa kasvaa, kasvaa myös tämä kovarianssi ja samalla beta-kerroin. CAPM-mallissa riskipreemio on beta-kertoimen lineaarinen funktio.

kohteen koron nousu saa sijoittajat sopeuttamaan portfolioitaan, mutta koska sijoituskohteen osuuden kasvaminen portfolioissa lisää sen suhteellista riskiä ja samalla riskille vaadittavaa preemiota, eivät kysynnän muutokset ole riittävän voimakkaita palauttamaan suhteellisia korkoja ennalleen. Rahoitusvaateen tarjonnan lisäys nostaa sen korkoa suhteessa muihin korkoihin, mutta vähemmän suhteessa niihin sijoituskohteisiin, joiden kanssa se on läheinen substituutti kuin niihin, joiden kanssa substituotavuus on pieni.

Portfolioteoreettisesti validin rahoitusmarkkinatasapainon kuvaamiseen tarvitaan rahoitusvaateittain disagregoitu kehikko, jossa kullekin rahoitusvaateelle määräytyy oma tasapainokorko. Se mahdollistaa monien sellaisten kysymysten tarkastelun, joihin IS/LM-kehikko on riittämätön. IS/LM-kehikko ei esimerkiksi erottele, onko valtion ei-monetaarinen velanotto pitkä- vai lyhytaikaista velkaa. Portfolioteorian perusteella esimerkiksi budjettivajeen rahoitus pitkäaikaisella velalla, joka voidaan katsoa läheisemmäksi substituutiksi tuotantopääomainvestoinneille kuin lyhytaikainen velka, aiheuttaa yksityisten investointien voimakkaampaa syrjäytymistä sijoittajien portfolioissa, kun taas lyhyen velan lisäys vaikuttaa enemmän rahan kysyntään.

Rahoitusmarkkinoiden disagregoitu yleisen tasapainon mallista ratkeaa toisaalta kunkin taloudenpitäjäsektorin portfolion rakenne ja toisaalta tasapainokorot. Jos rakenteellinen yleisen tasapainon malli ratkaistaan redusoituun muotoon, saadaan koroille eksplisiittiset lausekkeet, ns. aikarakenneyhtälöt.⁴ Tämä on vaihtoehtoinen lähestymistapa korkorakenteen mallittamiseen (ks. esim. Starck, 1989). Se ei kuitenkaan mahdollista sektorien portfolioiden mallittamista. Toinen syy yleisen tasapainon kehikon käyttöön aikarakennelähestymistavan sijasta on se, että disagregoitu mallikehikko sallii (ainakin periaatteessa) myös rahoitusmarkkinoiden markkinoiden sopeutumisen aikana vallitsevien epätasapainotilojen tarkastelun intuitiivisesti hallittavammalla tasolla. Näiden epätasapainotilojen merkitys saattaa olla varsin suuri, kun tiedetään, että

⁴Termiä "aikarakenneyhtälö" käytetään tässä sikäli väärin, että yleisesti rahoitusvaateet eroavat toisistaan muutenkin kuin maturiteettinsa puolesta. Nimitys "korkorakenneyhtälö" saattaisi olla täsmällisempi ilmaus.

erilaisten shokkien vaikutuksesta rahoitusmarkkinat ovat harvoin staattisessa tilassa. Lukemattomien taloudenpitäjien ja useiden taloudenpitäjäsektorien portfoliosopeuttamisen tasolta lähtevä dynamiikka yhdistyy markkinatasapainon kautta aikarakenneyhtälöissä niin monimuotoiseksi korkojen dynamiikaksi, että sitä on vaikea erottaa satunnaiskohinasta. Rahoitusmarkkinatasapainon mallittaminen taloudenpitäjäsektorien portfoliosopeutuksesta lähtien antaa mahdollisuuden käsitellä dynamiikkaa intuitiivisemmalla tasolla.

Rahoitusmarkkinatasapainon kuvaaminen yhdellä ainoalla korolla tuo empiirisessä työssä väistämättä harhaisuutta tuloksiin. Toisaalta IS/LM-kehikko on parsimoninen esitystapa ja sellaisena disagregoitua kehikkoa helpommin estimoitavissa. Ekonometrisesti kyseessä on valintatilanne, jossa vapausasteiden lisääntymistä ja estimoinnin tehokkuuden parantumista on punnittava relevanttien muuttujien poisjättämisestä aiheutuvaa harhaisuutta vastaan. Se, miten näitä haittoja painotetaan lähestymistapaa valitessa, riippuu siitä, mitä mallilla on tarkoitus kuvata. Jos halutaan tutkia vain etäisesti rahoitusmarkkinatasapainoon liittyviä talouden puolia, lienee turha lisätä mallin estimoitavien parametrien määrää raskaalla rahoitusmarkkinaosalla. Toisaalta monien ajankohtaisesti kiinnostavien kysymysten, kuten pääomatulojen verokohtelun vaikutusten käsittely ei usein ole mahdollista ilman riittävän disagregoitua mallikehikkoa.

Valinta rakenteellisen rahoitusmarkkinamallin ja suppean aikarakenne-systeemin välillä liittyy laajempaan empiirisen makromallintamisen kysymykseen valinnasta strukturaalisen ja redusoidun muodon välillä. Vaikka pystyttäisiin osoittamaan, että tässä työssä käsiteltävän kaltainen laaja rakenteellinen rahamarkkinamalli häviää ennustuskyvyssä niukemmin parametrisoiduille aikarakenne-malleille, ei sen käyttäminen ole silti hyödytöntä. Tarvitaan myös sellaisia malleja, jotka pyrkivät jäljittämään sitä tapaa, jolla taloudenpitäjät todella tekevät päätöksensä, sillä pohjimmiltaan ei ole kiinnostavaa ainoastaan makrotaloudellisten aggregaattien ennustaminen, vaan myös taloudellisen toiminnan ymmärtäminen.

1.2 Rahoitusmarkkinoiden yleinen tasapaino

Backus, Brainard, Smith ja Tobin (1980, s. 259 - 262) sekä heihin perustuen Owen (1986, s. 12 - 13) havainnollistavat erinomaisesti rahoitusmarkkinoiden tasapainon kuvauksilla, joista tähän poimitaan pääpiirteet.

Periodin alussa talouden eri taloudenpitäjäsektorit - kotitaloudet, yritykset, pankit, muut rahoituslaitokset, julkinen sektori, ulkomaat - pitävät hallussaan mitattavissa olevat määrät erilaisia rahoitusvaateita kuten käteisrahaa, valuuttaa, talletuksia, obligaatioita, osakkeita, yritysten velkakirjoja tai sijoitustodistuksia sekä reaali- ja rahoitusvaateita kuten asuntoja, muita rakennuksia, koneita ja liikennevälineitä. Jokaista rahoitusvaadetta sektorin taseessa vastaa velkaerä jonkun toisen sektorin taseessa, ja näiden vaateiden varannot kuvastavat menneisyyden säästämisen ja investointien kumuloitunutta erotusta.

Periodin aikana taseet muuttuvat. Kotitaloudet saavat tuloja eri lähteistä ja sijoittavat osan tuloistaan eri rahoitusvaateisiin. Yritykset investoivat ja rahoittavat investointinsa omistajien rahoituksella tai velkapääomalla. Julkinen sektori pyörittää bujetti- tai alijäämää ja rahoittaa mahdollisen alijäämän myymällä rahoitusvaateita. Yhden taloudenpitäjän rahoitussäästäminen näkyy velkaantumisenä toisen taseessa. Samaan aikaan periodin alun portfolioiden varannot allokoidaan osittain uudelleen. Periodin lopussa kunkin sektorin varallisuus periodin lopussa on periodin alun varallisuuden ja periodin aikaisen nettosäästämisen summa.

Periodin aikana toisten taloudenpitäjien rahoitusvaateiden ja reaali- ja rahoitusvaateiden kysynnät kytkeytyvät jollain tavalla toisten taloudenpitäjien tarjontaan. Tämä prosessi on läheisesti yhteydessä periodin taloudelliseen aktiviteettiin - tuotantoon, kulutukseen, työllisyyteen, inflaatioon - ja vuorovaikutukset kulkevat molempiin suuntiin. Tuotanto ja tulot vaikuttavat säästämiseen, investointeihin, budjettialijäämään, ja vaihtotaseen alijäämään. Samanaikaisesti hyödykkeiden hinnat, valuuttakurssit, korot ja rahoitusvaateiden hinnanmuutokset vaikuttavat kulutuskysyntään, kotimaiseen pääoman akkumulaatioon ja ulkomaisiin nettoinvestointeihin. Tällä tavoin mekanismit, jotka tasapainottavat rahoitusmarkki-

nat, ovat läheisessä kytkennässä niihin, jotka tasapainottavat hyödyke- ja työmarkkinat.

Tätä prosessia Brainard ja Tobin (1968) halusivat kuvata kehittäessään rahoitusmarkkinoiden yleisen tasapainon mallin. Analyysin pohjana on yksinkertainen talouden kysyntäpuolen tilinpitokehikko (kts. taulu 1.1). Se koostuu havaintomatriisista, jonka sarakkeet kuvastavat taloudenpitäjäsektoreita ja rivit rahoitusvaateita sekä reaalityömarkkinat.

Riveillä 1 - 12 on merkitty kunkin sektorin rahoitusvaateiden hankinnat vuonna 1986.⁵ Positiiviset arvot merkitsevät säästämistä ja negatiiviset velkaantumista. Rahoitusvirtojen alla on suluissa vuoden lopun rahoitusvaateiden varannot. Rahoitusvaateiden hankinnat summautuvat rivin 13 nettorahoitusvarallisuuden muutokseen. Kun nettorahoitusvarallisuudesta vähennetään pääomavoitot sekä reaali- ja rahoitustilien tilastoero, saadaan kunkin sektorin nettorahoitussäästäminen. Nettorahoitussäästäminen yhdessä investointien, kulutuksen ja muiden reaalityömarkkinatien kanssa summautuvat sektorin käytettävissä oleviin tuloihin. Empiirisessä työssä jokaista taulun 1.1 elementtiä (lukuun ottamatta eksogeenisiä eriä) vastaa kysyntä- tai tarjontafunktio, joiden täytyy taseidentiteetin mukaan summautua riveittäin nolnaan. Käytännössä Brainard ja Tobin ovat empiirisessä työssään (esim. Backus, Brainard, Smith ja Tobin, 1980) yksinkertaistaneet taulun 1.1 kehikkoa ottamalla talouden reaalityömarkkinatien ts. investoinnit, kulutuksen ym. annettuna ja keskittyneet näin eksogeenisenä määräytyvän varallisuuden allokointiin. Monet yhden sektorin kysyntöihin keskittyneet tutkimukset ovat sen sijaan (esim. Backus ja Purvis, 1980, Luukkainen, 1983, Owen, 1986 sekä Alho, 1988) mallittaneet reaali- ja rahoitusvirtoja yhdessä.

⁵Taulun 1.1 rahoitusvirtatili on koottu erillisistä reaali- ja rahoituspuolta käsittelevistä tilastoista, joiden keskinäinen konsistenssi on ollut joiltakin osin heikko. Tämä näkyy esimerkiksi rahoitus- ja reaalityömarkkinatien välisinä suhteettoman suurina tilastoeroina.

TAULU 1.1

Rahoitusvirtatili Suomen rahoitusmarkkinoista vuodelta 1986, suluissa vuoden lopun varannot (mrd.mk)

	Koti- taloudet	Yritykset	Rahoitus- laitokset	Julkinen sektori	Suomen Pankki	Ulkomaat
1. Käteisraha ja talletukset	14.6 (144.8)	-1.6 (19.6)	-11.9 (-162.1)	-0.5 (6.4)	-0.6 (-8.7)	
2. Valtion ja rah. lait. jvk-laina	4.7 (28.3)		0.6 (5.0)	-4.1 (-25.6)	0.0 (2.3)	
3. Yritysten lainat jvk-lainat	-0.5 (2.7)	-18.2 (-162.8)	18.3 (155.0)		0.4 (0.1)	
4. Osakkeet (netto), pääomavoitot	1.1 7.7 (20.6)	2.8 -9.1 (-20.3)	-1.1 -1.7 (-5.3)	-2.8 3.1 (5.0)		
5. Asuntoluotot	-8.6 (-93.1)		7.7 (70.9)	1.1 (22.2)		
6. Muut luotot	-7.3 (-52.8)		7.3 (52.8)			
7. Sijoitustodistukset		2.9 (16.9)	-2.9 (-15.8)	0.0 (-1.1)		
8. Lyhyt ulkom. nettovelka		8.4 (-0.8)			0.1 (-0.9)	-8.5 (1.7)
9. Pitkä ulkom. nettovelka		3.4 (-14.3)	-6.0 (-19.9)	-0.3 (-25.2)	0.0 (0.1)	2.9 (59.3)
10. Kassareservit					-0.8 (8.2)	0.8 (-8.2)
11. Julkinen val. varanto			2.3 (-0.3)		-8.0 (14.1)	5.7 (-13.8)
12. Muut rahoitus-vaateet	0.0 (-0.5)	0.2 (2.4)	-9.0 (-17.4)	4.8 (23.0)	4.0 (-7.5)	
13. Nettorahoitusvarallisuus	5.8 (48.1)	-5.3 (-157.4)	1.3 (61.2)	1.2 (4.5)	-3.2 (-3.7)	0.2 (47.3)
14. - Pääomavoitot	-7.7	9.1	1.7	-3.1		
15. Tilastoero	-2.0	-17.3	9.4	2.4	3.2	4.3
16. = Nettorahoitus-säästäminen	-3.9	-13.5	12.4	0.5		4.5
17. Investoinnit	27.2	39.0	4.0	12.0		
18. - Pääomansiirrot, maan myynnit, muut	-1.1	-1.0	0.1	3.6		-9.1
19. Kulutus (ulk. nettovienti)	194.7		2.4	71.7		4.6
20. Käytettävissä ol. tulo (=16+17+18+19)	216.9	24.5	18.9	87.8		

Lähteet: Suomen Pankin rahoitustilinpito, Tilastokeskuksen luottokanta- ja -virtatilastot.

1.3 Neljä lähestymistapaa taloudenpitäjäsektorin rahoitusvirtojen mallittamiseen

Taloudenpitäjäsektorin eri rahoitus- ja reaali-vaateisiin kohdistamat kysynät eivät ole toisistaan riippumattomia. Rahoitusvirrat tai varannot summautuvat budjettirajoitteeseen, joka on mallin perspektiivistä riippuen joko varallisuus- tai likviditeettirajoite. Jos malli esimerkiksi kotitaloussektorin osalta kattaa sekä reaali- että rahoitusvirrat, on budjettirajoitteena käytettävissä oleva tulo. Jos malli sen sijaan keskittyy kotitaloussektorin portfoliovalintaan, eli ottaa kulutus/säästämissä päätöksen ja sitä kautta varallisuuden eksogeenisena, on budjettirajoitteena varallisuus. Minkä tahansa rahoitus- tai reaali-vaateen kysyntä voidaan johtaa sektorin muiden kysyntä- ja tarjontayhtälöiden sekä budjettirajoitteen lineaarikombinaationa. Kyseessä on siis singulaarinen yhtälösystemi, jonka estimointi eroaa monella tavoin ei-singulaarisen systeemin estimoinnista. Mayes ja Savage (1983, s. 218 - 219) erottavat neljä mahdollista tapaa konstruoida rahoitusvirtamalli, jossa n:ää kappaletta kysyntäyhtälöitä sitoo toisiinsa taseidentiteetti:

(i) Jätetään yksi yhtälö residuaaliksi ja estimoidaan loput n-1 yhtälöä yksi kerrallaan sen mukaan, mikä parhaiten sopii a priori -oletuksiin ja dataan. Se, mitä estimoidut yhtälöt implikoivat residuaaliyhtälöön, jätetään tässä lähestymistavasta huomiotta. Jos uskotaan, että jonkun rahoitusvaateen kysyntä muodostuu täysin irrationaalisesti ja heittelehtii arvaamattomasti huhujen ja "animal spirit":in armoilla, on mahdollista keskittyä muiden kysyntäyhtälöiden muotoilemiseen huolehtimatta implikaatioista residuaali-vaateen kysyntään. Vaikka useimmat lienevät yhtä mieltä siitä, että tällainen oletus on harvoin uskottava, on tämä ollut paljon käytetty tapa mallinrakentamisessa (ks. Mayes & Savage, 1983, s. 219).

(ii) Toimitaan muuten samoin kuin edellisessä menetelmässä, mutta muotoillaan estimoitavat n-1 yhtälöä niin, että niiden implikaatiot residuaaliyhtälöön ovat siedettäviä. Tällöin mallin rakentajan näkemys siitä, mikä on residuaaliyhtälössä siedettävää, rajoittaa estimoitavien yhtälöiden muotoilua.

(iii) Oletetaan, että jonkun rahoitusvaateen markkinat eivät yleensä ole riittävän lähellä tasapainoa, jotta sille voisi estimoida kysyntäyhtälöä, ja pidetään sitä tarjonnan määräämänä residuaalina. Tässä, kuten edellisessä menetelmässä, estimoitavat yhtälöt muotoillaan niin, että residuaaliyhtälö antaa hyväksyttävän ratkaisun, vaikka sen yksittäisten joustojen ei tarvitse noudattaa mitään a priori -oletuksia. Tämä lähestymistapa ei luonnollisesti ole käyttökelpoinen yleisen tasapainon mallissa, jossa myös tarjontapuoli mallitetaan eksplisiittisesti.

(iv) Muotoillaan estimoitavat yhtälöt niin, että ne voidaan estimoida kaikille n :lle endogeeniselle muuttujalle pitäen samalla rajoitteet voimassa.

Näistä menetelmistä ainoastaan viimeinen kohtelee eri rahoitusvaateita tasapuolisesti ja on siinä mielessä sisäisesti konsistentti. Tässä työssä keskitytään tarkastelemaan lähinnä malleja, jotka ovat (ainakin periaatteessa) noudattaneet viimeistä menetelmää.

Tobin (1975 s. 565 - 566) kiteyttää puhdasoppisen ("Yalelaisen") rahoitusmarkkinoiden yleisen tasapainon mallin periaatteet pääpiirteittäin seuraavasti:

(i) Jokaiselle mallissa eriteltävälle rahoitusvaateelle muotoillaan eksplisiittisesti jokaisen sektorin kysyntä- ja tarjontayhtälöt. Rahoitusvaateiden korot tai hinnat sopeutuvat tasapainottamaan kaikki markkinat. Jos joku korko on säädelty tai hidas sopeutumaan, vallitsee sen markkinoilla liikakysyntä tai -tarjonta, ja on määriteltävä, mikä kysyntä tai tarjonta jää tyydyttämättä.

(ii) Jokainen taloudenpitäjäsektori sopeuttaa niiden rahoitusvaateiden omistuksia, joita se itse säätelee, rajoitteenaan, että näiden rahoitusvaateiden omistukset (tai hankinnat) summautuvat eksogeeniseen budjettirajoitteeseen. Budjettirajoite rajoittaa kullekin selittävälle muuttujalle estimoitavien kertoimien summaa. Esimerkiksi koron muutoksen vaikutuksen täytyy summautua kaikkien rahoitusvaateiden yli nolnaan, kun taas budjettirajoitteen itsensä kertoimien täytyy summautua ykköseen.

(iii) Kertoimien summarajoitteiden takia yhtälöt eivät ole toisistaan riippumattomia, vaan kukin niistä voidaan johtaa muista yhtälöistä. Jos jokin yhtälöistä jätetään residuaalina määräämättä eksplisiittisesti, ja muut yhtälöt vaihtelevat funktiomuotojen ja selittävien muuttujien valinnan puolesta, voi poisjätetyn yhtälön sisältö muodostua varsin erilaiseksi kuin mikä on mallinrakentajan todellinen käsitys siitä. Sen tähden kunkin sektorin kaikkiin kysyntä- ja tarjontayhtälöihin valitaan samat funktiomuodot ja selittävät muuttujat. Minkäänlainen datasta kalastelu ei siis tässä lähestymistavassa tule kysymykseen.

Tämän luvun lopuksi on syytä määritellä selkeästi tämän työn keskeisimmät käsitteet. Rahoitusvirtamalliksi kutsutaan mallia, joka tarkastelee yhden sektorin rahoitusvirtojen muodostumista rahoitusvaateittain disaggregoitujen, konsistentisti spesifioitujen kysyntäyhtälöiden avulla ja budjettirajoitteen alaisena. Yhden sektorin rahoitusvirtamallilla ei tietenkään yksinään voi suorittaa rahoitusmarkkinoiden yleisen tasapainon analyysia, mutta tällaisten mallien tausta on voimakkaasti kiinni tobinilaisessa yleisen tasapainon ajattelussa. Rahoitusvirtamalliin liitetään vielä määre "Yalelainen", kun halutaan erikseen korostaa sitä, että Tobinin periaatetta valita kaikkiin kysyntäyhtälöihin samat selittävät muuttujat on noudatettu tarkasti. Yleisen tasapainon malli rakentuu taulun 1.1 kaltaiselle kehikolle. Se muodostuu eri sektoreiden rahoitusvirtoja mallittaneista rahoitusvirtamalleista, joista kysyntöjen ja tarjontojen tasapainosta määräytyvät korot ja rahoitusvaateiden varannot. Jotta eri sektorien rahoitusvirtamallien kokoaminen yleisen tasapainon malliksi olisi mahdollista, täytyy niiden disaggregoinnin asteeltaan ja selittävilta muuttujiltaan vastata toisiaan niin, että ne voidaan taseidentiteettien avulla sovittaa yhteen.

2 RAHOITUSVIRTAMALLIEN MIKROTEORIA

Etenkin viime vuosina monissa rahoitusvirtamallien empiirisissä sovelluksissa mallin käyttöä on pyritty rationalisoimaan eksplisiittisellä kytkennällä mikroteoriaan (esim. Parkin, 1970, Barret, Gray ja Parkin, 1975, ja Keating, 1985). Empiiriseen työhön soveltuvien rahoitusvaateiden kysyntäyhtälöiden johtamisessa ongelmia aiheutuu karkeasti jaotellen kahdesta vaatimuksesta. Ensiksi, johdettujen kysyntäyhtälöiden tulee olla funktionaaliselta muodoltaan sellaisia, että usean yhtälön rahoitusvirtamallin estimoiminen on mahdollista. Tämä ei nykyään aiheuttane ylipääsemättömiä hankaluuksia, kuten ehkä vielä 70-luvulla. Toinen, ja selvästi hankalampi ongelma aiheutuu aggregaattiaineiston käytöstä. Kysyntäyhtälöiden tulee olla muodoltaan sellaisia, että aggregointi on ylipäättään mahdollista. Tämä vaatimus on johtanut tyypillisesti Markowitzin (1952) ja Tobinin (1958) keskiarvo - varianssianalyysin käyttöön. Seuraavassa esitellään tyypillistä keskiarvo-varienssianalyysin sovellusta rahoitusvirtakehikkoon sekä siinä vaadittavia approksimaatioita. Luvun lopussa tarkastellaan transaktiokustannusten mallittamista sekä kahden että useamman periodin mallissa ja pohditaan mikroteorian tulosten käyttökelpoisuutta rahoitusvirtamallintamisessa.

2.1 Rahoitusvaateiden kysyntä keskiarvo - varianssikehikossa

Portfoliovalinnan mikroteoriassa taloudenpitäjällä on von Neumann - Morgenstern -hyötyfunktio, eli hän maksimoi odotettua hyötyään, joka on funktio periodin lopun varallisuuden odotusarvosta ja jakaumasta.

Taloudenpitäjä allokoii varallisuutensa eri rahoitusvaateisiin nettokysyntävektorin $A = (A_1, A_2, \dots, A_k)'$ mukaisesti budjettirajoitteenaan $A'i = W_0$, jossa i on yksikkövektori. Olkoon $r = (r_1, r_2, \dots, r_k)'$ rahoitusvaateiden tuottoja kuvastava satunnaisvektori, jonka odotusarvo $E(r) = \bar{r}$ ja varianssi $E(r-\bar{r})^2 = \Omega$. Kuluttajan hyötyfunktio voidaan esittää toisen asteen Taylor-approksimaationa⁶

⁶Useat kirjoittajat ovat tarkastelleet ehtoja, joiden vallitessa toisen asteen approksimaatio on validi. Ks. mm. Feldstein (1969), Samuelson (1970), Tsiang (1972) sekä Levy ja Markowitz (1979).

$$(2.1) \quad U(W) \cong U(\bar{W}) + U'(\bar{W})(W-\bar{W}) + U''(\bar{W})(W-\bar{W})^2/2,$$

jossa $\bar{W} = (1+\bar{r})'A$ on periodin lopun varallisuuden odotusarvo. Hyödyn odotusarvo on tällöin

$$(2.2) \quad E(U) \cong U(\bar{W}) + U''(\bar{W})E(W-\bar{W})^2/2 \\ = U(\bar{W}) + U''(\bar{W})A'\Omega A/2.$$

Jos yksi rahoitusvaateista, esim. rahoitusvaade A_k , on riskitön ja sen korko on ρ , voidaan yhtälö (2.2) maksimoida muiden rahoitusvaateiden kysyntöjen suhteen rajoittamatta. Ositetaan nettokysyntävektori $A = (\bar{A}', A_k)'$, jossa \bar{A} on stokastisten vaateiden nettokysyntävektori ja \bar{A} :n suhteen

$$\frac{\partial E(U)}{\partial \bar{A}} = U(\bar{W}) (1+\bar{r}) + U''(\bar{W})\bar{\Omega}\bar{A} + U'''(\bar{W})(1+\bar{r})\bar{A}'\bar{\Omega}\bar{A}/2 = 0,$$

jossa $\bar{r} = [r_1 - \rho, r_2 - \rho, \dots, r_{k-1} - \rho]'$ on vektori stokastisten korkojen määräisistä odotetuista tuotoista ja $\bar{\Omega}$ on näiden korkojen kovarianssimatriisi. Jos hyötyfunktion kolmas derivaatta on pieni, lausekkeen viimeinen termi voidaan jättää huomiotta, jolloin stokastisten vaateiden nettokysyntävektorin lausekkeeksi tulee

$$(2.3) \quad \bar{A}^* \cong - \frac{U'(\bar{W})}{U''(\bar{W})} \bar{\Omega}^{-1} (1+\bar{r}) = \frac{1}{R} \bar{\Omega}^{-1} (1+\bar{r}) \bar{W} \\ = \frac{1}{R} \bar{\Omega}^{-1} (1+\bar{r}) W_0 + \frac{1}{R} \bar{\Omega}^{-1} (1+\bar{r}) \bar{r}' A^*,$$

jossa R on investoijan suhteellinen riskiaversio. Derivoimalla viimeinen lauseke korkojen suhteen saadaan rahoitusvaateiden kysyntöjen Slutskyn yhtälö:

$$\frac{\partial \bar{A}^*}{\partial \bar{r}} = \frac{1}{R} \bar{\Omega}^{-1} W_0 + \frac{1}{R} [\bar{\Omega}^{-1} \bar{r}' A^* + \bar{\Omega}^{-1} (1+\bar{r}) A^*].$$

Yhtälön oikealla puolella ensimmäinen termi on symmetrinen, mutta hakusulkujen sisällä oleva lauseke on sen sijaan yleisesti epäsymmetrinen.

Kuten normaalissa kysyntäteoriassa, voidaan korkojen vaikutukset siis jakaa symmetriseen substituutiovaikutukseen sekä epäsymmetriseen varallisuusvaikutukseen. Friedman (1985) linearisoi yhtälön (2.4) olettamalla, että aikayksikkö on lyhyt, jolloin W_0 on hyvä approksimaatio W :lle. Samaan tulokseen päästään olettamalla hieman yleisemmin, että portfolion tuotto on riittävän vakaa, niin että $W \cong (1+\alpha)W_0$, jossa α on vakio. Tämä oletus voidaan kirjoittaa

$$(2.4) \quad -\frac{U''(\bar{W})}{U'(\bar{W})} W_0 = \frac{R}{(1+\bar{r})a} \cong \frac{R}{1+\alpha} \cong R,$$

jossa $a = A/W_0$ on vektori rahoitusvaateiden portfolio-osuuksista. Koska parametrilla α ei ole roolia varsinaisessa analyysissä, sitä ei merkitä näkyviin seuraavassa, vaan se sisällytetään aversiovakioon R . Oletusta (2.4) käyttäen tulovaikutus katoaa ja kysyntäyhtälöiden muodoksi voidaan kirjoittaa

$$(2.5) \quad \bar{A}^* \cong \frac{1}{R} \bar{\Omega}^{-1} (1+\bar{r}) W_0$$

$$A_k^* = W_0 - \bar{A}^{*'} \mathbf{1},$$

jossa korkojen jakobiaani on kokonaisuudessaan symmetrinen. Viimeinen approksimaatio ei vaikuta riskipitoisten rahoitusvaateiden keskinäisiin suhteisiin, mutta kylläkin varallisuuden jakaumaan riskittömän rahoitusvaateen ja riskipitoisten rahoitusvaateiden välillä. Normaalina korkeamman korkotason aikana approksimaatio yliarvioi riskittömän rahoitusvaateen osuuden ja matalan korkotason aikana vastaavasti aliarvioi sen.

Mikäli markkinoilla ei ole riskitöntä korkoa, yhtälö (2.2) joudutaan maksimoimaan rajoituksen $A_i = W_0$ alaisena ja tulokseksi saadaan

$$(2.6) \quad A^* = \frac{1}{R} Q (1+\bar{r}) W_0 + B W_0,$$

$$= \frac{1}{R} Q (1+\bar{r}) W_0 + B W_0 + \frac{1}{r} Q (1+\bar{r}) r' A^*$$

$$\cong \frac{1}{R} Q (1+\bar{r}) W_0 + B W_0$$

$$\text{jossa: } Q = \Omega^{-1} - \phi B B'$$

$$B = \phi^{-1} \Omega^{-1} \text{ ja } \phi = \mathbf{1}' \Omega^{-1} \mathbf{1}.$$

Yhtälön (2.6) alimmassa muodossa on jälleen käytetty oletusta (2.4). Jos investoijien suhteellinen riskiaversio on vakio, yhtälöt (2.5) ja (2.6) määrittelevät helposti estimoitavat kysyntäyhtälöt. Niissä estimoitavan parametrin Ω teoreettinen vastine on tuottojen (subjektiivisen) kovarianssimatriisin käänteismatriisi. Molemmissa tapauksissa kysyntäyhtälöillä on seuraavat ominaisuudet:

- (i) Rahoitusvaateen kysynät ovat varallisuuden lineaarisesti homogeeninen funktio.
- (ii) Rahoitusvaateiden kysynät ovat odotettujen tuottojen lineaarinen funktio.
- (iii) Rahoitusvaateiden kysyntäfunktioiden Jakobiaani korkojen suhteen on symmetrinen; rahoitusvaateen i koron muutos vaikuttaa rahoitusvaateen j kysyntään yhtä paljon kuin rahoitusvaateen j koron muutos vaateen i kysyntään.

Koska nämä ominaisuudet on johdettu approksimaatioiden ja oletusten avulla, on syytä tarkastella hieman niiden robustisuutta. Koko keskiarvo-varianssianalyysin mielekkyys nojaa oletukseen, että hyötyfunktio voidaan esittää riittävän tarkasti toisen asteen Taylor-sarjalla. Tämä approksimaatio on tarkka vain, kun investoijan hyötyfunktio on kvadraattinen tai

rahoitusvaateiden tuotot ovat normaalisti jakautuneita.⁷ Samuelson (1970) ja Tsiang (1972) osoittavat kuitenkin, että järkevällä riskin ja varallisuuden suhteella (kun riski on pieni suhteessa varallisuuteen) toisen asteen Taylor-sarja on riittävän hyvä approksimaatio perustellakseen keskiarvo-varianssikehikon käytön hyvin monenlaisilla hyötyfunktioilla. Levy ja Markowitz (1979) puolestaan laskevat numeerisia arvioita kvadraattisen approksimaation vaikutuksista eri hyötyfunktioilla, ja osoittavat, että sen aiheuttama harhaisuus odotetun hyödyn määrässä on hyvin vähäinen ja optimiportfolion koostumuksessa olematon.

Kvadraattisen approksimaation lisäksi ominaisuus (i) nojaa oletukseen suhteellisen riskiaversisuuden vakioisuudesta. Tämän oletuksen tekee erityisen välttämättömäksi aggregaattiaineistolla suoritettavan empiirisen työn vaatimukset. Jotta yksityisten investoijien kysyntäfunktiot voitaisiin tässä muodossa aggregoida kokonaiskysyntäfunktioiksi, on homogeenisuus varallisuuden suhteen välttämätön. Myöhemmin näytetään, miten hieman toisenlainen aggregoituvuusominaisuus saavutetaan heikompien oletusten vallitessa.

Lopuksi, ominaisuudet (ii) ja (iii) eli lineaarisuus ja symmetrisyys korkojen suhteen vaativat edellisten lisäksi oletuksen (2.4), eli portfolion tuoton tulee olla joko hyvin pieni tai niin vakaa, että korkojen muutoksen tulovaikutuksen voi jättää huomiotta, eli approksimaatio $(1+\tilde{r})A = aW_0$ on järkevä. Ilman näitä oletuksia rahoitusvaateiden kysynät eivät ole lineaarisia korkojen suhteen eikä systeemin jakobiaani ole symmetrinen. Tämän approksimaation tarkkuus paranee aikayksikön lyhentyessä, ja jatkuva-aikaisessa kehikossa se pätee eksaktisti. Courakis (1989) kritisoi voimakkaasti tämän approksimaation käyttöä diskreetissä

⁷Merton (1971) on osoittanut jatkuva-aikaisessa kehikossa, että keskiarvo-varianssikehikko pätee, kun rahoitusvaateiden hinnat seuraavat geometristä Brownin liikettä (eli ovat log-normaalisesti jakautuneet). Jos lisäksi oletetaan investoijan suhteellinen riskiaversio vakioksi, saadaan rahoitusvaateille yhtälön (2.5) mukaiset kysyntäfunktiot ilan yhtälön (2.4) kaltaista lisäoletusta. Tässä työssä käsitellään portfoliovalintaa vain diskreetissä ajassa.

kehikossa.⁸

Se, että kaikkien taloudenpitäjien suhteellinen riskiaversisuus on sama vakio, on varsin vahva oletus. Joitain potentiaalisesti operationaalisia tuloksia voidaan johtaa lievemmilläkin oletuksilla. Kirjoitetaan yhtälö (2.5) muotoon

$$(2.7) \quad \tilde{A}_i^* = - \frac{U'}{U} \tilde{\Omega}_i^{-1} (1+\tilde{r}),$$

jossa \tilde{A}_i^* on riskipitoisen rahoitusvaateen i kysyntä ja vaakavektori $\tilde{\Omega}_i^{-1}$ matriisin $\tilde{\Omega}^{-1}$ i :nnes rivi. Kahden riskipitoisen rahoitusvaateen i ja j muotoon (2.7) kirjoitetut kysynät voidaan jakaa keskenään, jolloin saadaan⁹

$$(2.8) \quad \tilde{A}_i^* / \tilde{A}_j^* = \frac{\tilde{\Omega}_i^{-1} (1+\tilde{r})}{\tilde{\Omega}_j^{-1} (1+\tilde{r})},$$

Riskipitoisten rahoitusvaateiden kysynät voidaan kirjoittaa vaihtoehtoisesti muotoon

$$(2.9) \quad \tilde{A}_i^* = \tilde{\Omega}_i^{-1} (1+\tilde{r}) [1' \tilde{\Omega}^{-1} (1+\tilde{r})]^{-1} 1' \tilde{A}^*.$$

⁸Agell (1988) spesifioi mikrotereettisen kehikkonsa hieman toisella tavalla. Hän approsimoi hyötyfunktiota toisen asteen Taylor-sarjalla ympäristössä $r = 0$. Rahoitusvaateiden kysynnöiksi voidaan tällöin johtaa

$$A = (1/R)(\Omega + \tilde{r}\tilde{r}')^{-1} \tilde{r}W_0,$$

jossa korkojen jakobiaani on symmetrinen. Tämä on helposti ymmärrettävissä, sillä approksimoitaessa odotettua hyötyä alkuvarallisuuden ympäristössä ei korkojen muutoksilla ole varallisuusvaikutusta ja jäljelle jää vain symmetrinen substituuutiovaikutus. Sen sijaan kysynnöistä tulee varsin epälineaariset korkojen suhteen. Agell sivuuttaa tämän ongelman oletamalla, että $\tilde{r}\tilde{r}'$ on pieni, ja jättämällä sen pois yhtälöstä.

⁹Schroyen (1988) johtaa samanlaisen rahoitusvaateiden kysyntäsystemin hieman toisenlaisista lähtökohdista.

Viimeisessä muodossa riskipitoisen rahoitusvaateen kysyntä on riskiportfolion koon lineaarisesti homogeeninen ja korkojen suhteen epälineaarinen funktio. Yhtälöt (2.8) ja (2.9) ovat valideja yhtä hyvin aggregaattitilanteissa kuin mikrotasolla.

Huomattavaa on, että yhtälöiden (2.8) ja (2.9) johtamiseksi ei oletettu hyötyfunktioiden muodosta mitään. Tulokset nojaavat yksinomaan yhtälön (2.1) lokaaliin kvadraattiseen approksimaatioon. Tämä approksimaatio, kuten kaikki approksimaatiot, on toisissa tilanteissa validimpi kuin toisissa. Tässä tapauksessa kvadraattisen approksimaation ongelmat aggregaattitasolla ovat kahdenlaisia. Ensiksi, ilman oletuksia hyötyfunktioiden muodosta kvadraattinen approksimaatio on tarkka vain, jos rahoitusvaateiden tuotot ovat normaalisti jakautuneita. Muussa tapauksessa approksimaatio on tarkka vain yhden pisteen ympärillä eli tiettyjen odotettujen korkojen läheisyydessä.¹⁰ Toinen, nimenomaan aggregaattitilanteeseen liittyvä ongelma on se, että approksimaation tarkkuus on erilainen eri taloudenpitäjille. Kun liikutaan kauemmas approksimaatiopisteestä, korkojen vaikutuksen epälineaarisuus kasvaa eri taloudenpitäjillä eri tavalla. Samalla tavoin muutokset yksittäisten taloudenpitäjien varallisuudessa vaikuttavat aggregaattiportfolion koostumukseen ilman, että korot muuttavat lainkaan.

Ensimmäinen ongelma ei ole ratkaistavissa muuten kuin tarkemmilla approksimaatioilla, ja kvadraattista approksimaatioita tarkemmat approksimaatiot eivät yleensä aggregoidu. Toisesta ongelmasta voidaan sen sijaan joissain tapauksissa päästä kokonaan. Jos markkinoilla pätee ns. "two-fund-separation", eli riskiportfolion koostumus on kaikilla taloudenpitäjillä sama, on approksimaation tarkkuus sama kaikille taloudenpitäjille, eivätkä muutokset taloudenpitäjien varallisuudessa vaikuta riskiportfolion koostumukseen. Cass ja Stiglitz (1970) osoittivat, että "two-fund-separation" pätee, jos

¹⁰Deaton ja Mullbauer (1980) keskustelevat tästä asiasta epäsuoran kysyntäfunktion translog-approksimaation yhteydessä:
 "...[This approximation] can only be guaranteed to be accurate in the locality of some point, at particular values of the price-income ratios. But the price-income ratios are not constant over a given sample, indeed it would be impossible to estimate the model if they were." (s. 74).

(i) markkinoilla on riskitön rahoitusvaade, ja taloudenpitäjien absoluuttinen riskiaversio on hyperbolinen, eli

$$(2.10) \quad -\frac{U''}{U'} = \frac{1}{a_1 + bW},$$

jossa a_1 on kullekin yksilölle ominainen ja b kaikille yhteinen parametri, tai jos

(ii) markkinoilla ei ole riskitöntä rahoitusvaadetta ja taloudenpitäjien relatiivinen riskiaversisuus on vakio.

Näiden oletusten vallitessa kvadraattisen approksimaation epätarkkuus on kaikilla taloudenpitäjillä ja siis myös aggregaattitasolla sama. Kuten aiemmin mainittiin Levyn ja Markowitzin (1979) tulokset osoittavat, että kvadraattiseen approksimaatioon perustuva portfoliovalinta johtaa mikrotasolla hyvin tarkasti samaan portfolioon kuin hyötyfunktion tarkkaan muotoon perustuva optimointi. Voidaan siis melko vahvoihin perusteisiin väittää, että jos markkinoilla on riskitön rahoitusvaade ja jos taloudenpitäjien hyötyfunktiot ovat muotoa (2.10), niin yhtälöt (2.8) ja (2.9) ovat hyvä approksimaatio riskipitoisten rahoitusvaateiden aggregaattitason kysynnälle.

Suuremman yleisyyden lisäksi yhtälöiden (2.8) ja (2.9) allokaatioyhtälöillä on toinen tärkeä etu normaalisti käytettyyn yhtälön (2.5) kysyntäfunktio- muotoon verrattuna: yhtälöiden (2.8) ja (2.9) soveltaminen ei vaadi kaikkien taloudenpitäjien hallussa olevien rahoitusvaateiden kysyntöjen mallittamista samanaikaisesti, vaan niitä voidaan soveltaa myös suppeampaan joukkoon rahoitusvaateita kerrallaan. Rahoitusvaateen kysyntäfunktion parametrien estimoimiseksi riittää, kun tiedetään sen oman varannon lisäksi ainakin yhden toisen rahoitusvaateen varanto.

Yhtälöstä (2.10) saadaan erikoistapauksina eksponentiaalinen, logaritminen ja potenssimuotoinen hyötyfunktio. Se siis sallii kasvavan tai vakioisen absoluuttisen riskiaversion sekä vähenevän, vakioisen tai kasvavan suhteellisen riskiaversion, joten se ei ehkä vaikuta kovin rajoittavalla vaatimuksella. On kuitenkin huomattava, että hyötyfunktion luokan

määrävän parametrin b tulee olla kaikille taloudenpitäjille yhteinen. Toisin sanoen, jos yhden taloudenpitäjän hyötyfunktio on logaritminen, niin kaikkien muiden taloudenpitäjien hyötyfunktioiden pitää myös olla logaritmisia. Kahden taloudenpitäjän absoluuttiset riskiaversiot voivat erota toisistaan kaikilla varallisuuden tasoilla vain saman vakion verran.

2.2 Rahoitusvaateiden aggregointi

Edellä johdetut kysyntäfunktiot eivät ole vielä kovinkaan operationaalisia, sillä kunkin rahoitusvaateen kysyntä riippuu sen omasta ja kaikkien muiden rahoitusvaateiden tuottojen jakaumasta. Kun markkinoilla on satoja erilaisia arvopapereita, ei tämä lähtökohta johda pitkällekin empiirisessä työssä. Rahoitusvaateiden aggregointi jollain tavoin on välttämätöntä. Kuten seuraavissa luvuissa nähdään, rahoitusvirtamallien sovelluksissa kaikki osakkeet aggregoidaan tyypillisesti yhdeksi indeksiportfolioksi. Samoin joukkovelkakirjalainat jaotellaan yleensä vain maturiteetin, ei liikkeelle laskijan mukaan. Sitä, mitä oletuksia tällainen aggregointi pitää sisällään, ei juurikaan ole pohdittu. Seuraavassa esitetään CAP-mallin kehikossa (CAP-mallista, ks. esim. Huang & Litzenberger, 1986) riittävät ehdot sille, että tämänlaatuinen aggregointi on mikroteoreettisesti validia.

Olkoon markkinoilla $k+m$ rahoitusvaadetta A_1, \dots, A_{k+m} , joiden tuottoja kuvaa vektori $r = [r'_k \ r'_m]' = [r_1, \dots, r_k, r_{k+1}, \dots, r_{k+m}]'$. Yhtälön (2.5) mukaan riskipitosten rahoitusvaateiden optimikysynät ovat

$$(2.11) \quad A = (1/R)\Omega^{-1}\bar{r}W,$$

jossa \bar{r} on tuottojen odotusarvovektori, Ω niiden kovarianssimatriisi ja R skaalari.

Oletetaan, että rahoitusvaateet $k+1, \dots, k+m$ hinnoitellaan CAP-mallin mukaisesti, jolloin tuottoja kuvaava vektori r_m voidaan jakaa riskittömään tuottoon sekä kahteen ortogonaaliseen komponenttiin

$$(2.12) \quad r_m = \rho + \beta(r_M - \rho) + \hat{r}_m,$$

jossa ρ on riskitön korkotasoa, (skalaari) r_M on rahoitusvaateista $k+1, \dots, k+m$ muodostetun, markkina-arvojen mukaan painotetun markkina-portfolion tuotto, ja $\beta = [\beta_{k+1}, \dots, \beta_{k+m}]'$ vektori kunkin rahoitusvaateen beta-kertoimista $\beta_i = \text{cov}(r_i, r_M) / \text{var}(r_M)$. \hat{r}_m on vektori kullekin rahoitusvaateelle ominaisista lisätuotoista, joille pätee $E(\hat{r}_m) = 0$ ja $E(\hat{r}\hat{r}') = \Omega$. Voidaan esimerkiksi ajatella, että rahoitusvaateet $k+1, \dots, k+m$ tarkoitetaan osakkeita, r_M on korreloitunut rahoitusvaateiden $1, \dots, k$ tuottojen kanssa, eli $\text{cov}(r_k, r_m) = \text{cov}(r_k, \beta r_M)$. Kunkin osakkeen tuoton yritysspesifiosa oletetaan riippumattomaksi muiden rahoitusvaaderyhmien tuotoista. Tällöin tuottojen kovarianssimatriisi Ω voidaan kirjoittaa

$$(2.13) \quad \Omega = \text{cov}(r, r) = \begin{bmatrix} \Omega_k & \vdots & \text{cov}(\beta r_M, r_k) \\ \text{cov}(r_k, \beta r_M) & \vdots & \Omega_m + \beta\beta' \sigma_M^2 \end{bmatrix},$$

jossa Ω_k on rahoitusvaateiden $1, \dots, k$ kovarianssimatriisi ja $\sigma_M^2 = \text{var}(r_M)$.

Kombinoidaan nyt rahoitusvaateet $k+1, \dots, k+m$ uudelleen niin, että rahoitusvaateeksi $k+1$ valitaan edellä mainittu markkinaportfolio A_M ja kunkin rahoitusvaateen $A_i - \beta_i A_M$, $i = k+2, \dots, k+m$ sijalle valitaan portfolio $\tilde{A}_i = (1 - \beta_i)^{-1} (A_i - \beta_i A_M)$, $i = k+2, \dots, k+m$. Kutakin alkuperäistä rahoitusvaadetta A_i , $i = k+2, \dots, k+m$ vastaa siis uusi "nollabetaportfolio", joka on muodostettu yhdistämällä rahoitusvaateeseen A_i sen beta-kertoimen määrittelemä lyhyt positio markkinaportfoliota. Näin muodostetun portfolion tuotto on $\rho + (1 - \beta_i)^{-1} \hat{r}_i = \rho + b_i \hat{r}_i = \rho + b_i r_i$, jossa $b_i = 1 / (1 - \beta_i)$, ja se on korreloitumaton markkinaportfolion tuoton kanssa. Tämä uudelleenjärjestely ei muuta taloudenpitäjän sijoitusmahdollisuuksia, sillä alkuperäiset

rahoitusvaateet voidaan muodostaa uusien portfolioiden lineaarikombinaatioina. Merkitään uutta rahoitusvaadevektoria $\tilde{A} = [A_1, \dots, A_k, A_M, \tilde{A}_{k+2}, \dots, \tilde{A}_{k+m}]$ ja vastaavaa tuottovektoria $\tilde{r} = [r_1, \dots, r_k, r_M, \rho^{b_{k+2}} r_{k+2}, \dots, \rho^{b_{k+m}} r_{k+m}]$. Uusi kovarianssimatriisi on

$$(2.14) \quad \Omega = E(\tilde{r}\tilde{r}') = \begin{bmatrix} \Omega_k & \vdots & \omega & \vdots & 0 \\ \omega' & \vdots & \sigma_M^2 & \vdots & 0 \\ 0 & \vdots & 0 & \vdots & B\Omega_{m-1}B \end{bmatrix},$$

jossa $\omega = \text{cov}(r_k, r_M)$, Ω_{m-1} on matriisi Ω_m ensimmäinen rivi ja sarake poistettuna ja B on diagonaalinen $(m-1) \times (m-1)$ matriisi, jonka diagonaalielementteinä ovat b_{k+2}, \dots, b_{k+m} . Uusi kovarianssimatriisi on siis blokkidiagonaalinen, joten myös sen yhtälössä (2.11) tarvittava kääntematriisi on samoin blokkidiagonaalinen. Kysyntäsystemi jakautuu siis kahteen osaan. Ensimmäisessä systeemissä taloudenpitäjä päättää rahoitusvaateisiin $1, \dots, k$ sekä osakkeiden markkinaportfolioon kohdistamansa kysynnän. Toisessa systeemissä määräytyvät osakkeiden keskinäiset suhteet portfolioissa. Kuitenkin, jos "two-fund-separation" pätee ja markkinat ovat tasapainossa, on kaikkien sijoittajien riskiportfolion koostumus sama kuin markkinaportfolion koostumus. Tällöin toisen systeemin kysyntöjen täytyy olla identtisesti nolla ja koko portfolioallokaatio-ongelma on esitettävissä ensimmäisen systeemin avulla.

2.3 Transaktiokustannusten mallittaminen

Yhtälöiden (2.5) ja (2.6) kysyntäyhtälöt ovat staattisia ja toimivat sellaisenaan vain tilanteessa, jossa portfolioon sopeuttamisesta ei aiheudu kustannuksia. Transaktiokustannusten mukaan ottaminen johtaa uskottavampaan, dynaamiseen mallikehiköön. Kuten seuraavassa luvussa nähdään, rahoitusvirtamallien dynamiikka on tyypillisesti mallitettu tavallisen osittaisen sopeutumisen mallin moniulotteisella versiolla

$$(2.15) \quad \Delta A = \Gamma[A^* - A_0],$$

jossa A^* on rahoitusvaateiden optimaaliset varannot, A_0 edelliseltä periodilta perityt alkuvarannot, ja Γ sopeutustermien matriisi. Tässä työssä yhtälön (2.15) sopeutusmekanismia kutsutaan nimellä yleistetty osittainen sopeutuminen. Tämä spesifikaatio on yleensä oletettu ad hoc, mutta jotkut kirjoittajat ovat johtaneet sen kvadraattisen harmifunktion minimoinnista (esim. Christofides, 1976, Owen, 1986, Keating, 1985 sekä Barr ja Cuthbertson, 1989. Myös Poterba ja Rotemberg, 1987, käyttävät samantapaista spesifikaatiota). Jos taloudenpitäjä minimoi kvadraattista kustannusfunktiota

$$(2.16) \quad C = (A - A^*)B(A - A^*) + (A - A_0)D(A - A_0),$$

jossa matriisit B ja D kuvastavat portfolioepätasapainosta ja portfolioon sopeuttamisesta aiheutuvia kustannuksia, saadaan tulokseksi juuri yleistetty osittainen sopeutuminen. Yhtälön (2.16) spesifikaatiota rahoitusmarkkinoiden transaktiokustannusten mallintamiseen voi arvostella ainakin kahdella perusteella. Ensiksi, kvadraattinen kustannusfunktio on ristiriidassa sen kanssa, mitä rahoitustransaktioiden kustannuksista tiedetään. Siinä transaktioista koituvat marginaalikustannukset ovat transaktioiden koon kasvava funktio, kun huomattavasti luontevampaa olisi olettaa transaktioiden marginaalikustannukset vakioisiksi tai laskeviksi. Toinen syy yhtälön (2.16) spesifikaation arvosteluun on se, että sen sisältämä kustannusten minimointiongelma on riippumaton optimaalisen portfolioon A^* määräävästä optimointiongelmasta. Näiden kahden optimointiongelman erottamiselle ei ole mielekästä teoreettista perustetta. Oikea tapa mallittaa transaktiokustannukset on sisällyttää ne samaan hyödynmaksimointikehiköön, joka määrää optimaalisen portfolioon. Seuraavassa tarkastellaan kvadraattisen kustannusfunktion ominaisuuksia edellisen luvun hyödynmaksimointikehikössä.

Jos oletetaan, että portfolioon sopeuttamisesta aiheutuvat kustannukset ovat yhtälön (2.16) mukaisesti kvadraattiset ja deterministiset, on periodin lopun odotettu varallisuus

$$(2.17) \quad W = (1+r)W_0 - \frac{1}{2} (A - A_0)D(A - A_0).$$

Sopeutuskustannusmatriisi D voidaan yleisyyttä rajoittamatta määritellä symmetriseksi, ja koska transaktiokustannukset ovat positiivisia, se on myös positiivisesti definiitti. Sijoittamalla yhtälöön (2.2) ja maksimoimalla A :n suhteen saadaan yhtälöä (2.5) vastaavin approksimaatioin tulokseksi¹¹

$$(2.18) \quad \begin{aligned} \Delta \tilde{A} &= \left[-\frac{U'}{U''} \tilde{D} + \Omega \right]^{-1} (\tilde{A}^* - A_0) \\ &= [W_0 \tilde{D} + R\Omega]^{-1} R\Omega (\tilde{A}^* - A_0), \\ A_k &= W_0 - \mathbf{1}' \tilde{A} \end{aligned}$$

jossa \tilde{A} on $N-1$ -vektori stokastisista vaateista ja \tilde{D} $(K-1)^*(K-1)$ matriisi joka saadaan vähentämällä matriisin D jokaisesta rivistä viimeinen rivi ja näin syntyvän matriisin jokaisesta sarakkeesta viimeinen sarake. Koska analyysissä on oletettu suhteellinen riskiaversio vakioiksi, on hakasulkujen sisällä oleva lauseke varallisuuden kasvava funktio. Kvadraattiset transaktiokustannukset eivät siis vakioisen suhteellisen riskiaversisuuden vallitessa johda osittaisen sopeutumisen malliin, vaan malliin, jossa sopeutuminen on sitä hitaampaa, mitä suurempi portfolio on kyseessä. Jos sen sijaan taloudenpitäjien absoluuttinen riskiaversio on yhteinen vakio, päästään vakioikertomiseen osittaisen sopeutumisen malliin. Tässä tapauksessa kuitenkin optimiportfolion \tilde{A}^* koostumus vaihtelee varallisuuden funktiona.

Hieman toisenlaisella (ja luultavasti myös uskottavammalla) transaktiokustannusten spesifikaatiolla päästään parempiin tuloksiin. Kirjoitetaan periodin lopun odotettu varallisuus muotoon

$$(2.19) \quad \bar{W} = (1+\bar{r})A - \frac{1}{2} (A-A_0)D(A-A_0)/W_0.$$

Yhtälössä (2.19) portfolion sopeuttamisen kustannukset riippuvat kvadraattisesti portfolio-osuuksien muutoksista, mutta lineaarisesti transaktioiden

¹¹Yksinkertaisuuden vuoksi oletetaan, että markkinoilla on riskitön rahoitusvaade, eli yhtälön (2.5) tilanne. Sama analyysi pätee myös tilanteessa, jossa riskitöntä rahoitusvaadetta ei ole, mutta lausekkeet ovat huomattavasti hankalampia.

absoluuttisesta koosta. Voidaan ajatella, että portfolion koostumuksen sopeuttamisesta koituvat "psykykkiset" kustannukset ovat kvadraattisia, mutta varsinaisten transaktioiden aiheuttamat kustannukset (leimaverot, provisiot tms. ovat vakio-osuus transaktioiden koosta. Yhtälön (2.2) mukaisella kvadraattisella approksimaatiolla saadaan ensimmäisen kertaluvun ehdoksi optimi-ratkaisulle

$$U'(\bar{W})[(1+\bar{r}) - D(A-A_0)/W_0] + U''(\bar{W})\Omega A = 0.$$

Käyttämällä jälleen approksimaatiota (2.4) voidaan optimaalisen portfolion sopeutuksen lausekkeeksi ratkaista

$$(2.20) \quad \begin{aligned} \Delta \tilde{A} &= [\tilde{D} + R\Omega]^{-1} R\Omega (\tilde{A} - \tilde{A}_0), \\ A_k &= W_0 - \mathbf{1}' \tilde{A} \end{aligned}$$

jossa R on jälleen (vakioinen) suhteellinen riskiaversio ja \tilde{D} kuten edellä. Yhtälö (2.20) on juuri yleistetyn osittaisen sopeutumisen malli. Riittävä ehto sopeutumissysteemin stabiiliudelle on, että kerroinmatriisin $[\tilde{D} + R\Omega]^{-1} R\Omega$ kaikki ominaisarvot ovat nollan ja ykkösen välillä. Ehto täyttyy, jos \tilde{D} on, kuten edellytettiin, positiivisesti definiitti. Muuntamalla transaktiokustannusten täsmennystä voidaan konstruoida monimutkaisempia sopeutumismekanismia. Jos yhtälön (2.15) oikealle puolelle sopeutumiskustannuksiin lisätään termi $-\frac{1}{2} (\Delta A - \Delta A_0)G(\Delta A - \Delta A_0)/W_0$ saadaan rahoitusvaateiden kysyntä-yhtälöön vaateiden varantojen viivettä. Lisättävä termi kuvastaa sitä vaikutusta, joka jo käynnissä olevalla portfolion sopeuttamisprosessilla on transaktiokustannuksiin.

Hyvin aggregoituvan yhtälön (2.20) johtaminen vaati jälleen oletuksen vakioisesta suhteellisesta riskiaversiosta. Yhtälöiden (2.8) ja (2.9) vähemmän rajoittavilla oletuksilla pätevät tulokset eivät valitettavasti yleisty kehikkoon, jossa huomioidaan transaktiokustannukset. On huomattava, että edellä esitetty sopeutumiskehikko ei huomioi uuden varallisuudenmuodostuksen vaikutuksia sopeutumiskustannuksiin. Puutteeksi on todettava myös se, että yhtälö (2.20) olettaa taloudenpitäjän optimoivan vain yhden periodin aikaperspektiivillä. Seuraavassa tarkastellaan kehikon käyttöä monen periodin mallissa.

2.4 Transaktiokustannukset usean periodin mallissa

Edellä on oletettu, että taloudenpitäjän tavoite on maksimoida periodin lopun varallisuutta. Jos portfolion sopeuttaminen tapahtuu viiveettä ja ilman transaktiokustannuksia, niin yhtälön (2.5) strategia maksimoi taloudenpitäjän hyödyn myös intertemporaalisesti. Jos sen sijaan transaktioista aiheutuu kustannuksia, kunkin periodin portfoliopäätökset vaikuttavat tulevien periodien transaktiokustannuksiin, eikä yhden periodin hyödynmaksimointikehikko enää tuota intertemporaalisesti optimaalista ratkaisua. Kennan (1980) johtaa optimaalisen sopeutumismekanismiin yhden yhtälön mallissa, jossa sekä transaktiokustannukset että epäoptimaalisesta allokaatiosta aiheutuvat kulut ovat kvadraattiset. Neusser (1985) soveltaa analogista lähestymistapaa moniulotteiseen tapaukseen. Jos halutaan osan (2.3) tavalla käsitellä transaktiokustannuksia samassa optimointikehikossa kuin optimiportfolion valintaa, on huomattavasti monimutkaisempi ja positiivisten tulosten saavuttaminen vaatii voimakkaita oletuksia. Seuraavassa osoitetaan, että tässä työssä käytettäviä rahoitusvaateiden kysyntäyhtälöitä voidaan (tosin varsin spesifissä erikoistapauksessa) perustella myös silloin, kun taloudenpitäjä optimoi yli ajan.

Tarkastellaan tilannetta, jossa taloudenpitäjän periodin alun varallisuus otetaan annettuna, jolloin hyötyfunktio $U(\bar{w}_{t+1}) = U((1+\bar{r})a_t)$ voidaan esittää portfolion odotetun tuoton funktiona $V(\bar{R}_t^n)$. Erityisesti oletus (2.4) voidaan tässä muodossa kirjoittaa

$$-\frac{U''(\bar{w})w_0}{U'(\bar{w})} = -\frac{V''(\bar{R}_t^n)}{V'(\bar{R}_t^n)} \equiv R.$$

Yksinkertaisuuden vuoksi oletetaan lisäksi taloudenpitäjän aikapreferenssikerroin ykköseksi. Portfolion nettoluotto R^n periodilla t on

$$R_t^n = (1+r_t)a_t - \frac{1}{2}(a_t - a_{t-1})D(a_t - a_{t-1}),$$

jossa a_t on, kuten edellä, vektori eri rahoitusvaateiden portfolio-osuuksista. Taloudenpitäjä maksimoi odotettua hyötyään, yli ajan

$$(2.21) \quad E[V(R^n)] = E\left[\sum_{i=t}^{\infty} V(R_i^n)\right] \cong \sum_{i=t}^{\infty} \left[V(\bar{R}_i^n) + \frac{1}{2} V''(\bar{R}_i^n) E(R_i^n - \bar{R}_i^n)^2\right],$$

jossa \bar{R}_i^n on siis portfolion nettotuoton odotusarvo periodilla i . Jos määritellään jälleen rahoitusvaade a_k riskittömäksi sijoituskohteeksi, jonka korko on ρ , \bar{R}_i^n voidaan kirjoittaa

$$(2.22) \quad R_t^n = (1+\bar{r}_t)a_t - \frac{1}{2}(a_t - a_{t-1})'D(a_t - a_{t-1}), \\ = (1+\tilde{r}_t)a_t + \rho - \frac{1}{2}(\tilde{a}_t - \tilde{a}_{t-1})'\tilde{D}(\tilde{a}_t - \tilde{a}_{t-1}).$$

Alemmassa lausekkeessa \tilde{a}_t on vektori riskipitoisten rahoitusvaateiden osuuksista portfoliossa ja $\tilde{r} = [\bar{r}_1 - \rho, \dots, \bar{r}_{k-1} - \rho]$ on vektori näiden rahoitusvaateiden ylimääräisistä odotetuista tuotoista. Matriisi \tilde{D} on muodostettu matriisista D samoin kuin yhtälössä (2.18).

Yhtälöiden (2.21) - (2.22) määrittelemässä dynaamisessa optimointitehtävässä ovat voimassa Simon-Theil -ehdot ensimmäisen periodin varmuusekvivalenssille (Theil, 1961), joten tehtävän ratkaisu on melko suoraviivainen. Sijoittamalla yhtälöön (2.21) saadaan ensimmäisen kertaluvun ehdoksi optimiratkaisuksi kvadraattisella approksimaatiolla

$$(2.23) \quad \partial E(V)/\partial \tilde{a} \cong V'(R_t^n)(\tilde{r}_t - \tilde{D}(\tilde{a}_t - \tilde{a}_{t-1})) + \tilde{D} E(\tilde{a}_{t+1} - \tilde{a}_t) \\ + V''(\bar{R}_t^n)\tilde{\Omega}\tilde{a}_t = 0.$$

Koska ensimmäisen periodin varmuusekvivalenssiehdot ovat voimassa, voidaan yhtälö (2.23) ratkaista samoin kuin jos $E\tilde{a}_{t+1}$ olisi tunnettu.

Kun muistetaan, että $V''(R^n)/V'(R^n) = R$, jossa R on vakio, voidaan (2.23) kirjoittaa muotoon

$$(2.24) \quad \tilde{r}_t + D\{I - [2I + R\Omega D^{-1}B + B^2]\tilde{a}_{t+1} = 0,$$

jossa B on viiveoperaattori. Voidaan määritellä positiivisesti definiti, symmetrinen matriisi Λ , jonka ominaisarvot kaikki ominaisarvot ovat pienempiä kuin yksi ja jolle pätee $\Lambda + \Lambda^{-1} = 2I + R\Omega D^{-1}$ (ks. liite luvun lopussa). Tällöin (2.24) voidaan kirjoittaa

$$(2.25) \quad \tilde{r}_t + \tilde{D}(I - \Lambda^{-1}B)(I - \Lambda B)\tilde{a}_{t+1} = \\ \tilde{r}_t + \tilde{D}(B^{-1} - \Lambda^{-1})(I - \Lambda B)\tilde{a}_t = 0,$$

joka ratkeaa \tilde{a}_t :n suhteen

$$(2.26) \quad (I - \Lambda B)\tilde{a} = \Lambda \tilde{D}^{-1}(I - \Lambda B^{-1})^{-1}\tilde{r}_t \\ = \Lambda \tilde{D}^{-1} \sum_{s=0}^{\infty} \Lambda^s \tilde{r}_{t+s}.$$

Tämä voidaan kirjoittaa muotoon

$$(2.27) \quad a_t = \Lambda \tilde{a}_{t-1} + (I - \Lambda)\tilde{a}_t^* \\ a_{k,t} = 1 - \lambda^k \tilde{a}_t^*$$

jossa $\tilde{a}_t^* = \psi \tilde{D}^{-1} \sum_{s=0}^{\infty} \Lambda^s \tilde{r}_{t+s}$, ja $\psi = (I - \Lambda)^{-1} \Lambda$ on positiivisesti definitti matriisi (ks. liite).

Jos korot ovat stationaarisia niin yhtälön oikealla puolella oleva sarja suppenee, sillä matriisin Λ ominaisarvot ovat pienempiä kuin yksi. Kun sopeutumiskustannusmatriisi \tilde{D} lähestyy ääretöntä, matriisi Λ lähestyy yksikkömatriisia ja yhtälön (2.26) oikea puoli nollamatriisia, eli portfolion muutos lähestyy nollaa. Jos taas sopeutuskustannukset lähestyvät nollaa, Λ -matriisi lähestyy nollamatriisia ja $\Lambda \tilde{D}^{-1}$ lähestyy matriisia

$(R\Omega)^{-1}$, jolloin yhtälö (2.26) supistuu yhtälöksi (2.5).

Portfolion optimikoostumus on siis funktio tulevista korkojen arvoista. Jos esimerkiksi korot noudattavat ensimmäisen asteen vektoriautoregressiivistä prosessia $\tilde{r} = \phi \tilde{r}_{t-1} + u_t$, voidaan portfolion optimikoostumus kirjoittaa

$$(2.28) \quad \tilde{a}_t^* = \gamma \tilde{r}_t,$$

jossa $\gamma = \psi \tilde{D}^{-1} \sum_{s=0}^{\infty} \Lambda^s \phi^s$. Tässä erikoistapauksessa kysyntäyhtälön muoto on siis sama kuin yhden periodin optimoinnin tapauksessa, mutta kertoimien tulkinta on toisenlainen.

Staattisessa optimoinnissa taloudenpitäjän hyötyfunktio voidaan esittää ekvivalentisti joko portfolion tuoton, periodin lopun varallisuuden tai kulutuksen suhteen. Dynaamisessa kehikossa ekvivalenssi pätee vain, jos taloudenpitäjä pitää varallisuutensa arvon vakiona periodista toiseen. Tämä on hyvin rajoittava oletus, eikä sille ole juuri perusteita hyödynmaksimoinnissa. Se on kuitenkin tarpeen, sillä jos kunkin periodin portfoliovalinta vaikuttaisi tulevien periodien allokoitavaan varallisuuteen, eivät varmuusekvivalenssiehdot enää olisi voimassa, ja optimointiongelman ratkaisu vaikeutuisi huomattavasti.

2.5 Portfoliovalinta ja kysyntäteoria

Keskiarvo-varianssi -analyysissa rahoitusvaateet ainoa funktio on toimia varallisuuden arvon säilyttäjinä, ja ne eroavat toisistaan ainoastaan tuottojensa jakauman osalta. Rahoitusvaateilla saattaa kuitenkin olla muitakin rooleja. Näistä ilmeisin on rooli transaktioiden välineenä. Esimerkiksi Poterba ja Rotemberg (1987) ovat tarkastelleet mallia, jossa taloudenpitäjän hyötyfunktiossa on argumenttina CES-tyyppinen rahoitusvaateiden likviditeetti-indeksi. He olettavat taloudenpitäjille vakioisen suhteellisen riskiaversisuuden, jolloin he pääsevät estimoimaan Euler-yhtälöitä ja hyötyfunktion parametreja.

Barr ja Cuthbertson (1989a, 1989b) ovat soveltaneet ajatusta, että rahoitusvaateet tarjoavat omistajalleen hyötyä muutenkin kuin varallisuuden säilyttäjänä, läheisemmin rahoitusvirtamallintamiseen liittyvässä kehikossa. He sijoittavat rahoitusvaateiden varannot itsenäisiksi argumenteiksi taloudenpitäjän hyötyfunktioon, jolloin portfoliovalintaan voidaan soveltaa kysyntäteorian menetelmiä. Optimoinnin duaalisuus tarjoaa mahdollisuuden tarkastella kuluttajan valintaa joko hyödynmaksimointiongelmana tai vaihtoehtoisesti kustannusten minimointiongelmana. Barr ja Cuthbertson ovat soveltaneet hiljattain jälkimmäistä lähestymistapaa portfoliovalintaan. He ovat käyttivät Deatonin ja Mullbauerin (1980) AIDS (Almost Ideal Demand System) kehikkoa jossa tulokset johdetaan käyttämällä hyötyfunktion approksimaation sijasta kustannusfunktion approksimaatiota.

Barr ja Cuthbertson etenevät pääpiirteittäin seuraavasti. He sijoittavat periodin lopun rahoitusvaateiden varannot itsenäisinä argumentteina taloudenpitäjän hyötyfunktioon, eli $U = U(A_1, \dots, A_n)$. Kullekin rahoitusvaateelle A_i he määrittelevät hinnan $p_i = (1 + \bar{r}_i)^{-1}$, jossa \bar{r}_i on rahoitusvaateen i odotettu verojen jälkeinen reaalikorko. Kunkin rahoitusvaateen varanto periodin lopussa riippuu siihen periodin alussa sijoitetuista varoista $p_i A_i = A_{i,0}$. Taloudenpitäjän ongelma on minimoida annetulla hyötytasolla menofunktio $W_0(p, U) = p'A = {}_1'A_0$. He approksimoivat menofunktion logaritmia toisen asteen (PIGLOG-) approksimaatiolla

$$(2.29) \quad \ln(W_0) = \alpha_0 + \alpha' \ln(p) + \frac{1}{2} \ln(p)' \Gamma \ln(p) + \beta_0 U[\pi p_i^{\beta_i}]$$

Shepardin lemman perusteella eri hyödykkeiden kulutusosuudet (tässä tapauksessa rahoitusvaateiden portfolio-osuudet) saadaan yhtälöstä (2.29) derivoimalla hintojen logaritmin suhteen eli $\partial[\ln(W_0)]/\partial[\ln(p_i)] = A_i p_i / W_0 = A_{i,0} / W_0 = a_{i,0}$. Kysyntäfunktiot voidaan ratkaista muotoon

$$(2.30) \quad a_0 = \alpha + \Gamma \ln(p) + \beta [\ln(W) - \ln(P)],$$

jossa $\ln(P) = a_0' \ln(p)$, on rahoitusvaateiden kustannusten portfolio-osuuksilla painotettu indeksi.

Yhtälön (2.30) malli on hyvin samanlainen kuin aiemmin portfolioteoriasta johdettu. Siihen liittyy kvadraattisen approksimaation käyttö ja aggregoinnin osalta paljolti samoja ongelmia kuin edellä keskiarvo-varianssikehikon yhteydessä. Lisäksi yhtälössä (2.30) on täysin yhtälölle (2.3) analoginen tulovaikutuksen epälineaarisuuden aiheuttama ongelma: yhtälön (2.30) oikealla puolella termi $\ln(W_0) - \ln(P) \cong \ln((1 + \bar{r}) a_0 W_0)$ sisältää selitettävän muuttujan a_0 , joten yhtälö ei ole täysin auki kirjoitettu. Kun lisäksi $\ln(p_i) = -r_i$, nähdään, että yhtälön (2.30) kysyntäfunktiot eivät juurikaan eroa keskiarvo-varianssianalyyseissa johdetuista.

Barr ja Cuthbertson käyttävät rahoitusvaateiden kysyntöjä mallittaessaan suoraa analogiaa kulutushyödykkeiden kysyntöjen kanssa. Tämä lähestymistapa ei eksplisiittisesti liitä rahoitusvaateiden tuottamaa hyötyä niiden tarjoamaan tuottoon tai likviditeettiin, vaan se sallii periaatteessa rahoitusvaateille monenlaisia rooleja, joita keskiarvovarianssikehikko ei huomioi. Tällainen on esimerkiksi vaateiden rooli suojautumiskysynnän kohteena. Tilanteessa, jossa varallisuuden rajahyöty on stokastinen, on rahoitusvaateen tuoton odotettu hyöty sitä suurempi mitä suurempi on sen positiivinen korrelaatio rajahyödyn kanssa. Luotonsääntösten aikana Suomessa tiettyjen rahoitusvaateiden omistus oli puolestaan toimivan pankkisuhteen ja luottomarkkinoille pääsyn edellytys. Tätä taustaa vasten kysyntäteorian soveltamista portfoliovalintaan voi pitää perusteltuna.

Hyvin toimivilla markkinoilla rahoitusvaateiden tuottama hyöty liittyy kuitenkin pääosin juuri niiden rooliin varallisuuden säilyttäjänä ja likviditeettipalvelujen tarjoajana - molemmat ominaisuuksia, jotka ovat ainakin periaatteessa mitattavissa. Tällöin Barrin ja Cuthbertsonin yleinen hyötyfunktion muoto jättää informaatiota käyttämättä. Tässä mielessä rahoitusvaateiden sijoittamista itsenäisinä argumentteina taloudenpitäjän hyötyfunktioon voi pitää enemmän tapana kiertää portfolioteorian ja erityisesti keskiarvo-varianssianalyysin ongelmaia kuin ratkaista niitä.

2.6 Rahoitusvirtamallien mikrokytkennät - yhteenveto

Edellä johdettiin hyödynmaksimoinnista rahoitusvaateille kysyntäfunktiot, jotka säilyttävät ominaisuutensa aggregoidessa ja ovat helposti estimoitavissa. Saatujen tulosten yleisyys on kuitenkin vähäinen ja vähenee entisestään lisättäessä malliin reaali maailman piirteitä kuten transaktiokustannukset ja intertemporaalisin optimoinnin. Erilaisilla mikrotason spesifikaatioilla päästään hyvin erilaisiin kysyntäfunktioihin.¹² Esimerkiksi monissa töissä käytetty oletus absoluuttisen riskiaversion vakioisuudesta johtaa kysyntäfunktioihin, taloudenpitäjien riskipitoisten vaateiden kysyntä on riippumaton alkuvarallisuudesta, ts. portfolion koosta. Tällaisessa spesifikaatiossa riskipitoisten rahoitusvaateiden kysynät määräytyvät siis ainoastaan taloudenpitäjien lukumäärän ja keskimääräisestä riskiaversiovakion perusteella. Aggregointi on mahdollista ainoastaan riskiportfolion koostumuksen osalta ja vain staattisessa mallissa, joten se on käyttökelpoinen lähinnä mikrotason empiirisissä töissä.

Ehkä osittain johtuen mikroteorian tulosten herkkyydestä tehdyille oletuksille, sekä osittain myös lähestymistavan keynesiläisen lähtökohdan vuoksi useimmat rahoitusvirtamallien soveltajat ovat lähteneet ad hoc -kysyntäfunktioista ja jättäneet eksplisiittisen kytkennän mikroteoriaan tekemättä. Toiset mikroteoriaan ja keskiarvo-varianssianalyysiin työnsä rakentaneet tutkijat ovat suhtautuneet kriittisesti tämänlaatuiseen lähestymistapaan. Parkin, Gray ja Barrett (1970) kritisoivat töitä, joissa kysyntäfunktioita ei ole kytketty mikroteoriaan, koska heidän mielestään "...they are theoretically barren and yield empirical relationships that are difficult to interpret".

Owen (1986, s. 94) katsoo, että koska hyödynmaksimoinnista johdetut rajoitukset kysyntäfunktioiden muodolle riippuvat olennaisesti valitusta hyötyfunktioista (ja myös korkojen jakaumasta), ei ole empiirisesti

¹²Mm. Saito (1977) yhdistää vakioisen absoluuttisen riskiaversion gamma-jakautuneisiin rahoitusvaateiden tuottoihin ja johtaa kysyntäfunktiot, joissa rahoitusvaateiden kysynät riippuvat lineaarisesti odotettujen tuottojen käänteislukuista.

katsoen selvää, että ad hoc -muotoillut yhtälöt olisivat arveluttavampia kuin yhtälöt, jotka on johdettu ad hoc -hyötyfunktioista. Owen kiteyttää lähestymistapojen eron huomauttamalla, että eksplisiittisestä hyödynmaksimointikehikosta saavutettava etu on yleensä pikemmin kuvitteellinen kuin todellinen, sillä tutkijoilla on taipumus valita sellainen mikrotason spesifikaatio, joka johtaa helposti estimoitaviin yhtälöihin.

Owen katsoo siis mallin liittämisen mikroteoriaan tuottavan varsin vähän todellista hyötyä. Kuitenkin ad hoc -oletusten siirtäminen kysyntäfunktioiden tasolta hyötyfunktion ja korkojen jakauman tasolle laskee oletusten abstraktiotasoa ja tekee niiden vertailun helpommaksi. Oletukset korkojen jakaumasta ovat empiirisesti verifioitavissa ja taloudenpitäjien riskiaversisuuden laadusta useimmilla on jonkinlainen käsitys. Sen sijaan se, onko rahoitusvaateiden kysyntöjen riippuvuus koroista lineaarinen, log-lineaarinen tai kenties kvadraattinen, on kysymys, johon harvalla lienee intuitiivinen vastaus.

Toisaalta tulkinnallisia hankaluuksia empiirisessä soveltamisessa aiheuttaa myös se, että esimerkiksi staattisessa mallissa estimoitavat parametrit eivät ole hyötyfunktion parametreja (lukuunottamatta vakiota R) vaan ne liittyvät tuottojen subjektiivisiin kovariansseihin, joille on periaatteessa löydettävissä empiiriset vastineet siinä missä korkojen odotusarvoillekin. Kokemus on osoittanut, että rahoitusvirtamalleille estimoidut kerroinmatriisit eivät käytännössä muistuta mitään, jota voisi pitää järkevän kovarianssimatriisin inverssinä. On vaikea pitää kovin suuriarvoisena empiirisen mallin mikroteoreettista perustaa, jos saadut empiiriset tulokset ovat pahasti ristiriidassa käytetyn mikroteoreettisen kehikon kanssa.

Jos tämän luvun tuloksista halutaan löytää jotain implikaatioita empiiriseen työhön, niin ainakin voidaan sanoa, että vahvojen oletusten vallitessa johdettuja mikroteorian tuloksia ei pidä soveltaa empiriaan kriitikittömästi. Mikroteoriasta johdettuja rajoituksia, tyypillisesti symmetria- ja homogeenisuusrajoituksia on käytetty monessa empiirisessä tutkimuksessa (kts. Owen, 1986, s.94), mutta rajoitteiden testaus on useimmiten unohdettu kokonaan. Berndt, McCurdy ja Rose (1980) estimoivat uudelleen vanhojen tutkimusten yhtälöitä ja testasivat asetettuja rajoituksia, jotka jouduttiin yleensä hylkäämään.

Liite: Matriisipolynomin juurien laskeminen

Yhtälön 4.1 matriisipolynomi $I - (2I + \mathcal{R}\Omega\mathcal{D}^{-1})B + B^2$ voidaan kirjoittaa muotoon $(I - \Lambda)(I - \Lambda^{-1})$, jossa Λ täyttää ehdon $\Lambda + \Lambda^{-1} = 2I + \mathcal{R}\Omega\mathcal{D}^{-1} = 2I + Z$. Koska Ω ja \mathcal{D} ovat symmetrisiä, positiivisesti definiittejä matriiseja, niin myös Z on symmetrinen ja positiivisesti definiitti. Tällöin $2I + Z$ voidaan kirjoittaa ominaisarvohajotelmana

$$2I + Z = T \begin{bmatrix} 2 + \lambda_1 & & & 0 \\ & 2 + \lambda_2 & & \\ & & \dots & \\ 0 & & & 2 + \lambda_{k-1} \end{bmatrix} T',$$

jossa $\lambda_i > 0$ ovat matriisin Z ominaisarvot ja T matriisi standardoiduista ominaisvektoreista. Koska $\Lambda = I + 1/2[Z \pm (Z^2 + 4Z)^{1/2}]$, voidaan matriisi Λ puolestaan esittää muodossa (kts. esim. Bellmann, 1960)

$$\Lambda = T \begin{bmatrix} I + \frac{1}{2}(\lambda_1 \pm \sqrt{\lambda_1^2 + 4\lambda_1}) & & & 0 \\ & \dots & & \\ & & I + \frac{1}{2}(\lambda_2 \pm \sqrt{\lambda_2^2 + 4\lambda_2}) & \\ & & & \dots \\ 0 & & & I + \frac{1}{2}(\lambda_{k-1} \pm \sqrt{\lambda_{k-1}^2 + 4\lambda_{k-1}}) \end{bmatrix} T',$$

jossa diagonaalilla on nyt matriisin Λ ominaisarvot. Kaikki matriisin diagonaalelementit ovat reaalisia ja positiivisia. Lisäksi tyyppiä $I + \frac{1}{2}[\lambda_i + (\lambda_i^2 + 4\lambda_i)^{1/2}]$ olevat ominaisarvot ovat suurempia kuin yksi ja niiden käänteisluvut, eli tyyppiä $I + \frac{1}{2}[\lambda_i - (\lambda_i^2 + 4\lambda_i)^{1/2}]$ ominaisarvot pienempiä kuin yksi. Periaatteessa matriisi Λ voidaan valita 2^{k-1} :llä tavalla. On kuitenkin olemassa vain yksi ratkaisu, jolla kaikki ominaisarvot ovat ykköstä pienempiä, ja joka siis tuottaa stationaarisen ratkaisun optimointiongelmaan.

Yhtälössä 2.23 esitellään matriisi $\Psi = (I - \Lambda)^{-1}\Lambda$. Myös tämä matriisi voidaan esittää ominaisarvohajotelmana muodossa

$$\Psi = T \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(I + \sqrt{I + 4\lambda_1^{-1}}) & & & 0 \\ & \dots & & \\ & & \frac{1}{2}(I + \sqrt{I + 4\lambda_2^{-1}}) & \\ & & & \dots \\ 0 & & & \frac{1}{2}(I + \sqrt{I + 4\lambda_{k-1}^{-1}}) \end{bmatrix} T'.$$

Koska λ_i ovat positiivisia ja reaaliarvoisia kaikille i , ovat myös matriisin Ψ ominaisarvot positiivisia ja reaaliarvoisia, joten Ψ on positiivisesti definiitti.

3. TEOREETTISIA RAHOITUSVIRTAMALLEJA

3.1 Brainardin ja Tobinin malli

Brainard ja Tobin (1968) hahmottelivat Pitfalls-artikkelissaan mallin, jota he ovat soveltaneet ja kehittäneet edelleen (esim. Baccus et al., 1980). Heidän mallinsa on ollut perustana monille eri maissa suoritetuille empiirisille tutkimuksille. Brainardin ja Tobinin malli käsittelee varallisuutta eksogeenisena eli olettaa sen määräytyvän mallin ulkopuolella. Mallia ei eksplisiittisesti liitetä mikroteoriaan, mutta kysyntäyhtälöt ovat saman muotoisia kuin useimmissa mikroteoriasta johdetuista malleista: empiirisissä sovelluksissa rahoitusvaateiden kysynät oletetaan ensimmäistä astetta homogeenisiksi varallisuuden suhteen, mutta symmetriarajoituksia ei aseteta.

Brainard ja Tobin (tästä lähtien B-T) olettavat, että rahoitusvaateen A_r f "haluttu" määrä A riippuu lineaarisesti joukosta selittäviä muuttujia:¹³

$$(3.1) \quad A_r^* = \sum_{i=0}^m \beta_{ri} X_i \quad r=1, \dots, n,$$

jossa X_0 on käytettävissä oleva tulo, X_m periodin lopun varallisuus ja X_i ($i = 1, \dots, m-1$) muita relevantteja muuttujia, kuten rahoitusvaateiden korot, inflaatio ym.¹⁴ A_r^* voidaan ymmärtää, kuten edellisessä luvussa, muuttumattomissa oloissa pitkällä tähtäimellä toteutuvaksi tasapainokysynnäksi. Tarkkaan ottaen B-T kirjoittivat yhtälön (3.1) muotoon

$$(3.2) \quad A_r^* = \left(\sum_{i=0}^{m-1} \beta_{ri} X_i \right) X_m + \beta_{r0} X_0 \quad r=1, \dots, n,$$

¹³Tämän luvun notaatio noudattaa esiteltävissä töissä käytettyä, ja poikkeaa jossain määrin tämän työn muissa luvuissa käytettävistä.

¹⁴On huomattava, että toisin kuin edellisen osan mikroteoriasta johdetuissa yhtälöissä, rahoitusvaateiden kysyntä riippuu tässä yhtälössä aktuaalisista, toteutuneista korkojen arvoista, eikä korkojen odotusarvoista. Tätä spesifiikaatiota on käytetty myös empiirisissä töissä. Tähän seikkaan palataan luvussa 5.

jossa joku X_i , $1 \leq i \leq m-1$, on vakiotermi, eli rahoitusvaateiden kysyntä jakautuu varallisuuden suhteen homogeeniseen portfoliokysyntään ja tuloista transaktiokysyntään. Kysymys homogeenisuudesta ja ei-homogeenisuudesta ei ole triviaali ja tavallaan homogeenisen funktiomuodon käyttö on paremmin perusteltavissa kuin homogeenisen. Tässä luvussa tarkastellaan näkökulman valintaa varallisuuden ja tulojen allokaation mallittamisen välillä, ja koska valtaosassa aiheesta käydyssä keskustelussa (mm. Purvis, 1978, Smith, 1978, Owen, 1986) on käytetty yhtälön (3.1) kaltaisia ei-homogeenisiä versioita, käytetään myös tässä tarkastelussa samanlaista menettelyä.

B-T olettavat, että eri rahoitusvaateiden halutut määrät summautuvat periodin lopun varallisuuteen, eli

$$(3.3) \quad \sum_{r=1}^n A_r^* = X_m.$$

Tämä yhtälö on joissain yhteyksissä hieman ongelmallinen, sillä kuten Purvis (1978) huomauttaa, se ei ole budjettirajoite, vaan pikemminkin käyttäytymisoletus, jota Owen (1986, s. 30 - 31) kutsuu nimellä "rational-desires hypothesis".

Koska korot, käytettävissä olevat tulot sekä muut portfoliopäätöksentekoon vaikuttavat tekijät eivät yleensä pysy stabiileina, muuttuvat myös rahoitusvaateiden halutut määrät periodista toiseen. Portfolion sopeuttaminen johtaa transaktiokustannuksiin, eivätkä taloudenpitäjät siksi sopeuta rahoitusvaateidensa todellisia määriä vastaamaan joka hetki haluttuja määriä. Taloudenpitäjät maksimoivat hyötynsä sopeuttamalla portfoliotaan kullakin periodilla sen verran, että portfolion epätasapainosta aiheutuvat rajakustannukset ovat yhtä suuret kuin sen sopeuttamisesta aiheutuvat rajakustannukset.

Edellisen osan analyysin perusteella voidaan tietyin oletuksin transaktiokustannusten rakenteesta johtaa osittaisen sopeutumisen malli. Myös B-T käyttävät tällaista spesifikaatiota, joskaan he eivät liitä sitä eksplisiittisesti mikroteoriaan. Sopeutuminen on siis muotoa

$$(3.4a) \quad \Delta A_r = \sum_{s=1}^n \tau_{rs} [A_s^* - A_s(-1)] + f_r \Delta X_m \quad r=1, \dots, n,$$

jossa $A_s(-1)$ on rahoitusvaateen s edelliseltä periodilta peritty varanto, ΔX_m varallisuuden muutos (=säästäminen), ja τ_{rs} on se osuus rahoitusvaateen s epätasapainosta, joka periodin aikana allokoidaan rahoitusvaateeseen r . Tästä yhtälöstä nähdään määritelmän (3.3) ongelmallisuus, sillä kuten Smith (1975) esittää, jos rajoite (3.3) on voimassa, termi ΔX_m on termien $A_s - A_s(-1)$ summa ja siis tautologinen, eikä se siis kelpaa empiiriseksi malliksi.¹⁵ Empiirisissä töissään B-T poistavat tämän tautologisuuden jättämällä termin X_m pois yhtälöstä (esim. Baccus et al. 1980):

$$(3.4b) \quad \Delta A_r = \sum_{s=1}^n \tau_{rs} [A_s^* - A_s(-1)] \quad r=1, \dots, n,$$

Toinen mahdollisuus poistaa tautologisuus yhtälöstä (3.4a) olisi määrittellä rajoite (3.3) uudelleen niin, että rahoitusvaateiden halutut omistukset summautuisivat periodin lopun varallisuuden sijasta periodin alun varallisuuteen. Tällöin yhtälön (3.4a) oikean puolen ensimmäinen termi kuvaisi vanhan varannon uudelleen allokoimista ja jälkimmäinen termi uuden säästämisen allokoimista.¹⁶

Kun sijoitetaan yhtälöön (3.4b) termin A paikalle yhtälöstä (3.2) sekä lisätään stokastinen häiriötermi e_r , saadaan

¹⁵Tämä lineaarinen riippuvuus johti muutamiin B-T:n mallin väärinymmärryksiin. Ladenson (1971, 1973) ja Clinton (1973) yrittivät yhtälöä (2.10a) eri tavoin manipuloimalla löytää merkityssisältöä sen kertoimille. Kuten Smith (1975) toteaa, yhtälö ei kuitenkaan identifioi kertoimiaan, eikä niille siksi ole järkevää intuitiivista tulkintaa.

¹⁶Tämän mallin empiirinen soveltaminen on kuitenkin hankalampaa kuin näyttää, sillä jos uuden säästämisen allokaatio halutaan kiinnittää hyödynmaksimointiin ei yhtälön (2.10a) termiä f voi ymmärtää parametriksi, vaan stokastiseksi muuttujaksi, jonka arvo riippuu sekä koroista että portfolioepätasapainosta. Tätä aihetta käsitellään lisää Alhon (1988) työn tarkastelun yhteydessä.

$$(3.5) \quad \Delta A_r = \sum_{s=1}^n \tau_{rs} \left[\sum_{i=0}^m \beta_{si} X_i - A_s(-1) \right] + e_r \quad r=1, \dots, n,$$

joka sievenee muotoon

$$(3.6) \quad \Delta A_r = \sum_{i=0}^m \alpha_{ri} X_i - \sum_{s=1}^n \tau_{rs} A_s(-1) + e_s \quad r=1, \dots, n,$$

jossa $\alpha_{ri} = \sum_{s=1}^n \tau_{rs} \beta_{si}$ ($i = 0, \dots, m$). Yhtälöryhmässä (3.6) kaikki muuttujat ovat havaittavia ja yhtälöt estimoitavassa muodossa. Eri yhtälöitä sitoo budjettirajoite $\sum_{r=1}^n A_r = X_m$, joka on aina voimassa jos ja vain jos

$$(3.7a) \quad \sum_{r=1}^n \alpha_{ri} = 0 \quad i=0, \dots, m-1$$

$$(3.7b) \quad \sum_{r=1}^n \alpha_{rm} = 1$$

$$(3.7c) \quad \sum_{r=1}^n \tau_{rs} = 1 \quad s=1, \dots, n$$

$$(3.7d) \quad \sum_{r=1}^n e_r = 0.$$

Yhtälön (3.7) parametreja sitovat budjettirajoitteet ovat intuitiivisesti helposti tulkittavissa. α_{ri} on muuttujan X_i yksikkömuutoksen ensimmäisen periodin aikana aiheuttama muutos rahoitusvaateen r hankinnassa. Koska eri rahoitusvaateiden hankinnat summautuvat varallisuuden muutokseen, joka on mallissa eksogeeninen, täytyy muuttujan X_i kertoimien summautua nolnaan (tämä vastaa Cournot-aggregaatiota kuluttajan valintateoriassa). Jos taas varallisuus X_m muuttuu, täytyy rahoitusvaateiden hankintojen lisääntyä yhteensä yhtä paljon, eli X_m :n kertoimien täytyy summautua ykköseen (analoginen Engel-aggregaatiolle). Kuten todettiin, τ_{rs} kuvastaa sitä, kuinka paljon rahoitusvaateen s pitkän tähtäimen epätasapainosta allokoidaan ensimmäisen periodin aikana rahoitusvaateeseen r . Intuitiivisesti uskottavalta tuntuu, että likvidien rahoitusvaateiden varannot

sopeutetaan välittömästi, mutta ei-likvidien rahoitusvaateiden epätasapainot sopeutuvat hitaammin ja sopeutumisen aikana osa epätasapainosta heijastuu likvidimpien rahoitusvaateiden varantoihin. Koska koko epätasapaino allokoidaan rahoitusvaateiden kesken, täytyy kertoimien τ_{rs} summautua (r :n yli) ykköseen.

On mielenkiintoista verrata tätä sopeutumistermeihin liittyvää intuitiivista tulkintaa edellisessä luvussa kvadraattisista sopeutumiskustannuksista johdettuun yleistettyyn osittaiseen sopeutumiseen. Kun mikro-teoriaan perustuva sopeutustermien matriisi on symmetrinen, tuntuu ad hoc-sopeutustermien matriisin intuitiivisesti perustelluilta muodolta triangulaarinen.

3.2 Purvisin integroitu malli

Brainard ja Tobin keskittyivät mallissaan portfolioallokaatioon ja oletivat, että varallisuus määräytyy eksogeenisena portfoliovalinnan ulkopuolella. Kotitalouksien tapauksessa tämä tarkoittaa, että kulutus päätös tehdään erillään sijoituspäätöksestä. Purvis (1978) pitää tätä lähestymistapaa huonosti perusteltuna. Hänen keskeinen argumenttinsa on, että kun transaktioista aiheutuu kustannuksia, ei ole olemassa portfolio-tasapaino-ongelmaa sellaisenaan (annetun varallisuuden allokoimisen mielessä), vaan pikemmin pitkän tähtäimen ongelma valita optimaalinen aikaura rahoitusvaateiden omistukselle ja kulutukselle. Purvis tarjoaa vaihtoehdoksi mallin, joka yhdistää taloudenpitäjän kulutus- ja portfolio-päätöksenteon.

Budjettirajoitteena Purvisin mallissa on varallisuusrajoitteen sijasta tulorajoite:

$$(3.8) \quad \sum_{r=1}^n A_r + C \equiv \sum_{r=1}^n A_r(-1) + X_0,$$

jossa C on kulutus. Identiteetti (3.8) kertoo yksinkertaisesti, että tulot käytetään joko kulutukseen tai varallisuuden lisäämiseen. Purvisin mallissa rahoitusvaateiden kysyntäfunktiot ja kulutusfunktio ovat muotoa

$$(3.9) \quad \Delta A_r = \sum_{i=0}^{m-1} \alpha_{ri} X_i - \sum_{s=1}^n \tau_{rs} A_s (-1) \quad r=1, \dots, n$$

$$(3.10) \quad C = \sum_{i=0}^{m-1} b_i X_i - \sum_{s=1}^n g_s A_s (-1).$$

Kun nämä yhtälöt sijoitetaan bujettirajoitteeseen (3.8), pitää määritelmällinen yhtäsuuruus, jos ja vain jos

$$(3.11a) \quad b_0 + \sum_{r=1}^n \alpha_{r0} = 1$$

$$(3.11b) \quad b_i + \sum_{r=1}^n \alpha_{ri} = 0 \quad i=1, \dots, m-1$$

$$(3.11c) \quad g_s - \sum_{r=1}^n \tau_{rs} = 0 \quad s=1, \dots, n$$

Purvisin mallissa rahoitusvaateiden kysyntäfunktiot ovat siis samat kuin Brainardin ja Tobinin mallissa sillä erotuksella, että periodin lopun varallisuus X_m on jätetty pois selittävistä muuttujista. Tämä johtuu yksinkertaisesti siitä, että Purvisin esityksessä haluttu varallisuus on mallissa endogeeninen ja muiden selittävien muuttujien lineaarikombinaatio, joten sen sisällyttäminen selittäviin muuttujiin olisi tautologista.

Purvis pitää malliaan laajenuksena Brainardin ja Tobinin malliin. Tätä on kuitenkin vaikea nähdä, sillä kuten Smith (1978) esittää, deterministisessä maailmassa Purvisin ja B-T:n budjettirajoitteet ovat samat ja rahoitusvaateiden kysyntäyhtälöt ekvivalentteja sillä erotuksella, että Purvis on lisännyt mallinsa eksplisiittisen kulutusfunktion selittämään varallisuuden muodostumista. Smithin mukaan Purvis tulkitsee väärin Brainardin ja Tobinin ajatusta kulutus- ja portfoliopäätösten separoituvuudesta. Smithin mukaan separoituvuus ei tarkoita sitä, etteivät portfoliopäätökselle relevantit muuttujat olisi merkityksellisiä myös kulutuspäätökselle. Brainardin ja Tobinin työn henki on Smithin mukaan päinvastoin ollut se, että varallisuuden rakenne on hyvin tärkeä kulutuksen määräytymisessä, mutta kulutukseen vaikuttaa lisäksi muita muuttujia, jotka eivät vaikuta portfo-

liopäätöksentekoon suoraan, vaan ainoastaan varallisuuden kautta (Smith, 1978, s. 410). Smithin mielestä Purvisin malli on itse asiassa Brainardin ja Tobinin mallin erikoistapaus siinä mielessä, että se kiinnittää kulutusfunktion muodon, jonka B-T jättivät avoimeksi. Keskusteluun yleinen malli/erikoistapaus palataan myöhemmin tässä luvussa.

3.3 Owenin malli ja simultaaniyhtälötulkinta

Owen (1986) kokoaa Brainardin ja Tobinin sekä Purvisin mallin elementeistä mallin, joka Owenin mielestä sisältää erikoistapauksina molemmat edellä esitellyt mallit. Siinä rahoitusvaateiden kysyntäfunktiot ovat olennaisesti samat kuin Brainardin ja Tobinin mallissa ja kulutusfunktio taas voidaan kirjoittaa samaan muotoon kuin Purvisilla. Kirjoitetaan yhtälöt selvyden vuoksi uudelleen.

$$(3.12) \quad \Delta A = \sum_{i=0}^m \alpha_{ri} X_i - \sum_{s=1}^n \tau_{rs} A_s (-1) + e_t \quad r=1, \dots, n$$

$$(3.13) \quad C = \sum_{i=0}^{m-1} b_i X_i + \sum_{s=1}^n g_s A_s (-1) + e_0.$$

Kun nämä yhtälöt sijoitetaan Purvisin budjettirajoitteeseen (3.8), voidaan välttämättömiksi ja riittäviksi ehdoiksi identiteetin voimassaololle ratkaista komplisoidun näköiset rajoitteet:

$$(3.14a) \quad \sum_{r=1}^n \alpha_{r0} + b_0 (1 - \sum_{r=1}^n \alpha_{rm}) + \sum_{r=1}^n \alpha_{rm} = 1$$

$$(3.14b) \quad \sum_{r=1}^n \alpha_{ri} + b_i (1 - \sum_{r=1}^n \alpha_{rm}) = 0 \quad i=1, \dots, m-1$$

$$(3.14c) \quad \sum_{r=1}^n \tau_{rs} - g_s (1 - \sum_{r=1}^n \alpha_{rm}) - \sum_{r=1}^n r_m = 0 \quad s=1, \dots, n$$

$$(3.14d) \quad \sum_{r=1}^n e_r + e_0(1 - \sum_{r=1}^n \alpha_{rm}) = 0.$$

Owenin malli on simultaaniyhtälö, joka ei yleisimmässä muodossaan identifioitu eikä siis ole sellaisenaan mielekkäästi estimoitavissa. Välttämätön (mutta ei riittävä) edellytys identifioituvuudelle on tehdä systeemiin yhtä monta rajoitusta kuin siinä on yhtälöitä. Voidaan ajatella, että Purvis ratkaisi identifioituvuusongelman olettamalla termit α_{rm} nolliksi, Brainard ja Tobin puolestaan separoimalla kulutuspäätöksen portfoliopäätöksestä ja ottamalla varallisuuden eksogeenisena. Owen itse identifioi mallinsa merkitsemällä riittävän määrän α_{rj} ja τ_{rs} -termejä nolliksi.

Esitetyt mallit on helpompi mieltää, jos ne asetetaan yleiseen simultaaniyhtälökontekstiin. Owen otti askeleen tähän suuntaan sisällyttämällä endogeenisen varallisuuden rahoitusvaateiden kysyntäfunktioihin. Olkoon Y_t vektori, joka sisältää mallin kaikki endogeeniset muuttujat, kuten rahoitusvaateiden hankinnat, eri kulutustyyppit ja varallisuuden. Olkoon Z_t puolestaan vektori kaikista mallin eksogeenisistä ja ennalta määräytyneistä muuttujista, kuten käytettävissä olevasta tulosta, koroista ja rahoitusvaateiden vanhoista varannoista, ja π matriisi näiden muuttujien kertoimista. Purvis estimoi mallinsa redusoidussa muodossa

$$(3.15) \quad Y_t = \pi Z_t + v_t,$$

missä v_t on vektori virhetermeistä. Rajoittamaton estimointi tässä muodossa välittää estimaatteihin kaiken datan sisältämän informaation. Joissain tapauksissa estimoinnin suorittaminen tässä muodossa ei kuitenkaan ole tehokkain vaihtoehto. Näin saattaa olla esimerkiksi silloin, kun käytettävissä on esimerkiksi talousteorian antamaa lisäinformaatiota mallin rakenteesta. Jos esimerkiksi tiedetään, että jotkut selittävät muuttujat ovat suoraan relevantteja vain yhden endogeenisen muuttujan yhtälössä, ei yhtälön (3.16) mukainen rajoittamaton estimointi ole tehokas. Tällöin on parempi vaihtoehto estimoida yhtälöt simultaaniyhtälönä:

$$(3.16) \quad \Gamma Y_t = B Z_t + u_t,$$

jossa Γ on matriisi endogeenisten ja B selittävien muuttujien kertoimista. Jotta yhtälö (3.16) identifioituisi, siihen täytyy tehdä riittävä määrä rajoituksia. Purvis identifioi yhtälösystemin olettamalla Γ -matriisin diagonaaliseksi yksikkömatriisiksi. Owen puolestaan jätti Γ -matriisissa varallisuuden kertoimet rajoittamatta ja teki loput vaadittavat rajoitukset B -matriisiin. Itse asiassa rajoitukset voidaan tehdä äärettömän monella tavalla. Jos rajoituksia tehdään vain identifioituvuuden vaatima minimimäärä, eivät mallit (3.15) ja (3.16) eroa toisistaan lainkaan: kyseessä ovat saman mallin kaksi esitysmuotoa. Sen sijaan B - T tarkastelevat mallissaan suppeampaa aihetta, eikä sen vertailu Purvisin ja Owenin malleihin asteikolla yleinen/erikoistapaus ole mielekäs.

Välttämätön ja riittävä ehto budjetti-identiteetin voimassa ololle simultaaniyhtälössä on kaikissa tapauksissa

$$(3.17) \quad \iota' \Gamma^{-1} B = \iota' \pi \quad \text{sekä} \quad \iota' \Gamma^{-1} u_t = \iota' v_t,$$

jossa ι on sopivan kokoinen yksikkövektori. Toisin sanoen yhtälöstä (3.17) estimoitujen matriisien tulon $\Gamma^{-1} B$ täytyy toteuttaa samat budjettirajoitteet kuin yhtälöstä (3.15) estimoidun matriisin π . Jos selitettävät muuttujat (esim. rahoitusvaateiden kysynyt ja kulutus osuuksina käytettävissä olevasta tulosta) summautuvat Z_t -vektorin ensimmäiseen termiin (vakiotermi) ovat budjettirajoitteet

$$(3.18) \quad \iota' \Gamma^{-1} B = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] \quad \text{sekä} \quad \iota' \Gamma^{-1} u = 0.$$

Owenin hankalan näköiset budjettirajoitteet ovat yhtälö (3.18) skalaareilla kirjoitettuna.

Mainittakoon vielä, että empiirisissä sovellutuksissa sekä B - T (Baccus, Brainard, Smith & Tobin, 1980) että Purvis (Baccus & Purvis, 1980) käyttivät malleistaan homogenisoituja versioita. Owen (1986) sen sijaan estimoi mallinsa ei-homogeenisessa muodossa. Backus et al. käyttivät yhtälön (3.2) varallisuuden suhteen homogeenisia kysyntöjä, kun taas Backusin ja Purvi-

sin yhtälöt olivat homogeenisia tulojen suhteen. Tässä muodossa mallit eivät enää ole saman simultaaniyhtälökehikon erikoistapauksia. Voidaan ajatella, että Backusin ja Purvisin mallissa varallisuuden tavoitetaso on käytettävissä olevien tulojen lineaarinen funktio. B-T:n yhtälön (3.3) sijaan heidän mallissaan voidaan kirjoittaa

$$(3.19) \quad \sum_{r=1}^n A_r^* = X_m^* = fX_0,$$

jossa f on mm. koroista riippuva stokastinen kerroin ja X_m ja X_0 käytetyn notaation mukaisesti varallisuus ja tulot.

3.4 Suomalaiset mallit

Edellä esiteltyä lähestymistapaa on Suomen oloihin sovellettu tiettävästi vain kolmessa empiirisessä työssä. Nämä ovat alussa mainitut Kostiaisen (1981), Luukkaisen (1983) ja Alhon (1988) mallit. Näistä tarkastellaan kahta jälkimmäistä, joiden tutkimusalue sisältää kotitaloussektorin. Luukkainen keskittyy työssään kotitaloussektorin kulutus- ja portfolipäätöksenteon tarkasteluun, kun taas Alhon tutkimus kattaa kotitaloussektorin lisäksi yritys- ja pankkisektorin rahoitusvirtojen mallittamisen. Teoreettisesti nämä mallit eivät tuo paljoakaan lisää edellä esiteltyihin malleihin, mutta alan ainoana suomalaisina edustajina ne ansaitsevat esittelyn. Alhon työstä tarkastellaan ainoastaan sen kotitaloussektorin portfoliovalintaa käsittelevää osaa.

Luukkainen (1983) soveltaa Suomen aineistoon hieman muokattua Purvisin kehikkoa. Koska Luukkaisen estimointiperiodin aikana (1961 - 1980) Suomessa kotitalouksien luotonsaantia rajoitti tehokas luotonsäännöstely, ei luottojen määrän voi ajatella määräytyneen Purvisin mallin tapaan kotitalouksien luotonkysyntäkäyrältä. Luukkainen olettaa, että luottojen määrä oli koko periodin ajan pankkien tarjonnan määräämä ja siis kotitalouksille eksogeeninen. Luukkaisen estimoitavat yhtälöt ovat samanlaiset kuin Purvisilla sillä poikkeuksella, että kotitalouksien nettolainanotto on sisällytetty eksogeeniseen likviditeettirajoitteeseen. Eräs tämän muotoilun heikkous on sen implisiittinen oletus, että palkkatulot ja lainanotto allokoidaan samalla tavoin.

Myös Alho (1988) noudattelee pääosin Purvisin hahmottelemaa kulutus- ja portfoliopäätökset yhdistävää mallia. Alho pohtii laajemmin mallin dynaamista rakennetta. Hänen lähtökohtanaan on Benjamin Friedmanin kehittämä "optimaalisen marginaalisen sopeutumisen" malli (Friedman, 1977, Friedman - Roley, 1979, Roley, 1983, Alho, 1988, s. 120 - 121). Friedmanin mukaan portfolion sopeutumista kuvaavan mallin tulee täyttää neljä edellytystä:

- (i) Varallisuuden muutoksen allokoimisesta ja vanhan varallisuuden uudelleen allokoimisesta aiheutuvat transaktiokustannukset ovat erilaiset.
- (ii) Varallisuuden muutoksen allokaatio riippuu rahoitusvaateiden halutuista optimivarannoista.
- (iii) Varallisuuden muutos vaikuttaa vanhan varallisuuden uudelleen allokaatioon.
- (iv) Positiivisen ja negatiivisen varallisuuden muutoksen vaikutukset ovat epäsymmetriset.

Friedman ja Roley tarjoavat vaihtoehdoksi mallia, joka heidän mukaansa täyttää kolme ensimmäistä ehtoa:

$$(3.20) \quad \Delta A = \sum_{s=1}^n \tau_{rs} [a_s X_m(-1) - A_s(-1)] + a_t (\Delta X_m) \quad r=1, \dots, n,$$

jossa $X_m(-1)$ on tämän luvun notaatiota seuraten edelliseltä periodilta peritty varallisuus ja a_j yhtälön (2.5) mukaan määräytyvä rahoitusvaateen A_j optimaalinen osuus portfoliossa. On huomattava, että a_j ei ole vakio, vaan korkojen funktiona määräytyvä stokastinen muuttuja.

Kuten Alho (1988, s. 121) toteaa, on vaikea nähdä, kuinka yhtälö (3.20) voisi toteuttaa ehdon (iii), sillä se koostuu erillisistä vanhan varallisuuden sopeutumista ja varallisuuden muutoksen allokaatiota ohjaavista elementeistä. Vanhan varannon sopeuttamiseen vaikuttavat hakasulkujen sisällä olevat kolme satunnaismuuttujaa, joista kaksi on ennalta määräytynyttä ja kolmas ei riipu varallisuuden muutoksesta. Lisäksi tämä sopeutumismalli sallii eräitä melko absurdeja käyttäytymistilanteita. Esimerkiksi tilanteessa, jossa jonkin rahoitusvaateen edelliseltä periodilta peritty varanto ylittää kuluvan periodin optimitason, saattaa investoija yhtälön (3.20) mukaan toimiessaan joutua samaan aikaan myymään

rahoitusvaateen vanhaa varantoaan ja allokoimaan uutta varallisuudenmuodostustaan kyseiseen rahoitusvaateeseen. Koska uuden varallisuuden allokaatio ei yhtälössä (3.20) riipu lainkaan vallitsevasta epätasapainosta rahoitusvaateiden omistuksessa, voi uuden varallisuuden allokoiminen mallissa siis hidastaa rahoitusvaateiden varantojen sopeutumista kohti optimitasoa.

Alho muokkaa monella tavoin Friedmanin ja Roleyn yhtälöä. Hän laajentaa sopeutumismekanismiin käsittämään paitsi rahoitusvaateiden sopeutumisen, myös kulutustavaroiden kysynnän sopeutumisen. Yhtälöön (3.20) Alho sijoittaa varallisuuden muutoksen paikalle käytettävissä olevan tulon. Lisäksi Alho sallii eri tulon lähteille erilaisen allokaation, ts. hän jakaa käytettävissä olevan tulon (eksogeenisena määräytyvään) nettolainanottoon ja muihin tuloihin. Lopullisessa muodossaan Alhon yhtälöt ovat (edelleen tämän esityksen notaatiolla) muotoa

$$(3.21) \quad \Delta A_t = \left(\sum_{i=1}^{m-1} \alpha_{ri} X_i \right) X_0(-1) + \alpha_{r0} X_0 + h_r(\Delta L) - \sum_{s=1}^n \tau_{rs} A_s(-1),$$

($r=1, \dots, n$) missä ΔL on nettolainanotto, $X_0(-1)$ edellisen periodin tulot sekä α_r , h_r ja τ_r vakioarvoisia kertoimia. Viimeinen termi sisältää rahoitusvaateiden ja kestokulutustavaroiden varantojen lisäksi edellisen periodin kulutuksen kertakulutushyödykkeisiin.

Friedmanin ja Roleyn yhtälöstä (3.20) ei siis Alhon lopullisessa muotoilussa ole paljoakaan jäljellä. Alho ei juurikaan perustele tekemiään muutoksia, joista eräät ovat teoreettisesti vähintään kyseenalaisia. Alho on muotoillut tulojen ja nettolainanoton kertoimet α_{r0} ja h_r (jotka vastaavat kerrointa a_r yhtälössä (3.20)) niin, että ne eivät enää ole korkojen funktioita vaan vakioisia parametreja. Tämä muotoilu muuttaa optimaalisen sopeutumisen mallin keskeisiä ominaisuuksia ja on jo pelkästään mallin intuitiivisen tulkinnan kannalta valitettavaa, sillä se tarkoittaa, että uuden varallisuudenmuodostuksen allokaatio ei Alhon

mallissa riipu millään tavalla koroista tai portfolioepätasapainosta.¹⁷ Edelleen on vaikea keksiä perustelua sille, miksi yhtälön (3.20) vanhan varallisuuden paikalle on Alhon yhtälössä sijoitettu edellisen periodin tulot. Tämän muutoksen seurauksena ei Alhon malliin jää mitään, joka kuvastaisi vanhan varannon optimiallokaatiota. Lopuksi, vaikka edellisen periodin kulutuksen sisällyttäminen selittäviin muuttujiin epäilemättä parantaakin kulutusyhtälön empirisiä ominaisuuksia, sen teoreettinen perustelu on epäselvä - kulutuksen sopeuttamisesta tuskin aiheutuu vastaavanlaisia transaktiokustannuksia kuin rahoitusvaateiden omistuksen sopeuttamisesta.

¹⁷Tobin kiinnitti lähes 30 vuotta sitten huomiota tämänkaltaisiin yksinkertaistuksiin arvostellessaan Cambridgen koulun tapaa mallittaa rahan kysyntä vakioisena osuutena tuloista:

"[this proportion variable] is not the only instance in English economics where a variable coefficient left unprotected by functional notation has quickly evolved into a constant in everyday use." (Tobin, 1961, s. 27)

4. RAHOITUSVIRTAMALLIEN JA YLEISEN TASAPAINON KEHIKON EMPIIRISIA TULOKSIA

Esitellyn mallikehikon empiirisiä sovelluksia on julkaistu runsaasti etenkin 70-luvulla mutta jonkin verran myös 80-luvun aikana (Owen 1986, s. 78 - 89 esittää katsauksen alan ulkomaiseen tutkimukseen). Suurin osa töistä on keskittynyt yhden sektorin, tyypillisesti kotitaloussektorin tai pankkien portfoliovalintaan, mutta muutamat ovat pyrkineet kattavaan yleisen tasapainon malliin eli mallittaneet samassa yhteydessä talouden kaikkien sektoreiden allokaatio-ongelmaa. Suomessa mahdollisuudet ja ymmärrettävistä syistä myös kiinnostus tämänlaiseen työhön ovat olleet vähäisempiä. Tässä luvussa luodaan katsaus edellisessä luvussa esitellyn rahoitusvirtamallien empiirisiin toteutustapoihin ja tuloksiin. Kotimaisina edustajina tarkastellaan Luukkaisen (1983) ja Alhon (1988) töitä. Esittelyssä keskitytään vain kotitaloussektorin toimia mallittaneisiin tutkimuksiin, mutta esille tulevat mallinrakentamisen metodologiaan ja estimointimenetelmiin liittyvät yleiset huomiot ovat hyvin samanlaisia tutkitusta sektorista riippumatta.

Eri tutkimuksien lähestymistavat empiiriseen työhön ovat vaihdelleet varsin vähän. Jaottelu mikroteoriasta johdettuihin funktiomuotoihin ja makrotason oletuksiin perustuviin funktiomuotoihin voidaan pitää jonkinlaisena vedenjakajana, vaikka (kuten luvussa 2 todettiin) sen vaikutukset lopullisten estimoitavien yhtälöiden muotoihin ovat olleet tuskin havaittavat. Toinen luokittelun pohjaksi sopiva tekijä on edellisessä luvussa käsitelty tarkastelukulman laajuus: toiset mallit rajoittuvat taloudenpitäjien portfoliovalintaan, kun toisissa mallitetaan samalla kaikkia taloudenpitäjän reaali- ja rahoitusvirtoja. Käytettyjen ekonometristen metodien puolesta eri töissä on ollut hyvin vähän eroja. Käytäntönä on ollut estimoida malli ja esittää tulokset ilman mainittavaa testausta tai tulosten uskottavuuden pohdintaa. Seuraavassa tarkastelussa pyritään, silloin kun se on mahdollista, syventämään hieman tilastollisten menetelmien käyttöä. Koska tilastollinen dokumentointi on ollut vähäistä, kyseeseen tulevat lähinnä mallien stabiilisuusominaisuuksien sekä joissain tapauksissa virhetermien au-tokorreloituneisuustestien validi tulkinta.

4.1 Brainardin ja Tobinin varallisuusrajoitteinen malli

Backus, Brainard, Smith ja Tobin (1980) estimoivat Yhdysvaltain aineistolle mallin, joka edustaa varallisuusrajoitteisen Yalen lähestymistavan empiiristä sovellusta puhtaimmillaan. Heidän mallinsa on varsin laaja: kotitaloussektorin lisäksi se kattaa yrityssektorin, liikepankit, säästöpankit (saving institutions) sekä vakuutus- ja eläkerahastot. Kunkin taloudenpitäjäsektorin portfolio on disaggregoitu niin pitkälle kuin se ylipäättään on mahdollista. Seuraavassa mallia käsitellään vain kotitaloussektorin osalta.

Kotitaloudet allokoivat mallissa varallisuutensa yhdeksään eri kohteeseen, jotka ovat käteisraha ja -talletukset, aikatalletukset liikepankeissa, aikatalletukset säästöpankeissa, lyhytaikaiset debentuurit, pitkäaikaiset debentuurit, osakkeet, jälkimarkkinakelvottomat vaateet (henkivakuutus-talletukset ym.), asuntolainat ja muut lainat. Kotitalouksien rahoitusvaateiden kysynät ja sopeutumismekanismi ovat pääpiirteissään samat kuin Brainardin ja Tobinin mallin yhtälössä (2.12). Backus et al. pyrkivät kehittämään (toisin vaatimattomassa mittakaavassa) odotusten roolia mallissa. He erottelevat odotetun ja odottamattoman tulonlisäyksen allokaation määrittelemällä rahoitusvaateiden kysynät lineaarisesti homogeenisiksi periodin lopun odotetun varallisuuden W^e suhteen ja lisäävät selittäviin muuttujiin odottamatonta tulonlisäystä kuvaamaan termin $W^{11} = W - W^e$, missä W on periodin lopun toteutunut varallisuus. Varallisuusodotukset muodostuvat mallissa adaptiivisen mekanismin mukaisesti. Lisäksi mallissa käytetään selittävinä muuttujina survey-tutkimuksissa kerättyä arvioita inflaatio- ja korko-odotuksista estimointiperiodina (1954, 1.neljännes - 1978 3.neljännes, 99 havaintoa).

Kaiken kaikkiaan estimoitavat yhtälöt sisältävät vakiotermin ja kolmen kausidummin lisäksi kaksikymmentä selittävää muuttujaa. Backus et al. estimoivat jokaisen yhtälön erikseen pns-menetelmällä, joka siis täyttää automaattisesti parametrien sarakesummarajoitteet.¹⁸ Raskaan parametri-

¹⁸Useimmat yleisesti käytetyt systeemiestimointimenetelmät täyttävät adding-up-rajoitteet automaattisesti, jos kaikissa yhtälöissä on samat selittävät muuttujat. Yhtälö kerrallaan suoritetun pns-estimoinnin lisäksi tämä ominaisuus on GLS-, FIML-, LIML- sekä kaksi- ja kolmivaihe-pns-estimaattoreilla.

soinnin ja voimakkaan multikollineaarisuuden tähden estimoinnin tehokkuus on vaatimaton ja parametriestimaattien keskivirheet varsin suuria.

189:stä parametriestimaatista vain 67 poikkeaa merkitsevästi (merkitsevyytasolla 0.05) nolasta. Monien estimaattien etumerkit ovat "väärän" merkkisiä, ts. poikkeavat odotetuista. Backus et al. raportoivat estimointituloksiaan varsin niukasti: vain parametriestimaatit esitellään - niistä t-arvolla 2 tai enemmän nolasta poikkeavat erikseen merkittyinä. Keskivirheitä tai selittävyysasteita ei kerrota, eikä minkäänlaista testausta suoriteta.

Koska parametriestimaattien lisäksi ei muita tuloksia raportoida, ei mallista pysty testaamaan kuin stabiilisuusominaisuudet. Yleistetyn osittaisen sopeutumisen malli $A_t = b + rA_{t-1}$, jossa b kuvastaa kaikkien eksogeenisten muuttujien vaikutusta, on stabiili, jos matriisin r kaikki ominaisarvot ovat itseisarvoltaan pienempiä kuin yksi. Tällöin malli konvergoi kohti tasapainoarvoa $A^* = (I-r)^{-1}b$. Backus et al. laskevat tämän kaavan mukaan estimoidulle mallilleen pitkän ajan kertoimet (yhtälön (2.20) β -kertoimet), joiden on tarkoitus kuvata staattisessa ympäristössä saavutettavaa tasapainotilaa. Heidän sopeutumismekanisminsa ei kuitenkaan ole stabiili, sillä sopeutuskerroinmatriisin kahdeksasta riippumattomasta ominaisarvosta kolme oli suurempia kuin yksi. Epästabiilisuus voitiin todeta myös tarkastelemalla matriisijonon r^n ($n = 1, 2, \dots$) käyttäytymistä. Tämä jono hajaantui varsin nopeasti. Näin ollen Backus et al. raportoivat mallinsa tasapaino-ominaisuudet virheellisesti. Heidän mallillaan ei ole stabiilia tasapainotilaa, vaan eksogeenisten muuttujien pysyessä vakioina se hajaantuu sarjan $A_{t+n} = b + rb + r^2b + \dots + r^{n-1}b + r^n A_t$ mukaisesti.

Backus et al. käyttävät bayesiläistä lähetymistapaa (tarkkaan ottaen seuraavassa luvussa esiteltävää Theilin ja Goldbergin mixed estimation -menetelmää) estimaattien parantamiseksi. Tällä menetelmällä he saavat suurimman osan parametriestimaateista halutun merkkiseksi. Kuten yleensä bayesilaisessa lähestymistavassa, tulosten arvoa on vaikea arvioida. Näin on etenkin siksi, että Backus et al. raportoivat vain käyttämänsä priorikeskiarvot, mutta eivät käyttämäänsä priorivariansseja, joiden merkitys lopputulokselle on kyseisessä menetelmässä keskeinen. Kaiken kaikkiaan tulokset vaikuttavat kuitenkin yllättävän heikoilta: malliin

jää yhä niin paljon "väärän"merkkisiä estimaatteja, että se ei anna järkevää pohjaa simuloineille.

4.2 Tulorajoitteiset mallit

Siinä missä edellä esitelty malli oli Brainardin ja Tobinin lähestymistavan tyypillinen edustaja, Backuksen ja Purvisin (1980) malli on Purvisin reaali- ja rahoituspäätökset yhdistävän kehikon (ks. osa 3.2) empiirisen soveltamisen malliesimerkki. Heidän Yhdysvaltain aineistolla estimoidussa mallissaan kuluttaja siis allokoi tulonsa samanaikaisesti kulutukseen ja varallisuusesineiden hankintoihin. Kulutuksen Backus ja Purvis jakavat edelleen kertakulutushyödykkeiden hankintoihin ja kestokulutushyödykkeiden hankintoihin sekä varallisuusesineet käteisrahaan ja talletuksiin, debentureihin, osakkeisiin, jälkimarkkinakelvottomiin vaateisiin, asuntolainoihin ja muihin lainoihin. Jotta malli pysyisi siedettävissä mittasuhteissa, Backus ja Purvis ovat joutuneet kompensoimaan kulutuksen ja kestokulutuksen investointien sisällyttämisen malliin karkeajakoisemmalla rahoitusvaateiden luokittelulla. Myös heidän mallissaan on adaptiivista mekanismia käyttäen erotettu odottamattoman tulonlisäyksen allokaatio odotettujen tulojen allokaatiosta.

Backus ja Purvis estimoivat mallinsa yhtälöt yksitellen pns- menetelmällä aikaperiodilta 1954 1. neljännes - 1975 3. neljännes. Heidän tuloksensa ovat paljolti samanlaisia kuin edellä esitellyissä tutkimuksissa. Vajaa kolmannes parametriestimaateista eroaa merkitsevästi nolasta ja useat niistä jälleen "väärään" suuntaan.

Backus ja Purvis raportoivat estimaattien ja niiden t-arvojen lisäksi myös selittävyysasteet, jotka vaihtelevat debentuurien kysyntäyhtälön 0.578:sta asuntoinvestointien 0.898:aan,¹⁹ sekä Durbin-Watson -testisuureiden arvot. Kuten tunnettua, Durbin-Watson -testi ei sellaisenaan ole validi ensimmäi-

¹⁹Backus ja Purvis estimoivat yhtälönsä muodossa $(\Delta A)/Y^e$, missä Y^e on odotetut tulot. Selittävät muuttujat on siis differensoitu ja jaettu skaalaustekijällä, joten lopulliset selitettävät muuttujat lienevät stationaarisia. Tämän huomio ottaen selitysasteita voi pitää melko korkeina.

sen asteen autokorrelaation mittari silloin, kun yhtälössä on selittävänä muuttujana selitettävän muuttujan viivästetty arvo. Siitä voidaan kuitenkin johtaa validi Durbinin h-testisuure.²⁰ Testattaessa Backusin ja Purvisin yhtälöitä h-testillä, joudutaan nollahypoteesi (ei ensimmäisen asteen autokorrelaatiota) hylkäämään kolmessa tapauksessa yhdeksästä merkitsevyydestä 0.001. Tämä merkitsee, että ainakin näissä yhtälöissä parametriestimaatit ovat harhaisia. Lisäksi, kun tiedetään, että eri yhtälöiden virhetermit ovat korreloituneet keskenään, voidaan koko yhtälösystemin konsistenttisuutta epäillä.

Myöskään Backusin ja Purvisin mallilla ei ole stabiilia tasapainotilaa. Sopeutumiskerroinmatriisin ominaisarvoista yksi oli selvästi suurempi yksikköympyrän ulkopuolella, ja malli hajaantui nopeasti. Backus ja Purvis tekevät saman virheen kuin Backus et al., eli raportoivat pns-estimaateista lasketun pitkän tähtäimen tasapainotilan, joka heidän mallissaan ei siis kuitenkaan ole stabiili.

Owen (1986) tutkii kulutuksen ja portfoliopäätöksen määräytymistä Englannin aineistolla ajalta 1967 1. neljännes - 1981 4. neljännes. Owenin tutkimuksessa endogeeniset muuttujat ovat kulutus kertakulutussyödykkeisiin, kulutus kestokulutussyödykkeisiin, asuntoinvestoinnit sekä seitsemän eri rahoitusvaateen hankinnat. Owen estimoit kaksi eri mallia: ensimmäinen versio on Purvisin mallin sovellutus ja toinen versio osassa 2.4 esitelty hierarkkinen malli.

Ensimmäisessä versiossa Owenilla on selittävinä muuttujina (vakiotermin ja kausidummyjen lisäksi) tulot, korot, edellisen periodin varannot, odotettu inflaatio (staattiset odotukset), indeksit inflaation varioinnille ja työttömyysasteen muutoksille sekä kaksi muuttujaa, jotka kuvastavat periodin aikaisia pääomavoittoja rahoitusvaateista ja asunnoista. Owen estimoit

²⁰Durbinin h-testi voidaan johtaa LM-testinä jäännöstermin AR(1) tai MA(1) prosessia vastaan (ks. esim. Harvey, 1980 tai Spanos, 1986). Durbinin h-testin ongelma on, että se ei ole määritelty, jos testattavassa yhtälössä viivästetyn selitettävän muuttujan kerroinestimaatin varianssi on suurempi kuin 1/T, jossa on havaintojen lukumäärä. Tämä oli tilanne useissa tässä luvussa käsiteltävien mallien yhtälöissä. Durbinin h-testi on hyödyllinen, kun muuta testausmahdollisuutta ei ole, kuten tarkasteltaessa julkaistujen tutkimusten tuloksia.

tämän version pns- menetelmällä. Ensi silmäyksellä Owenin tulokset vaikuttavat edellisiin tutkimuksiin verrattuna odottamattoman hyviltä. Yli 40 % parametriestimaateista poikkeaa merkitsevästi nolasta, ja selitysasteet (vapausasteilla korjaamattomat) vaihtelevat 0.675:stä (kestokulutustavaroiden hankinnat) hämmästyttävään 1.000:aan (asuntoinvestoinnit). Huolellisempi tarkastelu paljastaa tämän menestyksen ainakin osin näennäiseksi.

Syy siihen Owenin parametriestimaattien yleisesti korkeisiin t-arvoihin lienee se, että toisin kuin Backus et al. sekä Backus ja Purvis, Owen estimoit yhtälönsä suoraan yhtälöiden (3.12) ja (3.13) ei-homogeenisessa muodossa. Hän ei siis mallita tulonkäyttösuuksien muutoksia, kuten Purvis, vaan käypähintaisia rahoitusvaateiden varantojen muutoksia. Tästä seuraa ainakin kaksi ongelmaa. Ensimmäinen ongelma on se, että pelkkä differensointi ei poista trendiä geometrisesti kasvavasta muuttujasta, eli Owenin yhtälöt kärsivät luultavasti näennäiskorrelaatiosta. Lisäksi näin estimoitujen yhtälöiden ollen jäännöstermit ovat heteroskedastisia: varianssi kasvaa estimointiperiodin loppua kohti. Kun selittävällä muuttujalla ja jäännöstermin varianssilla on samansuuntainen trendi, on muuttujan kertoimen estimoitu varianssi harhainen alaspäin (Kmenta, 1971, s. 256). Tämä selittää ainakin osan Owenin viivästettyjen varantomuutusten korkeista t-arvoista.

Owenin yhtälöt antoivat ei-likvidien rahoitusvaateiden (osakkeet ja debentuurit) hankinnoille ja asuntoinvestoinneille lähes täydelliset selitykset (R^2 -arvot 0.998 ja 1.000). Tähän löytyy selitys kyseisten muuttujien konstruoinnista. Kotitalouksien hallussa olevien osakkeiden (tai vastaavasti asuntojen) arvossa periodin aikana tapahtunut muutos ΔA voidaan jakaa kahteen osaan

$$(4.1) \quad \Delta A_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} A_{t-1} + NH_t = CG_t + NH_t,$$

missä CG on osakkeiden hinnan noususta periodin aikana aiheutuneet pääomatulot ja NH osakkeiden netto-ostot. Lauseke (4.1) sisältää implisiittisesti oletuksen, että kaikki transaktiot tapahtuvat periodin lopussa, joten netto-ostoilta ei ehdi kertyä pääomavoittoja. Backus et al. sekä Backus ja Purvis oletivat, että periodin t pääomatulot allokoitetaan muihin rahoitus-

vaateisiin vasta periodin $t+1$ aikana, joten he käyttivät regressioissaan varsinaisena endogeenisena muuttujana netto-ostoja. Owen sen sijaan valitsee endogeeniseksi muuttujaksi osakkeiden markkina-arvon A_t ja lisää (eksogeenisiksi olettamansa) pääomavoitot selittäviin muuttujiin. Koska kotitalouksien hallussa olevien osakkeiden ja varsinkin asuntojen arvon muutoksista valtaosa on pääomavoittoja, muodostuvat selitysasteet hyvin korkeiksi. Osakkeiden ja asuntojen arvon muutoksille estimoiduissa yhtälöissä omien pääomavoittojen kertoimet ovat hyvin lähellä ykköstä ja niiden t -arvot 94.74 ja 333.8.

Owen käyttää edellisiä tutkimuksia laajempaa testivalikoimaa. Virheellistä spesifikaatiota Owen testaa epäkonsistentin Durbin-Watson -testin lisäksi LM-testillä, ja toteaa, että yhdeksästä estimoidusta yhtälöstä kahdeksan kärsii nejännen asteen autokorrelaatiosta 5 %:n merkitsevyystasolla. Durbinin h -testi näyttää neljän yhtälön kärsivän 1 %:n merkitsevyystasolla ensimmäisen asteen autokorrelaatiosta.

Vaikka mallin täsmennys on ilmeisen väärä, Owen uskoo, että sen vaikutukset parametrirajoitusten testaamiseen F -testillä eivät ole ratkaisevat²¹ (Owen, 1986, s.139). Owen testaa korkojen ristijoustojen sekä viivästettyjen varantojen "spill over" -vaikutusten merkitsevyyttä, ja saa tuloksia, joiden hän tulkitsee tukevan voimakkaasti näiden vaikutusten sisällyttämistä malliin. Owen testaa lisäksi mallinsa stabiilisuusominaisuudet ja havaitsee, että yksi sopeutumismatriisin ominaisarvoista on suurempi kuin yksi, joten piste-estimaattien käyttäminen johtaisi jälleen epästabiiliin malliin.

Owen estimoii samasta aineistosta myös simultaanimallin, jossa periodin lopun varallisuus oli mukana selittävänä muuttujana rahoitusvaateiden kysyntäyhtälöissä. Mallin identifioituvuuden Owen varmistaa tekemällä kuhunkin yhtälöön kahdesta viiteen parametrirajoitusta (nollarajoitusta). Owen

²¹Sitä, mikä vaikutus muuttujien ilmeisellä epästationaarisuudella on F -testin jakaumaan, Owen ei pohdi. On kuitenkin hyvin tunnettua, että epästationaaristen muuttujien tapauksessa parametriestimaatit eivät ole asympotoottisesti normaalisti jakautuneita, kuten F -testin käyttö edellyttää, vaan ne noudattavat jotain Dickey-Fuller -tyyppistä jakaumaa (ks. Dickey - Fuller, 1979), jonka ominaisuuksia ei juurikaan tunneta.

estimoii systeemin rajoitetulla kolmivaiheisella pns-menetelmällä. Tulokset ovat paljolti samanlaisia kuin edellisessä estimoinnissa, joskin parametriestimaattien t -arvot olivat jonkin verran heikompia.

4.3 Empiiriset mallit Suomen aineistolla

Suomen aineistolle estimoitujen mallien ongelmana on ollut vähäinen havaintojen määrä. Suomessa ei ole kerätty kattavaa neljännesvuosi-aineistoa kotitalouksien rahoitusvirroista, joten Luukkainen (1983) ja Alho (1988) ovat joutuneet käyttämään vuosiaineistoa.

Luukkainen (1983) soveltaa Purvisin mallia luotonsäännöstelyoloihin. Luukkainen estimoii useita versioita, joista laajin käsittää endogeenisina muuttujina kestokulutushankinnat, muun kulutuksen, asuntoinvestoinnit, likvidien rahoitusvaateiden hankinnat sekä ei-likvidien rahoitusvaateiden hankinnat. Selittävinä muuttujina Luukkaisella on rahoituksen lähteet (tulot+lainat), viivästetyt varannot, kaksi korkoa sekä kaksi user cost -muuttujaa. Luukkainen suorittaa estimoinnin pns-menetelmällä vuosiaineistosta periodilta 1961 - 1980.

On selvää, että Luukkaisen 20 havainnon aineisto on varsin lyhyt tämän tyyppisen mallin estimointiin. Yksittäiset parametriestimaatit ovat järkevän tuntuisia, mutta yhtälöiden selitysasteet jäävät vähäisistä vapausasteista huolimatta alhaisiksi. Virheellistä spesifikaatiota Luukkainen testaa vain Durbin-Watson -testillä, mutta harhaton h -testikään ei löydä laajimman version jäännöstermeistä autokorrelaatiota. Toisaalta otos on niin pieni, ettei h -testin asympotoottisilla ominaisuuksilla ole voimaa. Luukkainen estimoii yhtälöt pns-menetelmän ohella Cochrane-Orcutt -menetelmällä, joka perustuessaan harhaisiin autokorrelaatiokertoimien estimaatteihin ei tuota konsistentteja estimaatteja. Lisäksi, koska Cochrane-Orcutt -estimaattorilla estimoitava autoregressiorakenne ei täytä singulaarisen systeemin edellyttämiä identiteettejä (ks. kappale 5.2.2) eivät sillä saadut estimaatit täytä summarajoitteita, eivätkä lasketut ennusteet noudata taseidentiteettejä.

Alho (1988) estimoii Purvisin mallin sovellutuksen usealle sektorille. Kotitaloussektorin rahavirrat Alho jakaa kestokulutushankintoihin, muuhun

kulutukseen, asuntoinvestointeihin (joista Alho lopullisessa mallissaan vähentää eksogeeniset valtion myöntämät asuntolainat), talletusten hankintoihin ja valtion obligaatioiden hankintoihin.²² Selittävinä muuttujina Alhon mallissa ovat tulot, pankkien antolainaus kotitalouksille (luoton-säännöstelyolosuhteissa eksogeeninen), korot, inflaatio, rahoitusvaateiden viivästetyt varannot sekä demografinen muuttuja, joka kuvaa 25 - 29-vuotiaiden osuutta väestöstä.

Alho käyttää estimoinnissa vuosiaineistoa ajalta 1961 - 1982, eli aineisto sisältää 22 havaintoa. Koska malli sisältää yhteensä 14 selittävää muuttujaa, jäisi vapausasteiden määrä ilman parametrirajoituksia kahdeksaan. Tämän takia Alho eliminoi kustakin yhtälöstä viidestä seitsemään pienen t-arvon tai "väärän merkkisen" kertoimen omaavaa muuttujaa. Tästä saavutettu etu on kuitenkin osin näennäinen, sillä muuttujien poistamisesta seuraa, että pns-estimaatti ei täytä automaattisesti sarakesummarajoitteita. Rajoitteiden voimaansaattamiseksi Alho joutuu käyttämään systeemiestimaattoria, tässä tapauksessa iteratiivista GLS- menetelmää. GLS- menetelmän soveltaminen edellyttää virhetermien varianssien lisäksi niiden kovarianssimatriisin estimointia datasta,²³ mikä kuluttaa osan parametrirajoitusten tuottamista vapausasteista. Singulaarisessa systeemissä 5×5 kovarianssimatriisi sisältää 6 riippumatonta kovarianssitermiä, joten Alhon viiteen yhtälöönsä tekemät 31 parametrirajoitusta tuottavat 25 yksikköä lisäinformaatiota systeemiin. Tästä huolimatta Alho saa muuttujien eliminoinnin tuloksena Alho parametriestimaattinsa halutun merkkiseksi ja suurimman osan t-arvoista nimellisillä merkitsevyystasoilla mitattuna merkitseviksi. Vapausasteilla korjaamattomat selittävyysasteet Alhon yhtälöissä vaihtelevat obligaatioiden kysynnän 0.490:sta kulutuksen 0.977:ään.

Mallin testaus rajoittuu Alhon työssä spesifikaation testaukseen. Alho käyttää yleisimpänä mallinaan versiota, johon on jo tehty edellä mainitut

²²Jotta taseidentiteetit pysyisivät voimassa, Alhon on täytynyt liittää poisjätetyt rahoitusvaade-erät (esim. osakkeet) sekä varsin mittava tilastovirhe näihin kahteen erään. Alho ei kerro, miten hän on menetellyt.

²³On myös mahdollista olettaa virhetermit riippumattomiksi toisistaan, jolloin niiden korrelaatorakenteen estimoinnin vaatimat vapausasteet säästyisivät. Tämä oletus ei kuitenkaan ole validi rahoitusvirtamallissa, jossa budjetti-identiteetin tähden eri yhtälöiden virhetermit summautuvat nolnaan ja ovat siten negatiivisesti korreloituneita.

parametrirajoitukset. Tätä mallia vasten Alho testaa erilaisia lisärajoituksia, kuten tulojen ja saatujen pankkilainojen yhdistämistä yhdeksi likviditeettimuuttujaksi, sopeutumismekanismien yksinkertaistamista sekä joidakin oletuksia inflaation kertoimista. Useimmat näistä yksinkertaistuksista Alho hylkää kohtalaisilla merkitsevyystasoilla. Virhespesifikaation mittarina mallissa raportoidaan jälleen ainoastaan Durbin-Watson -testisuureet. H-testi löytää merkitsevästi autokorreloituneisuutta vain yhdestä yhtälöstä, mutta pieni otos tekee testin voiman hyvin vähäiseksi.

Alho on käyttänyt varsin toisenlaista mallintamisstrategiaa kuin useimmat mallikehikön soveltajat. Kun Brainard ja Tobin sekä muut Yalen koulukunnan edustajat painottavat mahdollisimman monenlaisten substituo- ja spill over -vaikutusten sallimista ja hyödyntävät a priori -informaationsa eksplisiittisesti bayesilaisessa estimoinnissa, käyttää Alho runsaasti rajoituksia halutunlaisten parametriestimaattien saamiseksi. Lopputuloksena Alho saa kohtalaisia merkitsevyysarvoja, mutta lyhyt aineisto, käytetty "data-mining" ja ilmeisen heikko dynaaminen täsmennys eivät anna enempää aihetta uskoa estimaattien luotettavuuteen kuin edellisissäkään malleissa.

4.4 Agellin simulointimalli

Agell (1986) soveltaa tutkimuksessaan rahoitusvirtakehikkoa tyystin edellä esitellyistä tutkimuksista poikkeavalla tavalla. Itse asiassa on kyseessä alaista, tuleeko hänen työtään lainkaan luokitella empiiriseksi työksi, sillä siksi vähäiset ovat sen kiinnostavat teoriat ja empirian välillä. Se on läheistä sukua yleisen mikroteoriasta johdetuille suoraan preferensseihin rakentuville yleisen tasapainon makromalleille. Agellin työ on omaperäisyydessään mielenkiintoinen ja lisäksi tiettävästi ainoa työ, jossa on tarkasteltu verotuksen vaikutusta rahoitusmarkkinatasapainoon laajalla yleisen tasapainon kehikolla, joten se ansaitsee lähemmän tarkastelun.

Agellin tarkastelee työssään pääomatulojen verokohtelun vaikutusta portfoliotasapainoon. Hänen mallissaan on kolme investoijasektoria - varakkaat kotitaloudet, ei-varakkaat kotitaloudet ja rahoituslaitokset. Nämä sektorit investoivat varallisuutensa osakkeisiin, asuntoihin ja lyhytaikaisiin tai pitkäaikaisiin lainoihin. Rahoitusvaateita mallissa tarjoavat yritys-

sektori, julkinen sektori sekä asuntosektori. Tarjoajasektoreille ei mallissa ole määritelty reaktiofunktioita, eli kaikkien sijoituskohteiden tarjonta on eksogeeninen ja niiden suhteellinen hinta (Tobinin q) joustaa tasapainottaen kysynnän ja tarjonnan.

Sijoituskohteiden kysynät määräytyvät mallissa perinteisen keskiarvo-varianssimallin mukaisesti. Agell olettaa kaikkien investoijasektorien suhteellisen riskiaversion vakioiseksi. Kun hän lisäksi määrittelee lyhytaikaiset lainat riskittömäksi sijoituskohteeksi, saadaan osan 2.1 tarkastelun mukaan muiden sijoituskohteiden kysyntäfunktioiksi

$$(4.2) \quad A = (1/R)\Omega^{-1}\bar{r}W,$$

jossa A on, kuten aiemmin, vektori rahoitusvaateiden kysynöistä, R riskiaversiivisuusvakio, Ω reaalityottojen kovarianssimatriisi, r vektori odotetuista reaalityutoista vähennettynä riskittömän sijoituskohteen tuotolla sekä W allokoitava varallisuus.

Tyypillisissä yhtälön (4.2) sovelluksissa matriisia $(1/R)\Omega^{-1}$ on käsitelty estimoitavana parametrimatriisina. Sen sijaan Agell ottaa yhtälön kirjaimellisesti: hän sijoittaa odotettujen tuottojen paikalle niiden empiiriset keskiarvot olettaa tuottojen subjektiivisen korrelaatorakenteen vastaavan empiiristä korrelaatorakennetta. Ainoan preferensseihin liittyvän parametrin, riskiaversiivisuusvakion R , Agell olettaa aikaisempiin tutkimuksiin perustuen saavan kaikilla taloudenpitäjäsektoreilla arvon 6.

Kun riskiaversio sekä tuottojen keskiarvot ja korrelaatiot on määritelty, puuttuu yhtälöstä (3.2) enää tuottojen subjektiiviset varianssit. Niiden avulla Agell kalibrooi mallinsa vastaamaan tilannetta Ruotsissa mallin perusvuonna 1980: Agell sijoittaa kunkin sektorin kysyntäyhtälöön sen varallisuuden sekä rahoitusvaateiden omistukset perusvuonna ja ratkaisee yhtälön (3.2) takaperin subjektiivisten varianssien suhteen.

Agell käyttää saamiaan korkojoustopien arvoja simuloidessaan Ruotsissa esiteltyjen erilaisten verotusmallien vaikutusta portfoliotasapainoon. Hänen tuloksensa ovat verrattain dramaattisia: vaatimattomakin verojärjestelmän

muutokset aiheuttavat mallissa useiden kymmenien prosenttien vaihtelua sijoituskohteiden hinnoissa. Kvalitatiivisesti tulokset ovat silti mielekkäitä.

Agell on muotoillut mallinsa tiukasti mikroteoreettisin perustein niin, että sen yhtymäkohdat reaali maailmaan ovat vähäiset. Malli antaa siis jo lähtökohtansa puolesta mahdollisuuksia helppoon kritiikkiin. Agellin tekemät riskiaversiivisuusoletukset ovat varsin voimakkaita ja investoijien odotusten käsittelytapa yksinkertainen. Koska Agell käyttää sijoituskohteiden tuottoina verojen jälkeisiä reaalityottoja, hänen vähäisetkin kiin-nekohtansa todellisuuteen kärsivät mittausongelmasta: progressiivisessa verojärjestelmässä verojen vaikutus reaalityottoon on vaikeasti mitattavissa, joten Agell joutuu käyttämään varsin summittaisia arvioita.

5. RAHOITUSVIRTAMALLIEN JA YLEISEN TASAPAINON KEHIKON ONGELMIA

Brainardin ja Tobinin sekä muiden Yalen tradition edustajien rahoitusmarkkinoiden mallittamisen saralla tekemän työn merkittävin saavutus on konsistentin ja kattavan lähestymistavan voimakas esille tuominen. Heidän argumenttinsa, jonka mukaan taloudenpitäjän portfoliovalintaa mallitettaessa tulee ottaa budjettirajoitteet huomioon, on tuskin kumottavissa. Toinen tämän perinteen kantava ajatus on, että mitään yksittäistä rahoitusvaadetta ei kysyntä-/tarjontayhtälöitä estimoitaessa tule jättää residuaaliksi, muiden yhtälöiden implikaatioiden jäteämpäriksi, vaan yhtälöt pitää sommitella niin, että kukin niistä voidaan estimoida erikseen pitäen silti budjettirajoitteet voimassa. Myöskään tätä ajatusta ei ole helppo kiistää. Kysymys siitä, onko yleisen tasapainon kehikko sinänsä hyvä kuvaus todellisuudesta, jää tämän työn ulkopuolelle.

Kokonaan toinen asia ovat ne rahoitusvirtamallien teoreettiset ja empiiriset sovellutukset, joita Tobin, Brainard, Purvis ja muut ovat esittäneet. Niitä voi ja tulee kritisoida, mutta tätä kritiikkiä ei voi laajentaa koko kehikon kritiikiksi.

Edellisessä luvussa tarkasteltiin muutamia konsistenttia rahoitusvirtalähestymistapaa soveltaneita malleja. Tässä luvussa keskitytään rahoitusvirtamallien varsin monimuotoisiin ongelmiin. Ongelmat on jaoteltu teoreettisiin, empiirisiin sekä datan ongelmiin. Tämä jako on keinotekoinen, sillä vain harvoissa tapauksissa vaikeudet rajoittuvat selvästi yhdelle edellä mainituista alueista. Usein ongelmat lähtevät datan puutteista ja empiiristä hankaluuksista ja heijastuvat kyseenalaisten metodien käyttönä. Toisaalta vahvoilla oletuksilla teoriasta johdetut, huonosti dataan soveltuvat mallit aiheuttavat ongelmia empiirisessä työssä. Ryhmittelyllä on tarkoitus jäsentää tätä aihepiiriltään laajaa lukua.

5.1 Teoreettisia ongelmia

Luvun 2 mikroteorian yhteydessä käsiteltiin jo useita portfoliovalintaan ja rahoitusvirtamallintamiseen liittyviä teoreettisia ongelmia. Tällaisia olivat koko keskiarvo-variانسilähestymistavan mielekkyys sekä tulosten johtamiseksi vaadittavat approksimaatiot ja voimakkaat oletukset. Lisäksi käsiteltiin aggregointiin liittyviä ongelmia. Tässä kappaleessa tarkastellaan minkälaisia teoreettisia ongelmia kohdataan vielä sen jälkeen, kun otetaan keskiarvo-variانسikehikko ja sen soveltamiseen tarvittavat oletukset annettuna. Tällaisia ongelmia on pääpiirteissään kahdenlaisia; toiset liittyvät rahoitusmarkkinoiden dynamiin piirteisiin, toiset taas epävarmuuteen ja odotusten muodostumiseen.

Kaikissa kehikkoa soveltaneissa teoreettisissa tutkimuksissa on käytetty diskreettiä aikaa. Useimmiten on ajateltu, että kaikki markkinat tasapainottuvat yhtä aikaa periodin lopussa (empiirisessä työssä neljännesvuosi on yleensä lyhyin aikaperiodi, jolta on saatavissa riittävästi dataa). Käytännössä toiset markkinat voivat tasapainottua nopeammin kuin toiset. Tobin (1982, s. 189) huomauttaa, että olisi suotavaa, jos tasapainottumisperiodi olisi eri rahoitusvaateilla eri pituinen. Hän pitää kuitenkin samanaikaista, diskreettiä tasapainottumista parempana kuin jatkuvan ajan kehikkoa, joka olettaa markkinoiden olevan joka hetki tasapainossa. Tosin keskustelu jatkuvan ajan ja diskreetin ajan eduista on sikäli hedelmätöntä, että diskreetti aika on käytännössä ainoa empiirisessä työssä käytävissä oleva kehikko.

Luvun 2 mikroteoreettisessa osassa johdettiin rahoitusvaateille kysyntä-funktiot, jotka riippuivat tuottojen odotusarvoista ja kovariansseista. Tämän tuloksen soveltaminen aikasarja-aineistoon vaatii, että tuottojen kovarianssirakenne on vakaa koko estimointiperiodin. On hyvin kyseenalaista, voiko tällaista oletusta tehdä empiirisissä tutkimuksissa käytettyjen 20 - 25 vuoden estimointiperiodien osalta. Periaatteessa olisi siis suotavaa sallia korkojen kovarianssirakenteen ja samalla kysyntäyhtälöiden parametrien muuttuvan ajassa. Se miten tämä on toteutettavissa käytännössä, on toinen asia. Yksinkertaisinta toteutus olisi Agellin mallin kaltaisessa yleisen tasapainon mallissa, jossa kysyntäyhtälöiden parametrit lasketaan suoraan korkojen empiirisestä kovarianssimatriisista. Tällaisessa kehikos-

sa voitaisiin konstruoida tuotoille moniulotteinen GARCH- tai faktori-ARCH-malli, joka tuottaisi kullekin periodille tuottojen ehdollisen kovarianssimatriisin (Baba, Engle, Kraft & Kroner, 1988, Engle, 1987, Engle, Ng, Rotshild, 1989). Tästä ehdollisesta kovarianssimatriisista laskettaisiin joka periodi uudet kysyntäfunktioden parametrit.

Huomattavasti hankalampi tehtävä olisi soveltaa ajassa muuttuvaa kovarianssirakennetta (ja sitä kautta optimioportfolion ajassa muuttuvaa riippuvuutta tuotoista) tyypillisiin rahoitusvirtamalleihin, joissa kysyntäfunktioden parametreja ei kytketä tuottojen empiirisiin kovariansseihin. Teoriassa voitaisiin ajatella muuttuvaparametrin mallin käyttämistä tällaisissa tapauksissa. Käytännössä tämä ei kuitenkaan ole mahdollista rahoitusvirtamallien kokoisissa systeemeissä. Kukaan ei tietävästi ole yrittänyt konstruoida rahoitusvirtamallia, joka sisältäisi ajassa muuttuvan kovarianssirakenteen.

Toinen rahoitusmarkkinoiden dynamiikkaan liittyvä teoreettinen ongelma on se, että rahoitusvirtamallit eivät tyypillisesti erottele uudesta säästämisestä ja vanhan varannon uudelleen allokoimisesta syntyviä transaktiokustannuksia. Tuntuu uskottavalta, että säästämisen allokoinnista rahoitusvaateisiin aiheutuvat transaktiokustannukset ovat pienemmät kuin vanhojen rahoitusvarantojen uudelleen allokoinnista syntyvät. Kuten Brillenbourg (Owen, 1986, s. 29) esittää, taloudenpitäjä voi reagoida portfolioepätasapainoon kolmella tavalla:

- a) Allokoida uudelleen olemassa olevaa portfoliotaan.
- b) Kanavoimalla (annetun) säästämisensä uudelleen.
- c) Muuttamalla säästämisensä määrää.

Luvussa 3 esitellyistä malleista Brainard-Tobin -malli ottaa säästämisen eksogeenisenä ja sulkee pois mahdollisuuden c). Purvis ja Owen sen sijaan sallivat myös tämän mahdollisuuden. Sen sijaan yksikään kehikkoa käyttänyt sovellutus ei tietävästi ole pyrkinyt eriyttämään menetelmiä a) ja b).

Odotusten roolin mallittaminen on tuottanut rahoitusvirtamallintamisessa ongelmia kahdella tavalla. Ensimmäinen ongelma liittyy siihen, jo luvussa 2 käsiteltyyn seikkaan, että transaktiokustannusten olemassa ollessa va-

rallisuuden optimiallokaatio riippuu kuluvan periodin tuoton lisäksi tulevien periodien tuotoista. Kuten aiemmin osoitettiin, tämän puolen mallittaminen vaatii sekä transaktiokustannusten rakenteen että korkojen prosessin täsmentämistä, ja onnistuu vain hyvin rajoittavien oletusten vallitessa. Koko kysymys on alan töissä jätetty hyvin vähälle huomiolle ja tämän työn suppea tarkastelu lienee ainoa kehikon sovellutus, jossa tätä kysymystä on käsitelty.

Toinen odotusten mallittamisen ongelma liittyy rahoitusvaateiden tuottojen ja toisaalta tuotto-odotusten erottamiseen toisistaan sekä yhden sektorin rahoitusvirtamalleissa että erityisesti yleisen tasapainon kehikossa. Ensimmäisessä luvussa esiteltyjen rahoitusmarkkinoiden yleisen tasapainon kehikon periaatteiden mukaan rahoitusvaateiden korot ja hinnat sopeutuvat tasapainottamaan kysynnän ja tarjonnan samanaikaisesti kaikilla markkinoilla. Tämä tarkoittaa, että taloudenpitäjien kysyntäfunktioissa käytetään argumentteina aktuaalisia, toteutuneita tuottoja, eikä tuotto-odotuksia. Kuitenkin luvun 2 mikroteoreettiset tulokset ja koko portfolioteoria perustuu ajatukseen, että taloudenpitäjät hajauttavat portfolionsa eri vaateisiin pienentääkseen riskiä. Yleisen tasapainon mallissa taloudenpitäjät tekevät portfolio päätöksensä todellisiin tuottoihin perustuen, jolloin riski on nolla ja periodin lopun varallisuutta maksimoiva sijoittaja sijoittaisi koko portfolionsa siihen vaateeseen, jonka tuotto on korkein.

Eräs ratkaisu tähän ongelmaan on ajatella, että rahoitusmarkkinaosapuolet pystyvät konrolloimaan ainoastaan tuottojen odotusarvoa, ja että tuotot sisältävät lisäksi stokastiset elementit, joiden kovariansseista portfolion rakenne riippuu. Tämä spesifiointi poistaa teoreettisen epäkonsistenssin, mutta tuo empiiriseen työhön uusia ongelmia: miten erottaa toteutuneesta tuotosta odotettu tuotto ja stokastinen osa. Tyypillisesti empiirisissä töissä tämä on jätetty tekemättä. Tuotto-odotusten paikalle rahoitusvaateiden kysyntäyhtälöihin on sijoitettu toteutuneet tuotot, mistä on seurauksena simultaanisuusongelmia. Simultaanisuuden vaikutuksia estimaatteihin sekä yhden periodin korko-odotusten mallittamista tämänlaisissa tilanteissa tutkitaan myöhemmin kappaleessa 5.2.1.

5.2 Empiirisiä ongelmia

Mallin soveltamisessa vastaan tulevat empiiriset ongelmat lomittuvat edellä kuvailtuihin teoreettisiin ongelmiin. Teoreettisen kehikon asettama vaatimus yhtälöiden yhteensopivuudesta hankaloittaa huomattavasti estimointia. Ei ole mahdollista valita kullekin yhtälölle erikseen parhaimman sopivuuden takaavia muuttujia, vaan jos selitettävää muuttujaa käytetään yhdessä kysyntäyhtälössä, sitä on käytettävä vähintään yhdessä muussa (Yalen tradition mukaan kaikissa muissa) saman taseidentiteetin sitomissa yhtälössä. Samasta syystä joudutaan selittävien muuttujien funktionaaliossa määrittelyssä tyytymään kompromisseihin eli yleensä lineaariseen muotoon ja yksinkertaiseen viiverakenteeseen.

Yksinkertaistuksista huolimatta estimoitavien parametrien määrä kasvaa nopeasti disaggregoinnin asteen kasvaessa. Lopputuloksena on raskaasti parametrisoitu malli, jolle luotettavien parametriestimaattien löytäminen on vähintäänkin hankala ja usein mahdoton tehtävä. Selittävien muuttujien korkea kollineaarisuus aiheuttaa sen, että vaikka yhtälön selitysaste kokonaisuudessaan olisi hyvä, on yksittäisten parametriestimaattien varianssi yleensä suuri. Tämä on valitettavaa jo sen tähden, että disaggregoitujen rahoitusvirtamallien suurin etu suppeisiin yhden koron malleihin verrattuna on se, että niiden puitteissa voi tarkastella monenlaisia substituutio- sekä korkorakenteen muutosvaikutuksia. Yksittäisten parametriestimaattien epäluotettavuus tekee tämän edun kyseenalaiseksi.

Selittävien muuttujien suuri määrä ja korkea kollineaarisuus edellyttävät estimointaessa suurta havaintojen määrää. Estimointiperiodin pidentyessä nousevat esiin rahoitusmarkkinoiden nopeat rakenteelliset muutokset ja riippuvuuksien aikaheterogeenisuuden aiheuttamat ongelmat parametriestimaattien vakaudelle. Kun rahoitusvirtamallien tyydyttävään estimointiin tarvitaan neljännesvuosidataa vähintään kymmenen tai viidentoista vuoden ajalta, on monien maiden rahoitusmarkkinoilta vaikea löytää viidenkään vuoden vakaata aikaa. Kaiken kaikkiaan tilanne on useimmiten se, että aikasarjadataassa ei ole tarpeeksi riippumatonta variointia, jotta se yksin voisi tuottaa pitkälle disaggregoituun rahoitusvirtamalliin riittävän tarkkoja ennustuskykyisiä parametriestimaatteja.

Multikollineaarisuuden ja lyhyen aineiston tähden ovat siis parametriestimaattien tarkkuus rahoitusvirtamalleissa yleensä heikko. Lisäksi niiden estimointia haittaa kaksi ongelmaa, jotka tekevät myös parametriestimaattien konsistenttisuuden kyseenalaiseksi. Nämä ovat heikosta dynaamisesta määrittelystä johtuva virhetermien sarjallinen korrelaatio sekä simultaanisuus. Simultaanisuus tuo yhtälöihin harhaisuutta korkojen kerroinestimaattien välityksellä, virhetermien sarjallinen korrelaatio puolestaan viivästettyjen endogeenisten muuttujien kautta. Simultaanisuuden vaikutusta nimenomaan rahoitusvirtamalleissa käsitellään seuraavassa jaksossa lyhyesti. Virhetermien sarjallista riippuvuutta ja dynaamista spesifiointia käsitellään osassa 5.2.2.

5.2.1 Simultaanisuus

Simultaanisuus (tai endogeenisuus) on ongelma, joka vaivaa suurta osaa kaikesta ekonometrisesta työstä. Rahoitusmarkkinoiden yleisen tasapainon mallissa se on läsnä jo määritelmällisesti, mutta sen aiheuttamat ongelmat eivät ole vähäisempiä suppeampaa lähestymistapaa käyttävissä malleissa. Rahoitusvirtakehikossa simultaanisuus merkitsee sitä, että korot, jotka ovat selittävinä muuttujina kysyntäyhtälöissä, eivät ole eksogeenisiä, vaan sopeutuvat tasapainottamaan kysynnän ja tarjonnan. Seuraavassa tarkastellaan simultaanisuuden vaikutuksia estimaatteihin mallin antamiin tuloksiin yksinkertaisimmassa mahdollisessa kehikossa, jossa markkinoilla on vain yksi rahoitusvaade ja kaksi sektoria, joista toinen kysyy ja toinen tarjoaa rahoitusvaadetta. Kysyntä- ja tarjontafunktioissa on rahoitusvaateen tuoton lisäksi vain yksi eksogeeninen muuttuja. Yksinkertaisuudestaan huolimatta tämä kehikko tarjoaa mahdollisuuden tarkastella kaikkia simultaanisuuden vaikutuksia ja tulokset yleistyvät tärkeimmiltä osin moniulotteiseen tapaukseen. Markkinoita kuvaa siis yhtälöpari

$$(5.1a) \quad \text{kysyntä: } a_t = \alpha_1 x_{1t} + \beta_1 r_t + u_t$$

$$(5.1b) \quad \text{tarjonta: } a_t = \alpha_2 x_{2t} + \beta_2 r_t + v_t$$

r on rahoitusvaateen korko, joka sopeutuu tasapainottamaan kysynnän ja tarjonnan ja x_1 on kysyntään sekä x_2 vastaavasti tarjontaan vaikuttavia

eksogeenisiä muuttujia. Voidaan esimerkiksi ajatella, että x_1 kuvastaa kaikkien tarkastelun ulkopuolelle jätettyjen rahoitusvaateiden tuottojen yhteisvaikutusta kyseisen rahoitusvaateen kysyntään. Kaikki muuttujat ovat keskistettyjä, joten vakiotermejä ei tarvita. Talousteoriasta tiedetään, että $\beta_1 > 0$ ja $\beta_2 < 0$. Oletetaan yksinkertaisuuden vuoksi lisäksi, että x_1 , x_2 , u ja v ovat korreloimattomia. Koska korko tasapainottaa markkinat, voidaan yhtälöistä (5.1a-b) ratkaista korolle tasapainoehto:

$$(5.2) \quad r_t = \frac{1}{\beta_1 - \beta_2} (\alpha_2 x_{2t} - \alpha_1 x_{1t} + v_t - u_t).$$

Tästä nähdään, että r_t on korreloitunut yhtälöiden (5.1) virhetermien kanssa, ja niiden estimointi pns-menetelmällä suoraan antaa harhaisia tuloksia. Kiinnostavaa on, onko tällä harhalla systemaattinen muoto, ja miten se välittyy mallista johdettuihin ennusteisiin. Tarkastellaan harhan luonnetta kysyntäyhtälössä. Sijoittamalla yhtälö (5.1a) pns-estimaatin laskukaavaan ja järjestelemällä termit saadaan:

$$(5.3) \quad \hat{\beta}_1 = \beta_1 + \frac{m(u_t r_t) m(x_{1t} x_{1t}) - m(u_t x_{1t}) m(r_t x_{1t})}{m(r_t r_t) m(x_{1t} x_{1t}) - [m(r_t x_{1t})]^2},$$

jossa $m(u_t r_t) = \int (u_t - \bar{u})(r_t - \bar{r})$ ja muut vastaavasti. Asymptoottinen harha saadaan ottamalla yhtälöstä (5.3) todennäköisyysraja-arvo. Oletuksen perusteella $m(u_t x_{1t}) = 0$ ja muut ristitulot voidaan laskea yhtälöstä (5.2):

$$(5.4a) \quad \text{plim } \hat{\beta}_1 = \beta_1 - (\beta_1 - \beta_2) \gamma_1, \quad \text{jossa}$$

$$\gamma_1 = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2 + \sigma_v^2 + \alpha_2^2 \text{var}(x_2)}$$

ja σ^2 ja σ^2 ovat virhetermien varianssit sekä $0 \leq \gamma_1 \leq 1$. Kun muistetaan, että $(\beta_1 - \beta_2) > 0$, nähdään yhtälöstä (5.4a), että $\hat{\beta}_1$:n estimaatti on harhainen alaspäin ja tämä harha on sitä pienempi, mitä suurempi on x_2 :n varianssi. Voidaan helposti nähdä, että jos $(\beta_1 - \beta_2) \gamma_1 > \beta_1$ niin $\beta < 0$, eli harhaisuuden kasvaessa riittävän suureksi kysynnän korkojoustop estimaatti

voi vaihtaa etumerkkiä. Vastaavasti

$$(5.4b) \quad \text{plim } \hat{\alpha}_1 = \alpha_1 - \alpha_1 \gamma_1 \quad \text{ja}$$

$$(5.4c) \quad \text{plim } \hat{\beta}_2 = \beta_2 + (\beta_1 - \beta_2) \gamma_2, \quad \text{jossa}$$

$$\gamma_2 = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_u^2 + \sigma_v^2 + \alpha_1^2 \text{var}(x_1)}$$

Yhtälön (5.4b) mukaan α_1 :n estimaatti on aina harhainen nolaa kohti, mutta harha pienenee jälleen, kun x_2 :n varianssi kasvaa. β_2 :n estimaatti puolestaan on harhainen ylöspäin ja harha on sitä pienempi, mitä suurempi on x_1 :n varianssi. Samalla tavoin voidaan osoittaa, että α_2 :n estimaatti on harhainen nolaa kohti ja riippuu x_1 :n varianssista. Kaikissa tapauksissa siis estimaattien harhaisuus pienenee, kun eksogeenisten muuttujien varianssi kasvaa. Voidaan kuitenkin osoittaa, että harha pienenee sitä vähemmän, mitä korreloituneempia x_1 ja x_2 ovat keskenään. Jos ja kun eksogeenisten muuttujien korrelaatio lähestyy ykköstä, lähestyy niiden harhaa pienentävä vaikutus nolaa (esim. Maddala, 1977).

Kun estimaattien harhaisuuden suunnat tiedetään, niin mitä voidaan päätellä niihin perustuvien ennusteiden osuvuudesta? Tarkastellaan ensin yksinkertaista tapausta, jossa eksogeeninen muutos lisää rahoitusvaateen kysyntää. Oletetaan, että eksogeeninen muuttuja x_1 kasvaa niin, että rahoitusvaateen kysyntä kasvaa ($\alpha_1 > 0$). Yhtälöstä (5.2) nähdään, että tasapainokorko nousee määrällä $-\alpha_1 \Delta x_1 / (\beta_1 - \beta_2)$ ja sijoittamalla tämä yhtälöön (5.1a) saadaan $\Delta a = -\beta_2 \alpha_1 \Delta x_1 / (\beta_1 - \beta_2)$. Harhainen malli puolestaan antaa muutoksille ennusteet

$$\hat{\Delta r} = -\frac{\alpha_1 \Delta x_1}{\beta_1 - \beta_2} \quad \text{ja}$$

$$\hat{\Delta a} = -\beta_2 \alpha_1 \Delta x_1 / (\beta_1 - \beta_2).$$

Kun sijoitetaan yhtälöistä (5.4 a-c), voidaan ratkaista ennusteiden suhteelliseksi harhaisuudeksi

$$(5.5a) \quad \frac{\Delta r}{\hat{\Delta r}} = \frac{(1-\gamma_1)}{(1-\gamma_1-\gamma_2)} \geq 1 \quad \text{sekä}$$

$$(5.5b) \quad \frac{\Delta a}{\hat{\Delta a}} = \frac{(1-\gamma_1)(1-\gamma_2)}{(1-\gamma_1-\gamma_2)} + \frac{\beta_1\gamma_2(1-\gamma_1)}{\beta_2(1-\gamma_1-\gamma_2)} < 1, \text{ jos } (\beta_1-\beta_2)\gamma_1 < \beta_1.$$

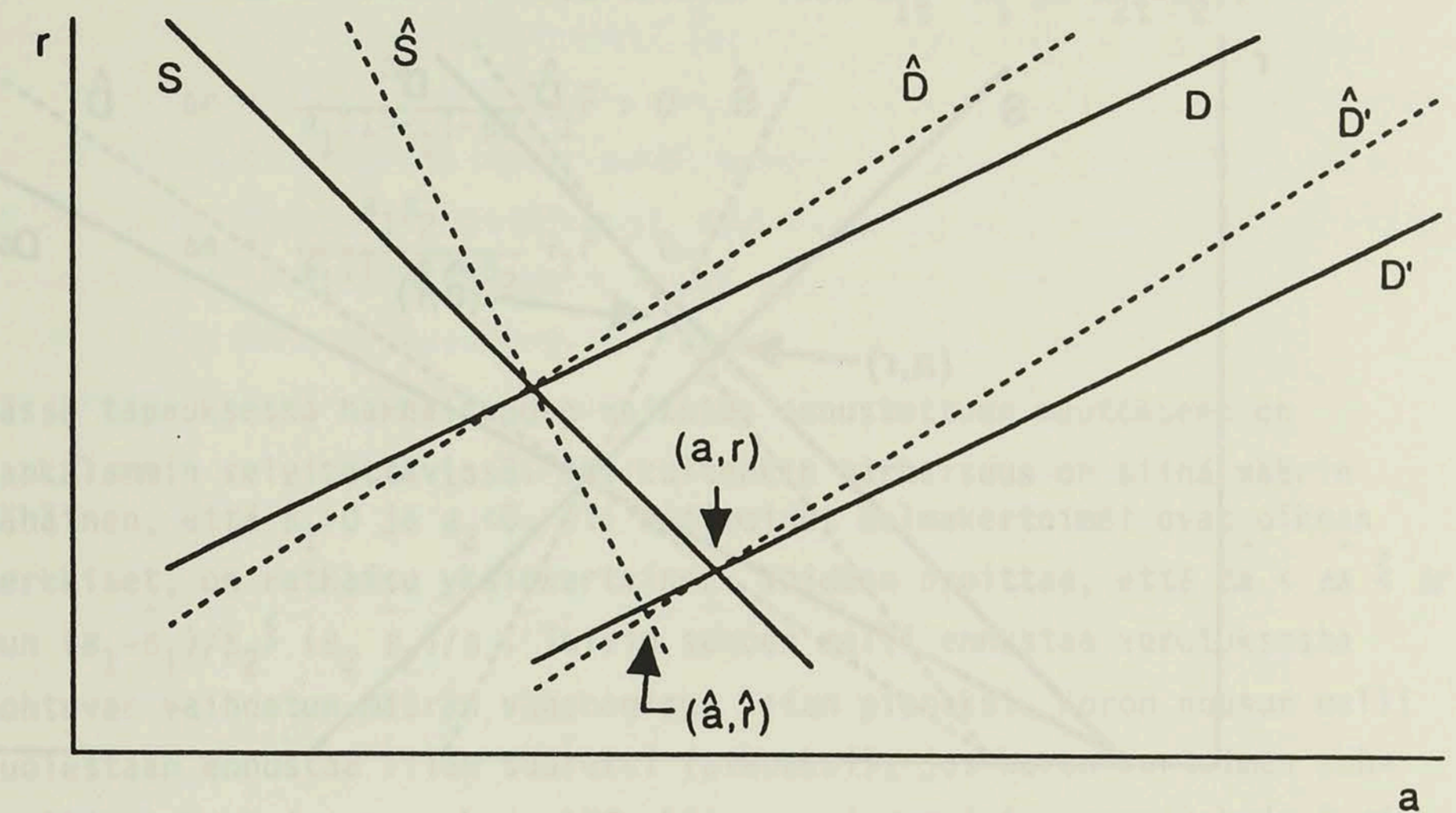
Harhainen malli ennustaa siis eksogeenisen shokin vaikutuksen korkoon aina liian suureksi. Se, miten harhaisuus vaikuttaa ennustettuun määrän muutokseen, riippuu kysyntäkäyrän estimoidusta kulmakertoimesta (yhtälön (5.5b) ehto harhaisuuden suunnalle on sama kuin yhtälössä (5.4a) estimoidun kertoimen etumerkille). Jos kysynnän estimoitu (harhainen) korkojousto on positiivinen, on ennustettu vaikutus rahoitusvaateen määrään todellista pienempi. Tätä tilannetta on havainnollistettu kuviossa 5.1. Siinä todelliset kysyntä- ja tarjontakäyrät D ja S on merkitty yhtenäisellä viivalla ja niiden harhaiset estimaatit \hat{D} ja \hat{S} katkoviivalla. Todellinen tasapaino toteutuu pisteessä a, r ja ennustettu tasapaino pisteessä \hat{a}, \hat{r} . Jos taas harha on niin suuri, että kysynnän korkojouston estimaatti on negatiivinen, ennustaa malli määrän muutoksen liian suureksi (kuviokuva 5.2).

Oletetaan toisessa tapauksessa, että pääomatuloille määrätään proportsionaalinen vero τ . Kun luovutaan muuttujien keskityksestä, voidaan yhtälöt kirjoittaa uudelleen

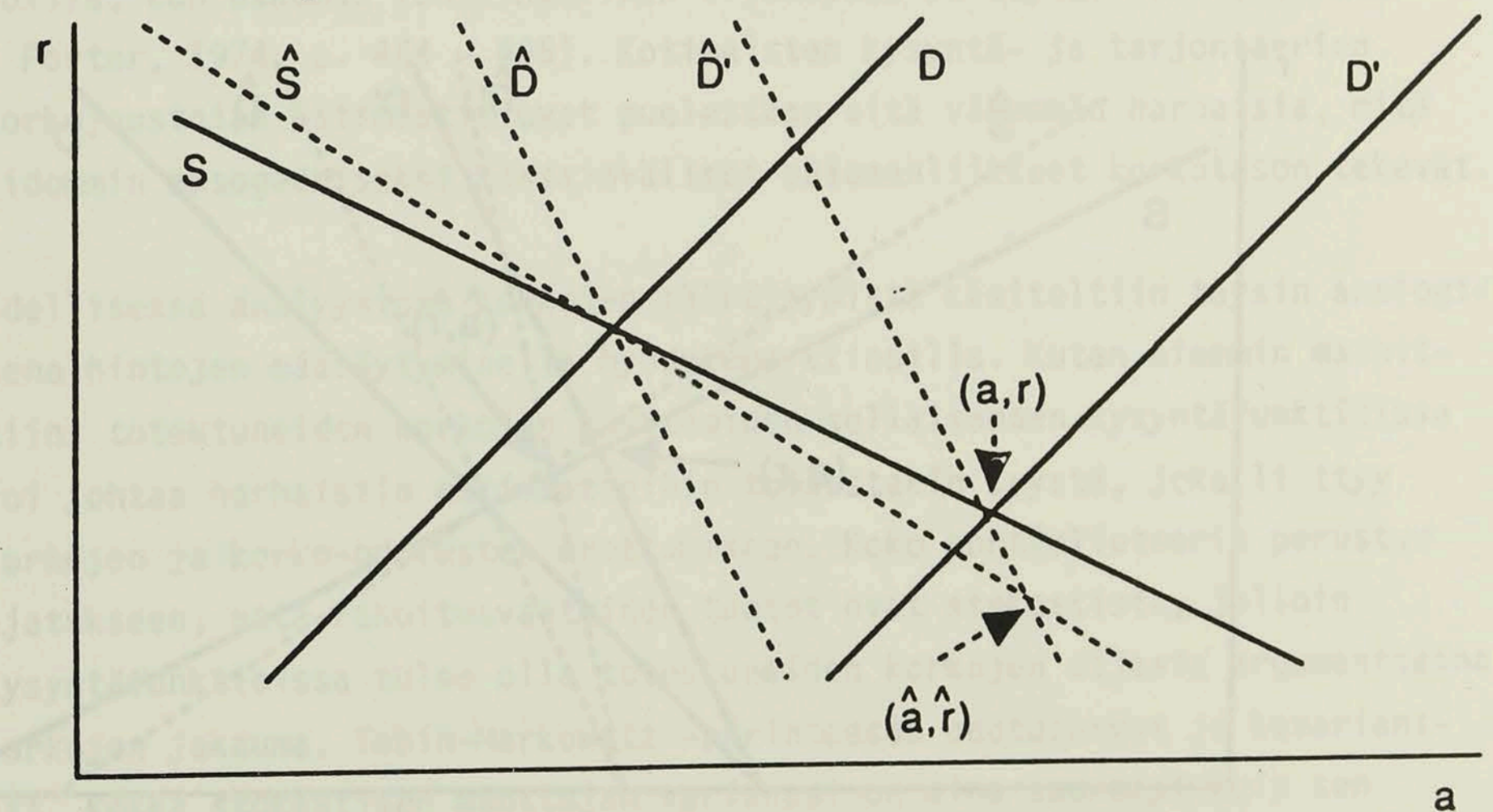
$$(5.1a') \quad a_t - \bar{a} = \alpha_1(x_{1t} - \bar{x}_1) + \beta_1[(1-\tau)r_t - r] + u_t$$

$$(5.1b') \quad a_t - \bar{a} = \alpha_2(x_{2t} - \bar{x}_2) + \beta_2(r_t - \bar{r}) + v_t,$$

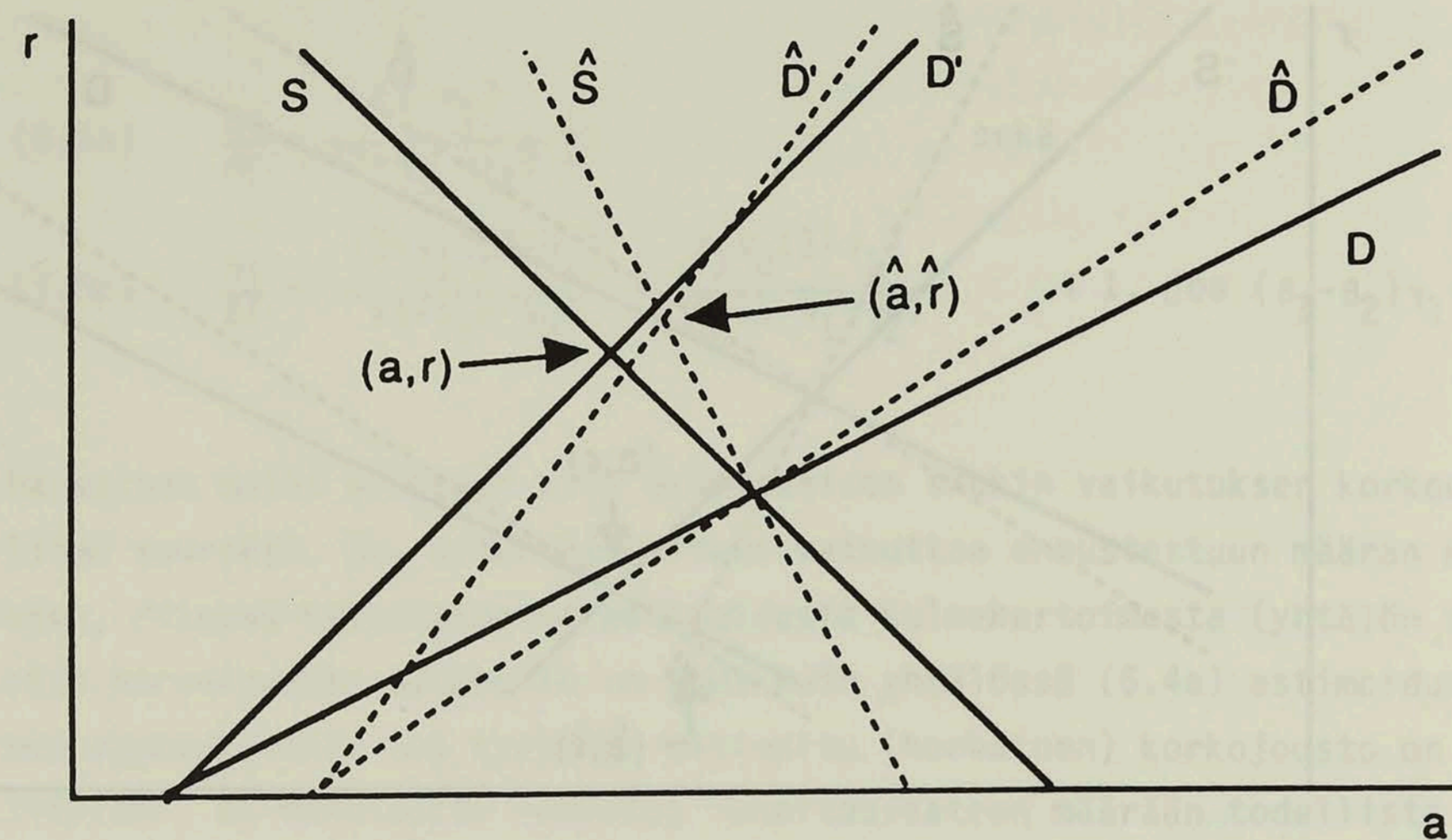
jossa yläviiva merkitsee keskiarvoa. Tarkastellaan tapausta, jossa vero



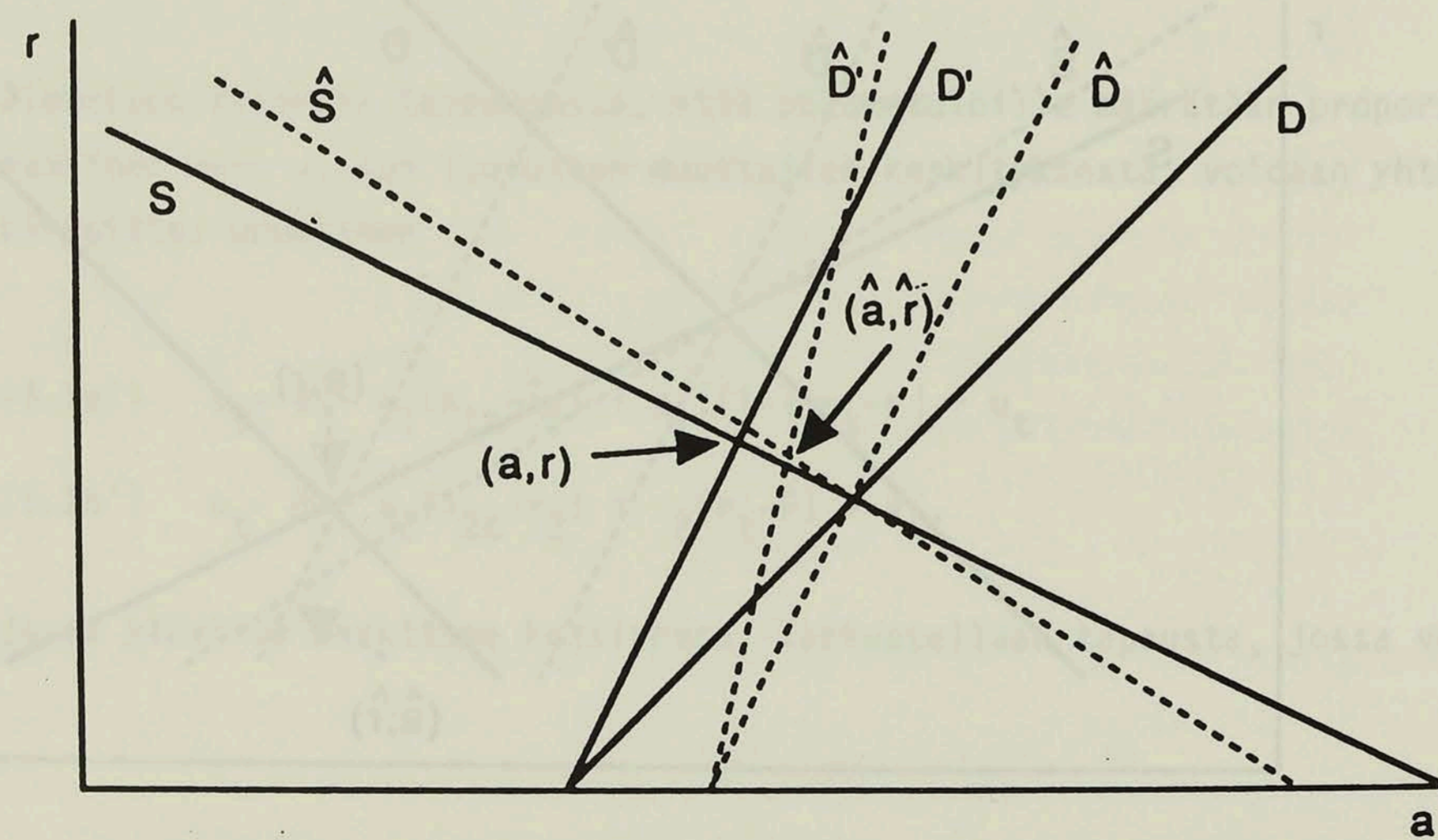
Kuvio 5.1: $\beta_1=2, \beta_2=-1, \gamma_1=\gamma_2=1/6$. Estimoidun kysyntäkäyrän kulmakertoimen oikean merkinen. Malli ennustaa sekä tasapainokoron että -määrän liian pieneksi.



Kuvio 5.2: $\beta_1=1, \beta_2=-2, \gamma_1=1/2, \gamma_2=1/6$. Estimoidun kysyntäkäyrän kulmakertoimen väärän merkinen. Malli ennustaa tasapainokoron liian pieneksi ja -määrän liian suureksi.



Kuvio 5.3: $\beta_1=2, \beta_2=-1, \gamma_1=\gamma_2=1/6, \tau=0.5$. Kysynnän suhteellinen harhaisuus on pienempi kuin tarjonnan. Malli ennustaa sekä tasapainokoron että määrän liian suureksi.



Kuvio 5.4: $\beta_1=1, \beta_2=-2, \gamma_1=\gamma_2=1/6, \tau=0.5$. Kysynnän suhteellinen harhaisuus on suurempi kuin tarjonnan. Malli ennustaa tasapainokoron liian pieneksi ja määrän liian suureksi.

kasvaa arvosta 0 arvoon τ_1 . Voidaan helposti osoittaa, että tasapainokorko ja määrä muuttuvat täällöin seuraavasti (kun $x_{1t}=\bar{x}_1$ ja $x_{2t}=\bar{x}_2$):

$$\Delta r = \frac{\beta_1}{\beta_1(1-\tau_1)-\beta_2} \tau_1 \bar{r} > 0$$

ja

$$\Delta a = \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_1(1-\tau_1)-\beta_2} \tau_1 \bar{r} < 0.$$

Tässä tapauksessa harhaisuuden vaikutus ennustettuun muutokseen on hankalammin selvitettävissä. Jos kuitenkin harhaisuus on siinä määrin vähäinen, että $\beta_1 > 0$ ja $\beta_2 < 0$, eli estimoidut kulmakertoimet ovat oikean merkkiset, on ratkaisu yksinkertainen. Voidaan osoittaa, että $\Delta a < \Delta \hat{a} < \Delta r$, kun $(\beta_1 - \hat{\beta}_1)/\beta_2 > (\beta_2 - \hat{\beta}_2)/\beta$. Toisin sanoen malli ennustaa verotuksesta johtuvan vaihdetun määrän vähenemisen liian pieneksi. Koron nousun malli puolestaan ennustaa liian suureksi (pieneksi), jos koron kertoimen suhteellinen harhaisuus on kysyntäfunktiossa pienempi (suurempi) kuin tarjontafunktiossa. Nämä tapaukset on esitetty kuvioissa 5.3 ja 5.4.

Simultaanisuuden ongelma on käytännössä pahin estimoitaessa suurien, markkinoita dominoivien kysyntä- tai tarjontaeerien korkojoustoja. Tällainen erä on esimerkiksi ulkomaiset sijoitukset pienen maan pääomamarkkinoilla, kun pääoman kansainvälinen liikkuvuus on täydellinen (ks. Kouri & Porter, 1974, s. 464 - 465). Kotimaisten kysyntä- ja tarjontaeerien korkojoustojen estimaatit ovat puolestaan sitä vähemmän harhaisia, mitä aidommin eksogeeniseksi kansainväliset pääomanliikkeet korkotason tekevät.

Edellisessä analyysissä korkojen määräytymistä käsiteltiin täysin analogisena hintojen määräytymiselle hyödykemarkkinoilla. Kuten aiemmin mainittiin, toteutuneiden korkojen käyttäminen sellaisenaan kysyntäfunktioissa voi johtaa harhaisiin estimaatteihin toisestakin syystä, joka liittyy korkojen ja korko-odotusten erottamiseen. Koko portfolioteoria perustuu ajatukseen, että rahoitusvaateiden tuotot ovat stokastisia, jolloin kysyntäfunktioissa tulee olla toteutuneiden korkojen sijasta argumentteina korkojen jakauma, Tobin-Markowitz -perinteessä odotusarvot ja kovarianssit. Koska stokastisen muuttujan varianssi on aina suurempi kuin sen optimaalisen ennusteen varianssi, johtaa toteutuneen koron käyttäminen odotetun koron sijasta selittäväksi muuttujana nolaa kohti harhaisiin

estimaatteihin. Nämä molemmat ongelmat ratkeavat, kun kysyntäyhtälöissä käytetään toteutuneiden korkojen sijasta aidosti eksogeenista korko-odotusmuuttujaa.

Korko-odotusmuuttujan konstruoimiseksi tarvitaan käsitys siitä, minkälaisista prosessista korot noudattavat. Dynaaminen rahoitusmarkkinoiden yleisen tasapainon kehikkoa tarjoaa tässä yhteydessä luontevimman keinon korkojen prosessin mallittamiseen. Oletetaan yksinkertaisuuden vuoksi edelleen, että markkinoilla on vain kaksi taloudenpitäjäsektoria, joiden rahoitusvaateiden nettokysynät ovat seuraavat:

$$(1) \quad A_{1,t} = \phi_1 \bar{r}_t + \varepsilon_1 A_{1,t-1} + \Lambda_1 X_t + \varepsilon_{1t}$$

(5.6)

$$(2) \quad A_{2,t} = \phi_2 \bar{r}_t + \varepsilon_2 A_{2,t-1} + \Lambda_2 X_t + \varepsilon_{2t},$$

jossa A_t on rahoitusvaateiden netto-omistuksia kuvaava vektori, \bar{r}_t rahoitusvaateiden odotetut tuotot, X_t , muita rahoitusvaateiden kysyntöihin vaikuttavia muuttujia, ε_{it} kysyntöihin vaikuttavia riippumattomia satunnaisvektoreita, jotka kuvaavat kaikkien malliin sisältyvätkin muuttujien vaikutusta rahoitusvaateiden kysyntöihin, ja ϕ_i , ε_i sekä Λ_i kerroinmatriiseja. Tasapainossa liikakysyntää ei esiinny, eli $A_{1,t} + A_{2,t} = 0$. Tasapainoehdon avulla yhtälöt (5.6) voidaan ratkaista \bar{r}_t :n suhteen muotoon

$$(5.7) \quad \bar{r}_t = Z(\phi_1 + \varepsilon_1 Z^{-1})\bar{r}_{t-1} - (\phi_1 + \phi_2)^{-1}(\Lambda_1 + \Lambda_2)X_t \\ + Z(\Lambda_1 + \varepsilon_1(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^{-1}(\Lambda_1 + \Lambda_2))X_{t-1} - (\phi_1 + \phi_2)^{-1}(\varepsilon_{1t} + \varepsilon_{2t}) \\ + Z(I - \varepsilon_1(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^{-1})\varepsilon_{1t-1} - Z\varepsilon_1(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^{-1}\varepsilon_{2t-1}$$

jossa $Z = (\phi_1 + \phi_2)^{-1}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$. Tämä voidaan kirjoittaa kompaktisti VARMAX-esityksenä

$$(5.8) \quad (I - BL)\bar{r}_t = C_1(I + C_2L)X_t + (I - DL)u_t,$$

jossa L on viiveoperaattori. Yhtälö (5.8) on kirjoitettu odotetuille koroille, mutta jos aktuaaliset korot eroavat odotetuista koroista vain sarjallisesti korreloitumattoman satunnaisvektorin verran $r_t = \bar{r}_t + \omega_t$, on aktuaa-

listen korkojen prosessi täsmälleen sama kuin yhtälössä (5.8) (tosin eri parametreilla). Mikäli rahoitusmarkkinat toimivat yhtälön (5.6) mukaisesti, on yhtälön (5.8) prosessi korrekti tapa muodostaa korko-odotusmuuttuja myös yhden sektorin rahoitusvirtamallissa. Laskennallisesti helpompi ja käytännössä robusti menetelmä lienee instrumentoida tuotot niin monella viivästetyillä arvoillaan, että jäännöstermit ovat empiiristä valkoista kohinaa, ja ehkä lisäksi muutamalla keskeisellä eksogeenisellä muuttujalla.

5.2.2 Rahoitusvirtamallien dynamiikka ja autoregressiivinen estimointi

Dynaaminen spesifiointi on yksi ekonometrisen mallintamisen keskeisimpiä ja usein hankalimpia osia, ja rahoitusvirtamallien kaltaisissa singulaarisissa systeemeissä tämän puolen käsittely on erityisen ongelmallista. Aiemmin on osoitettu, että empiirisissä malleissa tyypillisesti käytetty osittainen sopeutuminen voidaan johtaa hyödynmaksimoinnista vain varsin rajoittavien oletusten vallitessa. Erilaisilla oletuksilla voidaan rationalisoida hyvin monenlaisia dynaamisia rakenteita. Tämä tekee mallien dynamiikan määrittelystä lähinnä empiirisen ongelman. Tässä osassa tarkastellaan rahoitusvirtamallien dynamiikan mallittamisessa esille tulevia ongelmia.

Yhden sektorin dynaamisen rahoitusvirtamallin on yleisessä muodossa

$$(5.9) \quad \phi(L)A_t = \Xi(L)X_t + v_t,$$

jossa A_t on $N \times 1$ vektori rahoitusvaateiden kysynnöistä, X_t $K \times 1$ vektori koroista ja muista selittävistä muuttujista, jotka on mahdollisesti instrumentoitu eksogeenisiksi, $\phi(L)$ ja $\Xi(L)$ viivepolynomeja astetta p ja q sekä v_t sarjallisesti riippumaton satunnaisvektori, jolle pätee $E v_t = 0$ ja $E(v_t v_t') = \Omega$, ja joka on korreloitumaton vektorin X kanssa.

Kaikki tässä työssä esitellyt mallit olettavat, että $\phi(L)$ on astetta yksi ja $\Xi(L)$ astetta nolla. Jos todellisuudessa $\phi(L)$ onkin astetta $p > 1$, on virheellisen oletuksen alaisena suoritettua estimoinnista tuloksena harhaiset estimaatit ja autokorreloitunut residuaalivektori. Seuraavassa tarkastellaan virheellisten oletusten vaikutusta estimaatteihin yhden yhtälön mallilla. Estimaattien ominaisuudet yhtälösystemillä (5.9) ovat analogiset, mutta tulosten laskeminen eksplisiittiseen muotoon huomattavasti työläämpää. Olkoon yhden yhtälön ja yhden eksogeenisen muuttujan tapauksessa datan generoiva dynaaminen prosessi muotoa

$$(5.10) \quad \phi(L)A = \gamma X_t + v_t,$$

jossa $\phi(L)$ on korkeampaa astetta kuin yksi ja eksogeenisestä muuttu-

jasta esiintyy yksinkertaisuuden vuoksi vain saman periodin arvo. Oletetaan, että mallin (5.10) generoimaan dataan sovitetaan virheellisesti osittaisen sopeutumisen mallia

$$(5.11) \quad (1-fL)A_t = bX_t + u_t.$$

Keskineliövirheen lauseke on

$$(5.12) \quad E(u_t)^2 = E[(1-fL)A_t - bX_t]^2 \\ = E\{(1-fL)[\alpha(L)\gamma X_t + \alpha(L)v_t] - bX_t\}^2 \\ = E\{[(\gamma-b) + \gamma(\alpha_1-f)L + \gamma(\alpha_2-f\alpha_1)L^2 + \dots]X_t \\ + [1 + (\alpha_1-f)L + (\alpha_2-f\alpha_1)L^2 + \dots]v_t\}^2,$$

jossa $\alpha(L) = 1 + \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + \dots = \phi^{-1}(L)$. Jos X_t on korreloitumaton v_t :n sekä oman historiansa kanssa, voidaan keskineliövirheeksi ratkaista

$$(5.13) \quad E(u_t)^2 = [(\gamma-b)^2 + \gamma^2(\alpha_1-f)^2 + \gamma^2(\alpha_2-f\alpha_1)^2 + \dots] \text{var}(X_t) \\ + [1 + (\alpha_1-f)^2 + (\alpha_2-f\alpha_1)^2 + (\alpha_3-f\alpha_2)^2 + \dots] \text{var}(v_t).$$

Yleisyyttä rajoittamatta X_t voidaan skaalata niin, että $\text{var}(X_t) = \text{var}(v_t)$. Pienimmän keskineliövirheen estimaattori saadaan minimoimalla (5.13) b :n ja f :n suhteen saadaan

$$(5.14) \quad b = \gamma \\ f = \frac{\alpha_1 + \alpha_1 \alpha_2 + \alpha_2 \alpha_3 + \dots}{1 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + \dots}.$$

Yhtälöstä (5.14) nähdään, että b on tässä tapauksessa γ :n harhaton estimaattori. Tämä tulos ei kuitenkaan päde, jos X_t on sarjallisesti korreloitunut. Viivästetyn riippuvan muuttujan kerroin on monimutkainen epälineaarinen funktio todellisen viivepolynomin parametreista ja mallin jäännöstermi noudattaa ARMA-prosessia

$$(5.15) \quad \phi(L)u_t = [1-fL-\phi(L)]\gamma X_t + (1-fL)v_t.$$

Rahoitusvirtamallin kaltaisissa yhtälösystemissä virheellisen spesifioinnin vaikutukset ovat samanlaiset kuin yhden yhtälön tapauksessa: kerroinestimaatit ovat harhaisia ja jäännöstermi noudattaa vektori-ARMA -prosessia. Kiinnostavaa on lisäksi tarkistaa, miten virheellinen spesifikaatio vaikuttaa muuttujan X_t kokonaisvaikutuksen estimaattiin. Oikeassa mallissa X_t :n kokonaisvaikutus on $\phi^{-1}(1)\gamma = \alpha(1)\gamma$. Virheellisessä mallissa puolestaan kokonaisvaikutuksen estimaatti on puolestaan

$$(5.16) \quad (1-f)^{-1}\gamma = \frac{1+\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \dots}{(1-\alpha_1)^2 + \alpha_1(\alpha_1-\alpha_2)^2 + \alpha_2(\alpha_2-\alpha_3)^2 + \dots} \quad \gamma \neq \alpha(1)\gamma,$$

joten pitkän aikavälin kerroin on väärin spesifioidussa mallissa harhainen vaikka muuttujan X_t lyhyen aikavälin kerroinestimaatti γ on harhaton. Rahoitusvirtamalleissa tämä tulos on erityisen tärkeä, sillä mikro-teoreettisten hypoteesien testaus kohdistuu nimenomaan pitkän aikavälin kertoiimiin. Näiden hypoteesien testaus on siis validilla pohjalla ainoastaan, kun mallin dynamiikka on oikein spesifioitu.

Tavallisiin yhtälösystemeihin verrattuna rahoitusvirtamallien autokorreloituneisuuden testauksessa ja autoregressiivisessä estimoinnissa aiheuttaa lisäongelmia yhtälösystemin singularisuus. Tarkastellaan yhtälön (5.9) erikoistapausta, jossa $\Xi(L) = \Xi(1-\theta L)$ ja $\phi(L) = (1-\phi L)(1-\theta L)$, eli polynomeilla $\Xi(L)$ ja $\phi(L)$ on yhteinen juuri θ .²⁴ Yhtälö voidaan kirjoittaa muotoon

²⁴Yleensä oletus yhteisestä juuresta on voimakas oletus. Yhteisistä juurista, niiden testauksesta sekä COMFAC -analyysistä, ks. Hendry - Richards, 1978.

$$(5.17) \quad (1-\phi L)A_t = \Xi X_t + u_t, \text{ jossa } (1-\theta L)u_t = v_t.$$

Kyseessä on siis osittaisen sopeutuksen malli sillä erotuksella, että virhetermi noudattaa ensimmäisen asteen vektoriautoregressiivista prosessia. Määritellään A_t $N \times 1$ vektoriksi eri rahoitusvaateiden portfolio-osuuksista, jolloin pätee

$$(5.18) \quad \mathbf{1}'A_t = 1,$$

jossa $\mathbf{1}$ on yksikkövektori. Selitettävien muuttujien summa on siis selittävien muuttujien (vakiotermin) lineaarikombinaatio, eli yhtälösystemi on singulaarinen ja eri yhtälöiden virhetermien summa on kullakin periodilla identtisesti nolla. Voidaan osoittaa (ks. Berndt ja Savin, 1975), että tällöin täytyy päteä

$$(5.19) \quad \mathbf{1}'\theta = k\mathbf{1}',$$

jossa k on skaalari. Kaikki autokorrelaatiomatriisin sarakkeet summautuvat siis samaan (ei-identifioituvaan) vakioon k . Tästä tuloksesta havaitaan, että rahoitusvirtamalleissa sarjallisen korrelaation mallittaminen kussakin yhtälössä erikseen AR(1) -prosessilla on validia vain siinä tapauksessa, että $\theta = Ik$, jossa I on yksikkömatriisi, eli kaikki yhtälöt noudattavat AR-prosessia samalla AR-kertoimella. Jos eri yhtälöille estimoitujen autokorrelaatiokertoimien arvot poikkeavat toisistaan on virhetermien sarjallinen prosessi yleisesti vektori-ARMA, ja käsiteltävässä tapauksessa ensimmäisen asteen vektori-AR.

Yhtälössä (5.17) matriisi θ ei identifioitu, sillä koska virhetermit summautuvat identtisesti nolleen, on jokainen niistä muiden lineaarikombinaatio, jolloin matriisi θu_{t-1} on astetta $N-1$. Sijoittamalla yhtälöön $u_t = \theta u_{t-1} + v_t$ identiteetti $u_{N,t-1} = \sum_{i=1}^{N-1} u_{i,t-1}$ ja järjestämällä uudelleen saadaan identifioituva muoto (Berndt - Savin, 1975)

$$(5.20) \begin{bmatrix} u_{1,t} \\ u_{2,t} \\ \vdots \\ u_{N,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{1,1} - \theta_{1,N} & \cdots & \theta_{1,N-1} - \theta_{1,N} \\ \theta_{2,1} - \theta_{2,N} & \cdots & \theta_{2,N-1} - \theta_{2,N} \\ \vdots & & \vdots \\ \theta_{N-1,1} - \theta_{N-1,N} & \cdots & \theta_{N-1,N-1} - \theta_{N-1,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1,t-1} \\ u_{2,t-1} \\ \vdots \\ u_{N-1,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1,t} \\ v_{2,t} \\ \vdots \\ v_{N,t} \end{bmatrix},$$

jossa $\theta_{i,j}$ viittaa matriisin θ elementteihin. Uusi kerroinmatriisi on identifioituva ja se sarakkeet summautuvat nolliin.

On selvää, että tyypilliset yhden yhtälön virhespesifikaation testaukseen käytetyt ekonometriset menetelmät, kuten Durbin-Watson ja myös Durbinin h ovat varsin heikkoja välineitä singulaaristen rahoitusvirtamallien yhteydessä. Sen lisäksi, että Durbin-Watson -testi on dynaamisessa mallissa harhainen, ovat myös sinänsä konsistentit LM-testi ja siihen perustuva Durbinin h -testi tässä yhteydessä tehottomia, sillä ne perustuvat yleisesti väärin spesifioituun vaihtoehtoiseen hypoteesiin. Korrekti vaihtoehtoinen hypoteesi on tällaisessa tapauksessa jäännöstermin vektori-AR tai -MA -prosessi. Tällaisen vaihtoehtoisesta hypoteesin testaus varsinaisella LM-testillä on työlästä, mutta se onnistuu melko vaivattomasti modifioidussa LM-kehikossa. Jos halutaan testata epälineaarista estimointia käyttämättä, poikkeako θ -matriisi nollasta yhtälössä (5.17), menetellään seuraavasti:

(i) Estimoidaan yhtälön (5.17) oletuksen $\theta=0$ alaisena, eli tavallisen osittaisen sopeutumisen mallina. Jätetään yksi yhtälö pois ja merkitään jäljelle jäävien yhtälöiden tästä regressiosta saatuja jäännöstermejä $(N-1) \times 1$ -vektorilla \hat{u}_t ja niiden kovarianssimatriisia $\hat{\Omega}$.

(ii) Suoritetaan uusi regressio, jossa selitettävänä muuttujana on edellisen regression jäännösvektori \hat{u}_t ja selittävinä muuttujina edellisen regression selittävät muuttujat sekä lisäksi viivästetty jäännösvektori \hat{u}_{t-1} . Merkitään tämän regression jäännösvektorin kovarianssimatriisia $\tilde{\Omega}$. Modifioitu LM-testi perustuu johonkin näiden kahden regression kovarianssimatriisin erotusta kuvaavaan

skaalariin. Vaihtoehtoisia muotoja ovat LR-muoto $\tau_1 = (T-k) \log(\det(\hat{\Omega} \tilde{\Omega}^{-1}))$ sekä Lawley-Hotelling -muoto (Spanos, 1986) $\tau_2 = (T-k) \text{tr}(\hat{\Omega} \tilde{\Omega}^{-1})$, jossa $\text{tr}()$ on argumenttina olevan matriisin jälki. Nämä molemmat testisuureet noudattavat nollahypoteesin alaisena asympotoottisesti χ^2 -jakaumaa vapausasteilla $(N-1)^2$. Kahden symptoottisen testin käyttäminen sisäkkäin voi pienissä otoksissa kuitenkin johtaa varsin harhaanjohtaviin tuloksiin. Sen tähden paras vaihtoehto lienee Hotellingin yleistettyyn T_0^2 -testiin (Mardia, Kent & Bibby, 1979), perustuva pienten otosten testisuure $n_1/n_2 * (\hat{\Omega} \tilde{\Omega}^{-1})$, jossa n_1 ja n_2 ovat varsinaisen regression ja apuregression vapausasteet. Tämän testin tarkat merkitsevyytasot on taulukoitu (ks. Davis, 1970).

Jos testit osoittavat, että vektori-AR(1) -prosessi on parempi kuvaus datalle, saadaan asympotoottisesti tehokkaat parametriestimaatit esim. Hatanakan (1974) kaksivaihe-estimaattorilla tai ekvivalentilla Gauss-Newton kaksivaihe-estimaattorilla. Gauss-Newton -kaksivaihe-estimaattoreissa ensimmäisessä vaiheessa estimoidaan parametrit millä tahansa konsistentillä estimointimenetelmällä. Toinen vaihe käsittää yhden Gauss-Newton -iteroinnin, joka tuottaa asympotoottisesti tehokkaan estimaattorin. Rahoitusvirtamalleissa tämä tapahtuu seuraavasti:

(i) Jätetään yhtälön (5.17) systeemistä yksi yhtälö pois ja estimoidaan se pns-menetelmällä (siis ilman autokorrelaatiokorjauksia) käyttäen A_{t-1} :n instrumenttina X_{t-1} :tä. Tämä tuottaa konsistentit estimaatit ϕ' ja Ξ' . Merkitään tämän regression jäännösvektoria \hat{u}_t . Regressiosta $\hat{u}_t = \theta' \hat{u}_{t-1} + v_t$ saadaan konsistentit estimaatit θ' ja Ω' AR-matriisille ja virhetermien kovarianssimatriisille.

(ii) Suoritetaan yksi Gauss-Newton iteraatio

$$\psi^* = \psi' + (\sum_t Z_t \hat{\Omega}^{-1} Z_t')^{-1} (\sum_t Z_t \hat{\Omega}^{-1} \hat{v}_t),$$

jossa $\psi' = [\text{vec}(\phi)' \text{vec}(\Xi)' \text{vec}(\theta)']'$ ja $Z_t = [(A_t' \otimes I) - (A_{t-1}' \otimes \theta) (X_t' \otimes I) - X_{t-1}' \otimes \theta] (\hat{u}_{t-1}' \otimes I)'$. Vektori ψ^* sisältää lopulliset, asympotoottisesti tehokkaat estimaatit (ks. tarkemmin liite luvun 6 lopussa).

Vaikka Gauss-Newton kaksivaihe-estimaattori on asympotoottisesti tehokas, on pienissä otoksissa kuitenkin usein suotavaa jatkaa iteroimista konvergenssiin saakka. Tällöin kohdasta (ii) saatavilla estimaateilla lasketaan uusi jäännöstermi, muodostetaan uudet Ω ja Z_t -matriisit ja suoritetaan uusi iteraatio. Näin jatketaan, kunnes systeemi konvergoi jollain ennalta valitulla kriteerillä.

On huomattava, että yhtälö (5.17) ei kaikissa tapauksissa identifioitu (Sargan, 1972). Tämä nähdään vähentämällä yhtälöstä puolittain θA_{t-1} :

$$(5.23) \quad A_t = (\phi + \theta)A_{t-1} - \theta\phi A_{t-2} + \epsilon X_t - \theta\epsilon X_{t-1} + v_t.$$

Jos mallissa ei olisi lainkaan eksogeenisiä muuttujia (ts. vektoria X), matriisien θ ja ϕ arvot voitaisiin vaihtaa keskenään ilman, että malli muuttuisi. Välttämätön ja riittävä ehto identifioituvuudelle on, että mallissa on vähintään yhtä monta eksogeenistä kuin endogeenistä muuttujaa.

Yhteenvedona tämän osan esityksestä voidaan sanoa, että useat tyypilliset ekonometrisen työn ongelmat ovat singulaarisissa rahoitusvirtamalleissa kertaluokkaa vaikeampia ja myös hankalampia käsitellä kuin yhden yhtälön ekonometrisessä työssä. On toisaalta ymmärrettävää, toisaalta valitettavaa, miten kuinka vähän vaivaa empiiristen mallien testaukseen on uhrattu. Estimointitulosten vertailu on degeneroitunut lähinnä tilastollisesti merkittävien t -arvojen laskemiseen. Mallin spesifikaatiota on tulkittu R^2 ja Durbin-Watson -testillä. Jos autokorrelaatiota on havaittu, se on yleensä sivuutettu maininnalla ennen siirtymistä spesifikaation testaukseen. Tilastollisen välineistön käytön puolesta tyydyttävästi rakennettua rahoitusvirtamallia on vaikea löytää.

5.3 Datan ongelmat

Vaikka dataan liittyvät ongelmat on sijoitettu tässä tarkastelussa viimeiseksi, ne eivät suinkaan ole ongelmista vähäpätöisin. Hienostuneimmatkaan ekonometriset menetelmät eivät auta pitkälle, jos data ei sisällä tarpeellista määrää informaatiota tai sisältää virheellistä informaatiota. Sen takia datan ongelmien pohdinta ansaitsee oman osan tässä esityksessä, vaikka näitä ongelmia on teoreettisten ja empiiristen ongelmien osalta jo sivuttu useaan otteeseen.

Ensinnäkin, edellisissä kappaleissa esitelty malli vaatii datalta paljon. Se on raskaasti parametrisoitu ja kärsii usein korkeasta multikollineaarisuudesta. Jotta estimaattorien asympotoottisia ominaisuuksia voidaan soveltaa, tarvitaan havaintoja varsin suuri määrä. Lisäksi, koska disaggregoidun rahoitusvirtamallin etu yksinkertaiseen IS/LM-kehikkoon verrattuna perustuu suurelta osin sen kykyyn (teoriassa) eritellä monenlaisia eri muuttujien vuorovaikutuksia, on yksittäisten parametriestimaattien tarkkuus usein yhtä tärkeä kuin mallin kyky ennustaa talouden suurempia trendejä. Kun korkea multikollineaarisuus kasvattaa parametriestimaattien varianssia, korostuu vaatimus datan pituudesta edelleen.

Koska riippuvuuksien aikahomogeenisuus edellyttää talouden rakenteelta riittävää vakautta havaintojen ajalta, ei vuosiaineiston käyttö yleensä tule kysymykseen. Varsinkin ulkomaiset tutkimukset ovatkin käyttäneet neljännesvuosiaineistoa. Kaikista aikasarjoista ei kuitenkaan ole saatavissa luotettavaa neljännesvuosiaineistoa, jolloin jo datan keruuvaiheessa joudutaan tekemään "oletuksia", joilla ei välttämättä ole paljoa tekemistä todellisuuden kanssa. Aikasarjoja on mm. jouduttu interpoloimaan vuosiaineistosta neljännesvuosiaineistoksi jollain mekaanisella menetelmällä. Lisäksi monien rahoitusvaateiden varannoista on saatavissa ainoastaan kirjanpitoarvoja, kun markkina-arvot olisivat suotavampia. Useista sarjoista taas ei ole suoria havaintoja lainkaan, vaan ne joudutaan laskemaan useiden (epätarkasti mitattujen) erien residuaalina. Jos on syytä epäillä datan luotettavuutta, ei pidä etsiä estimointia täydellistä selitystä.

Datan virheellisyyden lisäksi on ongelmana usein selittävien muuttujien vähäinen variointi. Tämä korostuu erityisesti luotonsääntelytaloude-

sa. Vaikka yleisen tasapainon malli kykenee teoriassa käsittelemään tilanteita, joissa joku taloudenpitäjä on poissa kysyntä- tai tarjontakäyrällään, sisältää säädelty aikasarja usein liian vähän variointia antaakseen järkevää pohjaa estimoinnille. Esimerkiksi Suomessa pankit olivat ilmeisesti luottojen tarjonnassa tarjontakäyrällään koko luotonsäännöstelyn ajan, mutta niiden luotontarjonnan korkoherkkyyden mittamista hankaloittaa säätelystä johtuva korkojen vähäinen variointi.

5.4 Lähestymistapoja operationaalisuuden parantamiseen

Kun data ei anna riittävästi informaatiota mallin estimoimiseksi, on joko luovuttava mallin estimoinnista tai käytettävä lisäinformaatiota estimaattien kehittämiseksi. Lisäinformaatiota voidaan periaatteessa saada monella tavalla: teoreettisista päätelmistä, poikkileikkaustutkimuksista, aiemmista aikasarjatutkimuksista eri datalla yms. Seuraavassa osassa esitellään muutamia tapoja käyttää a priori -informaatiota apuna parempien estimaattien saamiseksi.

5.4.1 Parametrijarjoitukset

Normaali tapa pienentää estimaattien varianssia ekonometrisissa malleissa on merkitä parametreja vakioksi eli yleensä nolllaksi. Helppoja vaihtoehtoja parametrijarjoitusten kohteeksi rahoitusvirtamallissa ovat esimerkiksi korkojen ristijoustit, joita voi joissain tapauksissa merkitä intuitiivisin perustein nollliksi. Toinen mahdollisuus on mikroteoriasta johdettu oletus korkojoustitomatriisiin symmetrisyydestä, joka vähentää riippumattomien parametrien määrää tuntuvasti. Jos taas uskotaan, että esimerkiksi rahan kysyntä sopeutuu niin nopeasti, että se on käytännössä jatkuvasti tasapainossa, voi sen osalta dynamiikan poistaa, eli merkitä sen oma sopeutumiskerroin ykköseksi ja ristisopeutumiskertoimet nollliksi.

Parametrijarjoitteista seuraa, etteivät sarakesummarajoitteet enää täyty pns-estimoinnissa automaattisesti. Koska konsistentin rahoitusvirtalähestymistavan perusajatuksiin kuuluu, että mitään yhtälöä ei saa jättää residuaaliyhtälöksi, täytyy estimointi suorittaa jollain systeemiestimaatto-

rilla. Yleensä lineaaristen rajoitteiden asettaminen yhtälösystemeille on rutiiniluontoinen toimi monissa tilasto-ohjelmissa. Singulaarisen systeemin ollessa kyseessä tehtävä ei kuitenkaan ole näin helppo. Systeemiestimointi vaatii virhetermien kovarianssimatriisin kääntämisen, joka tässä tapauksessa on singulaarinen eikä siis käännettävissä. Standardiestimointimenetelmät eivät toimi, joten joudutaan käyttämään epälineaarista estimointia (ks. esim. Amemiya, 1983 tai Owen, 1986, s. 66 - 67).

5.4.2 Bayesilainen estimointi

Yalen koulun edustama lähestymistapa ei hyväksy edellä esitetyn kaltaisia eksakteja parametrijarjoituksia keinona rahoitusvirtamallin estimaattien tarkkuuden kehittämiseen. Smith ja Brainard (1976) kirjoittavat:

"It is difficult to be comfortable with exact (or, even worse, exclusion) restrictions since they force one into the position of having to choose between acting as if one had either no knowledge or perfect knowledge." (Smith & Brainard, 1976, s. 1302).

Datan perusteella suoritettu pienen t-arvon omaavien parametrien poistaminen yksi kerrallaan johtaa Smithin ja Brainardin mukaan virheiden kumuloitumiseen. Heidän mielestään parametrien vähäistä tilastollista merkittävyyttä käytetään usein motivoimaan heikosti perusteltuja rajoituksia. Tämä johtuu Smithin ja Brainardin mukaan paljolti siitä, että liian paljon painotetaan estimaattien mitattavissa olevaa varianssin vähentämistä ja unohdetaan virheellisistä parametrijarjoituksista yleisesti seuraava estimaattien harhaisuus, joka ei ole mitattavissa. Lisäksi, vaikka monien aikasarjojen variointin vähäinen dimensionaalisuus (suurin osa variointia johtuu erilaisista trendeistä) tekee helpoksi löytää malli, joka selittää hyvin jotain historiallista periodia, se tekee samalla hyvin vähäiseksi tällaisesta datasta estimoidun mallin kyvyn ennustaa kehitystä jonain toisena periodina, jolloin trendien väliset korrelaatiot ovat toisenlaiset kuin estimointiperiodina. Smith ja Brainard tarjoavat vaihtoehdoksi bayesilaista lähestymistapaa.

Bayesilainen estimointi on formalisoitu tapa sisällyttää malliin eksplisiittisesti se a priori -informaatio, jota mallin rakentaja joka tapauk-

nessa implisiittisesti käyttäisi hyväkseen muokatessaan mallia "hyväksyttävään" muotoon.²⁵ Rahoitusvirtamallien kaltaisten systeemien estimointiin parhaiten soveltuva bayesilaisen lähestymistapa on Theilin ja Goldbergin "mixed estimation" -menetelmä. Koska luvussa 6 sovelletaan tätä lähestymistapaa, esitellään seuraavassa lyhyesti menetelmän periaatteet ja sen soveltamisessa rahoitusvirtamalleihin esiintyviä ongelmia. Olkoon rahoitusvirtamallin i :nnes yhtälö muotoa

$$(5.24) \quad A_i = Z \beta_i + u_i, \quad i=1, \dots, n,$$

jossa toisin kuin aikaisemmin, selittäviä muuttujia merkitään nyt Z :lla merkkinä siitä, että se sisältää muiden selittävien muuttujien lisäksi myös selitettävän muuttujan viivästetyt arvot, ja u_i on riippumaton normaalisti jakautunut satunnaismuuttuja. Aikaindeksit on jätetty yksinkertaisuuden vuoksi pois. Theilin ja Goldbergin menetelmässä a priori -informaatio parametrivektorin arvosta on muotoa

$$(5.25) \quad r_i = \beta_i + e_i, \quad i=1, \dots, n,$$

jossa e on normaalisti jakautunut satunnaisvektori. Yhtälöt (5.24) ja (5.25) voidaan esittää yhdessä

$$(5.26) \quad \begin{matrix} A \\ r \end{matrix} = \begin{matrix} I \otimes Z \\ I \end{matrix} \beta + \begin{matrix} u \\ e \end{matrix},$$

jossa $A = [A_1 \dots A_n]'$, $\beta = [\beta_1' \dots \beta_n']'$, $r = [r_1' \dots r_n']'$, $u = [u_1' \dots u_n']'$ sekä $d = [d_1' \dots d_n']'$. Merkitään lisäksi $E(uu') = \Omega$ ja $E(ee') = \Sigma$ ja oletetaan, että $E(ue') = 0$. Parametrivektorin GLS estimaatti $\hat{\beta}$ on

$$(5.27) \quad \hat{\beta} = [(\Omega^{-1} \otimes Z'Z) + \Sigma^{-1}]^{-1} [(\Omega^{-1} \otimes Z')A + \Sigma^{-1}r].$$

Rahoitusvirtamallia estimoidessa yhtälön (5.27) kovarianssimatriisit Ω ja Σ ovat singulaarisia, joten on joko käytettävä yleistettyä inverssiä tai poistettava systeemistä yksi yhtälö.

²⁵Smith ja Brainard ilmaisevat asian seuraavasti:
"We have tried to exploit ex ante the same information which gives rise to that almost inevitable disappointment one feels when confronted with a straightforward estimation of one's preferred structural model." (1976, s. 1299 - 1300).

Kuvatussa menetelmässä posteriorijakauman parametrit ovat estimoinnissa parametriestimaatti on painotettu keskiarvo jakauman pns-estimaatista ja priorijakaumasta. Painot määräytyvät pns-estimaatin residuaalivarianssin sekä parametrien a priori -kovarianssimatriisin perusteella. Priorivariansseilla ja -kovariansseilla tutkija määrää prioriestimaattinsa painon lopullisia estimaatteja laskettaessa sen mukaan, mikä on hänen subjektiivisen arvionsa varmuus.

Kuvatun menetelmän soveltaminen rahoitusvirtamalleihin ei käytännössä ole aivan ongelmatonta. Ensiksikin, kuten Smith (1978) toteaa, oletus priorijakauman normalisuudesta on tässä tapauksessa paremminkin laskutekninen välttämättömyys kuin hyvä kuvaus tutkijan todellisesta priorinäkemyksestä. Kun priorikäsitykset ovat yleensä vahvempia parametrin etumerkin kuin sen tarkan arvon suhteen, olisi joku vino jakauma tässä mielessä parempi.

Käytännössä bayesilaisen lähestymistavan soveltamisessa rahoitusvirtamalliin aiheutuu ongelmia priorikovarianssimatriisin spesifioimisesta. Tyypillisesti kovarianssimatriisit ovat hyvin suuria ja erityisen hankalaksi niiden konstruoimisen tekee singulaarisuus. Koska parametrivektoria β sitoo k lineaarista rajoitusta $(1' \otimes I)\beta = k$, jossa 1 on $n \times 1$ yksikkövektori, k $k \times 1$ vektori vakioista ja I sopivan kokoinen yksikkövektori, sitoo kovarianssimatriisia Σ rajoitus $(1' \otimes I)\Sigma(1 \otimes I) = 0$. Tällaisen rajoituksen huomioon ottaminen on käytännössä hankalaa.

Brainard ja Smith (1976) ja myöhemmin esim. Allen ja Connolly (1989) täyttivät rajoitteet tekemällä ns. vaihdettavuusoletuksen (exchangeability), jonka mukaan Σ^{-1} voidaan esittää muodossa $\Omega \otimes \Sigma_i^{-1}$, jossa Ω on yllä määritelty jäännöstermien kovarianssimatriisi. Tällöin yhtälön (5.27) estimointi supistuu yhden yhtälön regressioiksi, joissa jokaisessa on sama priorikovarianssimatriisi Σ_i . Brainardin ja Smithin spesifikaatiossa eri muuttujien kertoimien varianssien suhde on kaikissa yhtälöissä sama. Analogia klassisen systeemiestimoinnin parametriestimoinnin kovarianssimatriisiin on ilmeinen. Kuitenkin, vaikka klassisten systeemiestimaattorien parametrien kovarianssimatriiseilla on tämä ominaisuus, ei ole mitään syytä, miksi priorikovariansseilla tulisi olla sama ominaisuus. Tämä oletus estää esimerkiksi sellaisen intuitiivisesti mielekkään spesifioinnin, jossa rahoitusvaateiden omien korkojoustojen priorivarianssit ovat

pienemmät kuin ristijoustojen varianssit.

Smith (1978) luopuu vaihdettavuusoletuksesta, ja spesifioi systemaattista menetelmää käyttäen kovarianssimatriisin riippumattomalle osajoukolle parametreja. Näistä hän ratkaisee rajoitteita hyväksi käyttäen koko kovarianssimatriisin. Tässä menetelmässä on se heikko piirre, että niiden muuttujien kovarianssirakenne, joille kovariansseja ei eksplisiittisesti spesifioitu, saattaa helposti muodostua hyvin kummalliseksi. Tuntuu uskottavalta, että Smithin melko heikohkot empiiriset tulokset johtuvat ainakin osittain tästä.

Luvussa 6 estimoitavassa mallissa on kehitetty vaihdettavuusoletusta joustavampaan suuntaan. Kovarianssimatriisille Σ asetettavat rajoitteet täyttyvät, jos se voidaan esittää muodossa

$$(5.28) \quad \Sigma = \sum_i (B_i \Theta \Sigma_i),$$

jossa kukin Σ_i ja B_i ovat symmetrisiä matriiseja ja jokaisen matriisin B_i rivit ja sarakkeet summautuvat nolnaan. Matriisit B_i määrittelevät yhtälöiden väliset kovarianssit, kun taas yhtälöiden sisäiset kovarianssit riippuvat matriisien Σ_i muodosta. Kasvattamalla indeksiä i voidaan muotoilla miten monimuotoisia kovarianssimatriiseja hyvänsä. Luvussa 6 kuvataan, miten yhtälöä (5.28) sovellettiin käytännössä.

5.4.3 Mikrotason rajoitukset

Luvussa 2 nähtiin, että kysyntäfunktioiden mikroteoreettinen perustanojasi hyötyfunktioista tai korkojen jakaumista tehtävillä oletuksilla. Tekemällä lisää mikroteoreettisen tason oletuksia taloudenpitäjien portfoliokäyttäytymisestä voidaan teoreettista mallia yksinkertaistaa edelleen. Näin on tehty mm. London Business Schoolin -mallissa, jonka rahoituspuoli lienee tällä hetkellä laajan makromallin osana käytössä olevista rahoitusmarkkinamalleista ehkä lähinnä täydellistä ja konsistenttia Brainardin - Tobinin yleisen tasapainon mallia.

LBS-mallissa kysyntäfunktiot johdetaan maksimoimalla taloudenpitäjien kvadraattista tavoitefunktiota, joka on pääpiirteissään seuraavanlainen

$$(5.24) \quad U = (\bar{r}_t + c)' A_t - \frac{1}{2} \alpha A_t' \Omega A_t - \frac{1}{2} (A_t - A_{t-1})' D (A_t - A_{t-1}).$$

Yhtälön oikealla puolella viimeinen kuvaa luonnollisesti transaktiokustannuksia. Ensimmäisessä termissä \bar{r}_t on vektorirahoitusvaateiden odotetuista tuotoista ja c (estimoitava) vektori vakioista, jotka kuvaavat rahoitusvaateen hallussapidosta syntyvää suoraa hyötyä (esim. likviditeettipalveluita). Toisessa termissä vastaavasti Ω on summa kahdesta matriisista, joista ensimmäinen on tuottojen kovarianssimatriisi ja toinen kuvastaa kaikkea muuta rahoitusvaateen hallussapitämiseen liittyvää hyödyn vähenemistä. Parametri α on analoginen taloudenpitäjän absoluuttiselle riskiaversiolle. Maksimoimalla (5.24) rajoitteen ${}_1 a_t = W_t$ alaisena (ei siis oleteta riskitöntä rahoitusvaadetta) saadaan kysyntäfunktioiksi

$$(5.25) \quad A_t = B(\bar{r}_t + c) + dW_t + HA_{t-1},$$

$$\text{jossa} \quad \begin{aligned} B &= Q^{-1} - \mu d d' \\ d &= \mu^{-1} Q^{-1} {}_1 \\ H &= BD \end{aligned} \quad \text{joissa } Q = \alpha \Omega + D \text{ ja } \mu = {}_1' \Omega^{-1} {}_1.$$

Estimoitaessa LBS-mallissa oletetaan, että matriisit Ω ja D ovat diagonaalisia. Jos yhtälöiden määrä systeemissä on n , on estimoitavien parametrien määrä yhtälössä (5.25) ilman minkäänlaisia rajoituksia $(2n+1)(n-1)$. Kun otetaan huomioon hyödynmaksimointikehikon implikoimat symmetrisyys- ym. rajoitteet, vapaiden parametrien määrä vähenee $n(n+2)$:een ja lopulta diagonaalisuusrajoitusten seurauksena $3n-1$:een.

Koska yhtälön (5.25) estimoitavat parametrit ovat monimutkaisia funktioita alkuperäisistä parametreista, eivät rajoitteet näy niissä muuten kuin matriisien B ja H symmetrisyytenä. Loput rajoitteet ovat niin syvällä ja epälineaarisia, että niitä ei juuri havaitse. Tästä saattaa syntyä vaikutelma, ettei vapausasteiden lisääntymisestä maksettava hinta ole kovin suuri. Courakis (1988) arvostelee kuitenkin voimakkaasti LBS-mallin lähestymistapaa. Hän laskee LBS-mallin estimaattien implikoimat c -vektorin sekä Ω ja D -matriisit ja saa melko omituisia tuloksia. Courakis esittää lukuisia järjenvastaisia esimerkkejä, kuten että LBS-mallin estimaateista laskettuna riskistä ja likviditeetin vähenemisestä aiheutuva hyödyn

vähentäminen on käteistalletuksilla noin neljäkymmentä ja käteisrahalla kolmekymmentä kertaa suurempi kuin osakkeilla ja vastaavasti kaksikymmentä ja viisitoista kertaa suurempi kuin ulkomaisilla sijoituksilla.

Vähemmän rajoittavien oletusten vallitessa estimoitujen mallien hyötyteoreettiset impikaatiot olisivat tuskin vähemmän kummallisia. Courakiksen tulokset LBS-mallin estimaateilla antavat kuitenkin hyödyllisen esimerkin siitä, miten mallin kytkeminen mikroteoriaan saattaa joskus olla epämiellyttävällä tavalla valaisevaa. Sen lisäksi, että mallin tulosten tulkinta helpottuu, se antaa samalla epäformaalin tavan arvioida kuinka paljon informaatiota talousteorian tarjoama informaatio on malliin todella tarjonnut.

5.4.4 Simultaaniyhtälötulkinta

Rahoitusvirtamallin käsittely simultaaniyhtälönä tarjoaa erään välineen pienentää rahoitusvirtamallin estimoitavien parametrien määrää. Lähestymistapana sen voi luokitella jonnekin mikrotason teoreettisten rajoitusten ja osan 5.2.1 suorien parametrirajoitusten välille: tehtäville oletuksille ei ole vahvaa pohjaa portfoliovalinnan mikroteoriassa, mutta ne ovat intuitiivisesti paremmin perusteltavissa kuin suorat parametrirajoitukset redusoiutuun muotoon.

Tyypillinen rahoitusvirtamalli matriisimuotoon kirjoitettuna on:

$$(5.26) \quad A_t = \phi A_{t-1} + \Xi X_t + v_t.$$

Yhtälössä X_t on $n \times 1$ vektori eksogeenisistä muuttujista), ϕ sekä Ξ $n \times n$ ja $n \times k$ parametrimatriiseja sekä v_t $n \times 1$ ei-autokorreloitu normaalin satunnaisvektori, jolle pätee $E(v_t) = 0$ $E(v_t v_t') = \Omega$ ja $1'v = 0$. Tällöin on kyseessä SURE-systeemi, jonka voi estimoida käyttäen tavallista pns-estimaattoria kuhunkin yhtälöön erikseen, jos kaikissa yhtälöissä on samat selittävät muuttujat (esim. Theil, 1971, s. 309 - 310). Näin saadut parametriestimaatit täyttävät automaattisesti rahoitusvirtamallin identiteettien edellyttämät sarakesummarajoitteet.

Jos yhtälön (5.26) parametriestimaattien varianssia halutaan pienentää tekeillä matriiseihin ϕ ja Ξ rajoituksia, eivät sarakesummarajoitteet enää täyty pns-estimoinnissa itsestään. Lisäksi, koska yhden parametriestimaatin rajoittaminen vaikuttaa kaikkiin systeemin parametriestimaatteihin, ei yksittäisistä t -arvoista voi päätellä parametrirajoitusten validiteettia, vaan rajoitukset on testattava suhteessa koko systeemiin. Systeemin käsittely simultaaniyhtälönä antaa mahdollisuuden muokata systeemiä joustavammin. Yleisimmillään $N:n$ selitettävän muuttujan simultaaniyhtälö voidaan kirjoittaa

$$(5.27) \quad \Gamma A_t = \Pi A_{t-1} + \Psi X_t + u_t,$$

jossa Γ on $N \times N$ parametrimatriisi. Yhtälö (5.27) voidaan palauttaa redusoiutuun muotoon:

$$(5.28) \quad A_t = \Gamma^{-1} \Pi A_{t-1} + \Gamma^{-1} \Psi X_t + \Gamma^{-1} u_t \\ = \Phi A_{t-1} + \Xi X_t + v_t.$$

eli $\Phi = \Gamma^{-1} \Pi$ ja satunnaisvektorille $u_t = \Gamma v_t$ pätee $E(u_t) = 0$ ja $E(u_t u_t') = \Gamma \Omega \Gamma'$. Kun redusoidussa muodossa estimoitavien parametrien määrä on $n(n+k)$, on rakenteellisessa muodossa parametreja $n(n+k) + n^2$, joten rakenteellisen muodon parametrimatriisit Γ, Π ja Ψ eivät identifioitu. Identifioituvuus vaatii, että näihin matriiseihin tai kovarianssimatriisiin $\Gamma \Omega \Gamma'$ tehdään vähintään n^2 rajoitusta. Käytännössä rajoitukset tarkoittavat systeemin standardoimista merkitsemällä $\Gamma:n$ diagonaalielementit ykkösiksi ja riittävä määrä muita parametreja merkitsemistä nolliksi.

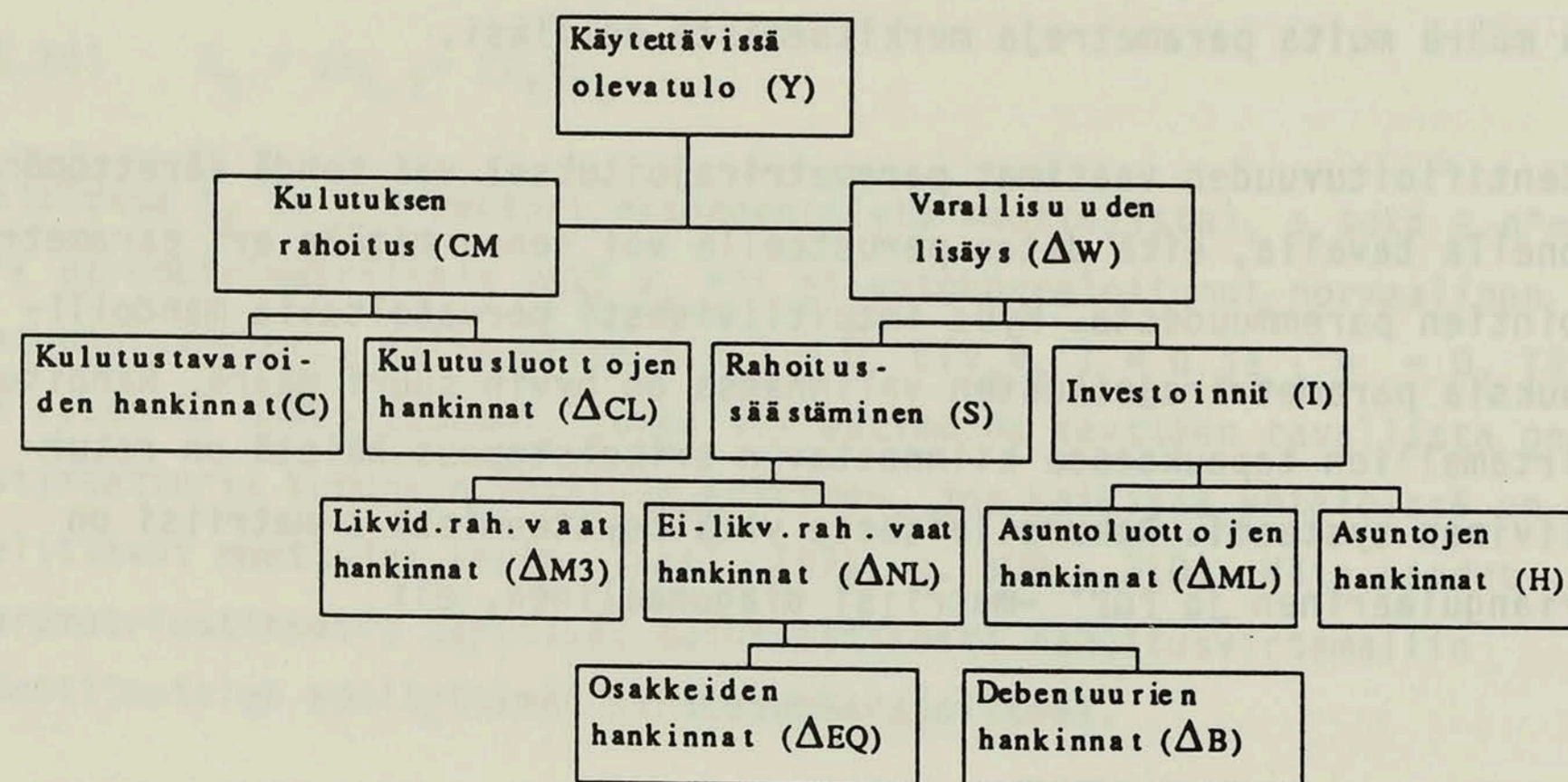
Identifioituvuuden vaatimat parametrirajoitukset voi tehdä äärettömän monella tavalla, eikä datan perusteella voi sanoa mitään eri parametrisointien paremmuudesta. Myös intuitiivisesti perusteltavia mahdollisuuksia parametrirajoitusten valinnassa on hyvin suuri määrä. Rahoitusvirtamallien tapauksessa kiinnostavin erikoistapaus näistä on rekursiivinen systeemi. Rekursiivisessa yhtälösystemissä Γ -matriisi on triangulaarinen ja $\Gamma \Omega \Gamma'$ -matriisi diagonaalinen, eli

$$(5.29) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots 0 & 0 \\ \gamma_{2,1} & 1 & 0 & \dots 0 & 0 \\ \gamma_{3,1} & \gamma_{3,2} & 1 & \dots 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{n-1,1} & \gamma_{n-1,2} & \gamma_{n-1,3} & \dots 1 & 0 \\ \gamma_{n,1} & \gamma_{n,2} & \gamma_{n,3} & \dots \gamma_{n,n1} & 1 \end{bmatrix} A_t = \Pi A_{t-1} + \Psi X_t + u_t$$

ja $E(u u') = \text{diag}[\sigma_1^2 \sigma_2^2 \dots \sigma_n^2]$. Tässä tapauksessa simultaaniryhmän ML-estimaatti on sama kuin pns-estimaatti sovellettuina kuhunkin yhtälöön erikseen.

Rekursiivisen systeemin sovittamiselle taloudenpitäjän allokointiongelmaan löytyy luonteva tulkinta. Yalen lähestymistapaa edustavissa malleissa, joissa estimointi suoritettiin redusoidussa muodossa, ajatellaan, että taloudenpitäjä allokoii tulonsa (tai varallisuutensa) samalla kertaa kaikkien kulutustavaroiden ja rahoitusvaateiden kesken. Päätöksenteko tapahtuu yhdessä hetkessä ja kaikki hankinnat vaikuttavat toisiinsa. Rekursiivisessa systeemissä päätöksenteko on hierarkista, ja tulojen tai varallisuuden allokointi on sarja toisiaan seuraavia päätöksiä.

Kuviossa 5.2 on kuvattu eräs rekursiivinen päätöksentekoprosessi. Siinä taloudenpitäjä allokoii tulonsa ensin kulutuksen rahoituksen ja varallisuus-



Kuvio 5.2

den lisäyksen välillä. Kulutuksen rahoituksen määrä on budjettirajoitteena, kun taloudenpitäjä päättää kulutustavaroiden lopullisen hankitun määrän ja sen rahoittamiseen tarvittavien kulutusluottojen määrän. Varallisuuden lisäyksen hän jakaa rahoitussäästämisen ja investointien kesken ja säästäminen puolestaan allokoituu joko likvidien tai ei-likvidien rahoitusvaateiden hankintaan. Näin taloudenpitäjän päätöksentekoprosessi etenee, kunnes hän päätyy yksittäisten kulutustavaroiden tai varallisuusosien hankintoihin. Kuviossa 5.2 kuvattu hierarkkinen päätöksenteko voi simultaaniryhmäksi muokattuna näyttää esimerkiksi seuraavalta:

$$(5.30) \begin{bmatrix} \tau_{1,1} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tau_{2,1} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tau_{3,2} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tau_{4,2} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tau_{5,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tau_{6,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tau_{7,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tau_{8,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tau_{9,5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \tau_{10,5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \tau_{11,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \tau_{12,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ \Delta W \\ \Delta CM \\ S \\ I \\ \Delta C \\ \Delta CL \\ \Delta M3 \\ \Delta NL \\ \Delta ML \\ H \\ \Delta EQ \\ \Delta B \end{bmatrix} = \Phi A_{t-1} + \Psi X_t + u_t$$

jossa Φ ja Ψ -matriiseihin on tehty identifioituvuuden kannalta välttämättömät rajoitukset. Γ -matriisin diagonaalin alla olevaan osaan on merkitty ainoastaan välttämättömät parametrit, eli ne, jotka ovat kussakin yhtälössä budjettirajoitteena. Diagonaalin yläpuolella kaikki elementit sekä eräät elementit diagonaalin alapuolella ovat nollija, mikä tarkoittaa, että tietyllä hierarkiatasolla tehdyillä kysyntäpäätöksillä ei ole vaikutusta muihin saman tai aiemman hierarkiataason päätöksiin.

Rekursiivisen mallin olennainen ero redusoidun muodon rahoitusvirtamalleihin verrattuna on, että kun jäkimmäisissä budjettirajoite sitoo kaikkia yhtälöitä ja koko yhtälösystemi muodostaa singulaarisen systeemin, on

yhtälön (5.30) rekursiivisessa mallissa kukin saman budjettirajoitteen sitoma yhtälöpari singulaarinen kokonaisuus. Jokaiselle yhtälöparille voi tässä tapauksessa valita muista riippumatta parhaimman sopivuuden takaavat selittävät muuttujat.

Kuvion 5.2 ja yhtälön (5.30) esimerkissä kukin rekursiivisen prosessin allokaatiopäätös tapahtui vain kahden kohteen välillä. Tämä ei tietenkään ole yleinen tilanne, mutta estimoinnin kannalta se on helpoin tapaus. Tällöin ne selittävät muuttujat ja funktiomuodot, jotka antavat parhaan sopivuuden toiselle parin selitettävistä muuttujista, antavat (niiden lineaarisen riippuvuuden tähden) parhaan sopivuuden myös toiselle. Myös parametrien summarajoitteet pysyvät automaattisesti voimassa. Jos joku allokaatiopäätös sen sijaan tapahtuu useamman kuin kahden kohteen välillä, törmätään (vaikkakin pienemmässä mittakaavassa) yhtälöiden muotoilussa samanlaisiin ongelmiin kuin redusoidun muodon malleissa. Jos päätöksentekoprosessi on todella aidosti rekursiivinen niin, että eri päätöksentekotasolla tapahtuva satunnaisvaihtelu ei korreloi keskenään ($\Gamma\Omega\Gamma$ -matriisi on diagonaalinen), voi estimoinnin suorittaa yhtälö kerrallaan pns-menetelmällä. Käytännössä tästä ei yleensä ole tietoa, jolloin hierarkinen malli on edelleen käyttökelpoinen, mutta estimointi täytyy suorittaa kolmivaiheisella pns-menetelmällä tai FIML-menetelmällä.

Kuten todettiin, portfolioteoria ei tarjoa rahoitusvirtamallin hierarkiselle muodolle mikroteoreettista pohjaa. Sen sijaan kysyntäteorian puolella hierarkinen systeemi voidaan johtaa separoituvasta hyötyfunktioista. Rahoitusvaateiden tapauksessa separoituvuuden intuitiivinen perustelu on kuitenkin huomattavasti hankalampaa kuin hyödykkeiden tapauksessa. Niinpä rahoitusvirtamallin hierarkista rakennetta voi perustella paremmin estimoinnin helpottumisella kuin uskottavalla mikroteoreettisella perusteella. Se on eräs tapa parantaa estimoinnin tehokkuutta ja saattaa helpottaa dataan sisältyvien riippuvuuksien ja niihin liittyvien tulkintojen löytämistä. Mahdollisuus valita eri yhtälöiden funktiomuodot ja selittävät muuttujat muista riippumatta ei kuitenkaan ole välttämättä pelkästään hyvä asia. Yaleläisen rahoitusvirtamallin joustamaton kehikko estää tehokkaasti yritykset kalastella datasta riippuvuuksia, joita siinä ei ole. Hierarkinen malli puolestaan helpottaa datasta kalastelua huomattavasti.

6. EMPIIRINEN MALLI KOTITALOUKSIEN PORTFOLIOVALINNALLE

Tässä luvussa sovelletaan edellisten lukujen analyysia empiirisessä rahoitusvirtamallissa Suomen kotitalouksien portfoliovalinnalle. Tällaisessa työssä törmätään ensimmäiseksi siihen tosiasiaan, että rahoitusmarkkinoiden tilastointi on Suomessa monilta osin vielä lapsenkengissä. Lisäksi, kuten aikaisemmin on todettu, rahoitusmarkkinoilla viime vuosina tapahtuneet ja myös kotitaloussektorin asemaan rahoitusmarkkinoilla voimakkaasti vaikuttaneet muutokset tekevät tämänkaltaisen aikasarja-analyysin varsin hankalaksi. Nimenomaan viime vuosikymmenen aikana tapahtunut rahoitusmarkkinoiden nopea vapautuminen säännöstelystä vaikuttaa luultavasti tuloksiin. Aineiston heikkouksien ja rahoitusmarkkinoiden kehittymättömyyden tähden tavoitetasoa ei voi asettaa kovin korkealle. Vaikka tämän luvun empiirisistä tuloksista pyritäänkin, sikäli kuin se on mahdollista, löytämään positiivisia tuloksia myös kotitaloussektorin käyttäytymisestä, on painopiste silti vähintään yhtä paljon aiemman analyysin havainnollistamisessa kuin kunnianhimoisen ennustemallin konstruomisessa.

6.1 Aineisto

Empiirisen mallin kohde on rajattu käsittämään kotitalouksien rahoitusvarallisuuden allokaation. Rahoitusvaadeluokiksi valittiin käyttö-, säästö- ja karttavat talletustilit (dep), määräaikaistalletukset (tdep), joukkovelkakirjalainat (bond) sekä pörssiosakkeet (eq). Näistä luokista kahdesta ensin mainitusta on olemassa varsin tarkkaa neljännesvuosiaineistoa (pankkien kuukausitaseet). Kotitalouksien hallussa olevista joukkovelkakirjalainoista ei kerätä suoraa aikasarja-aineistoa, mutta tällekin erälle on konstruotavissa kohtuullisen uskottava approksimaatio. Tämä tehtiin vähentämällä liikkeellä olevien markkamääräisten joukkovelkakirjalainojen kannasta (joukkovelkakirjatilasto) pankkien ja kiinnitysluottolaitosten (pankkien kuukausitaseet), Suomen Pankin (Suomen Pankin kuukausitase), vakuutuslaitosten sekä muiden rahoituslaitosten (rahoitusvirtatilasto), kuntien ja valtion (rahoitusvirtatilasto) sekä ulkomaalaisien (maksutasetilasto) hallussa olevat markkamääräiset joukkovelkakirjalainat. Tuloksena saatava erä on tarkkaan ottaen yksityisen sektorin

joukkovelkakirjalainat, mutta koska muiden yritysten kuin rahoituslaitosten hallussa on hyvin vähän joukkovelkakirjalainoja (ks. esimerkiksi yritystilaston yritysten taseet). Kuten aina residuaalina laskettavalla erällä, on kotitalouksien hallussa oleviksi joukkovelkakirjalainoiksi laskettu aikasarja altis varsin suurelle tilastovirheelle. Ei kuitenkaan ole syytä uskoa, että tämä virhe olisi systemaattinen. Toinen, mahdollisesti systemaattinen virhelähde on se, että arvio oli pakko perustaa joukkovelkakirjalainojen kirjanpitoarvoihin, jotka tyypillisesti eroavat markkina-arvoista. Tämän ongelman ratkaisu ei tämän työn yhteydessä ollut mahdollinen.

Suurimpia ongelmia tuottaa luonnollisesti kotitalouksien hallussa olevat pörssiosakkeet. Ilmeisesti paras informaatio tästä erästä tulee Kansallis-Osake-Pankin vuosittaisesta sijoitustutkimuksesta, joka selvittää pörssiyritysten omistuspohjan jakauman omistajaryhmittäin. Neljännesvuositason aineistoa ei Suomessa tietävästi kerätä. Koska vuositason aineisto ei tarjoaisi tarpeeksi havaintoja rahoitusvirtamallin estimointiin, oli neljännesvuosiaikasarjan konstruomiseksi oletettava, että vuosittaiset muutokset pörssiyritysten omistuspohjassa jakautuivat kunakin vuonna tasaisesti eri vuosineljänneksille. Periaatteessa rahoitusvirtamalliksi voidaan kutsua kolmen rahoitusvaateen allokaatiomallia (kaksi riippumattomaa yhtälöä), joten osakkeiden hankinnat olisi voinut jättää pois mallista. Kuitenkin, koska rahoitusvirtalähestymistavan henkeen kuuluu mahdollisimman laajan vaadejoukon mallittaminen, päätettiin osakehankinnat datan puutteista huolimatta sisällyttää malliin.

Eksogeenisina muuttujina malleissa käytettiin eri rahoitusvaateiden reaalkorkoja. Käyttelytilien nimelliskoroksi oletettiin nolla, joten reaalkoroksi tuli inflaatio negatiivisena (-inf). Määräaikaistalletusten korkona käytettiin 24 kuukauden verottomien talletusten reaalkorkoa. Joukkovelkakirjalainojen korko puolestaan oli valtion verottomien obligaatioiden efektiivinen reaalkorko. Osakkeiden tuottojen laskeminen aiheutti jälleen ongelmia. Käytettävien tuottojen pitäisi olla verojen jälkeisiä odotettuja reaalityottoja, mutta verojen erillinen huomioon ottaminen toisaalta osinkojen ja toisaalta pääomavoittojen osalta on varsin hankalaa ja tällaisen mittarin konstruointi nojaisi välttämättä keinotekoisiksi oletuksiksi. Niinpä osakkeiden tuottona jouduttiin käyttämään reaalityottoa ennen vero-

ja (= efektiivinen osinkotuotto+pääomavoitot-inflaatio). Aineisto sisälsi edellä mainituista muuttujista neljännesvuosiaikasarjat jaksolle 1978/4 - 1989/3. Estimointiperiodi sisälsi siis 44 havaintoa. Kuten todettiin, tuloksiin vaikuttaa rahoitusmarkkinoiden nopea rakenteellinen muutos. Estimointiperiodin alku oli luotonsäännöstelyn aikaa, kun taas lopussa rahoitusmarkkinat olivat jo melko vapaat säännöstelystä.

6.2 Empiirinen rahoitusvirtamalli

Kuten luvussa 3 esitellyt mallit, myös tässä luvussa esitettävät mallit rakentuvat vain löyhästi mikroteorialle. Esimmäinen esitettävä malli on tyypillinen osittaisen sopeutumisen rahoitusvirtamalli muotoa

$$(6.1) \quad \frac{\Delta A_t}{W_t} = B r_t + C (P_t P_{t-1}^{-1}) \frac{A_{t-1}}{W_t} + u_t,$$

jossa $A_t = [\text{dep}_t \text{tdep}_t \text{bond}_t \text{eq}_t]'$ on vektori rahoitusvaateiden omistuksesta, $W_t = {}_1'A_t$ on rahoitusvarallisuus, $r_t = [-\text{inf}_t \text{rtd}_t \text{rbond}_t \text{req}_t]'$ rahoitusvaateiden reaalkorot, B ja C ovat parametrimatriiseja ja u_t vektori virhetermeistä. Erona aikaisempaan spesifiointiin on matriisi $P_t P_{t-1}^{-1}$, joka kuvastaa rahoitusvaateiden arvon muutoksia. Tässä tapauksessa osakkeita lukuunottamatta kaikki vaateet ovat nimellisarvoisia, joten matriisi P_t on diagonaalinen matriisi, jonka diagonaali-elementit ovat ykkösiä, paitsi osakkeita vastaava elementti, jossa on pörssiosakkeiden Unitas-hintaindeksi. Tällä tavoin on otettu huomioon se, että pääomavoitoista syntyvästä portfolio-osuuksien muutoksista ei synny transaktiokustannuksia. Vastaavasti vektorin ΔA_t osakehankintoja vastaava elementti sisältää ainoastaan pörssiosakkeiden uushankinnat, eli kannan muutoksesta on vähennetty pääomavoitot.

Yhtälössä (6.1) näkyvien muuttujien lisäksi esitettävässä yhtälössä oli neljä kausidummyä sekä kaksi impulssidummyä. Toinen impulssidummy tarvittiin ottamaan huomioon vuoden 1988 viimeisellä neljänneksellä tapahtunut, verolainsäädännössä tapahtuviin muutoksiin liittyvä määräaikaistalletustilien räjähdysmäinen kasvu. Lisäksi vuoden 1987 lopulla on kotitalouksien

	Selitettävät muuttujat				
	$\Delta dep/W$	$\Delta tdep/W$	$\Delta bond/W$	$\Delta eq/W$	
-inf	0.261 (1.493)	-0.304 (2.951)	0.223 (1.512)	-0.180 (3.024)	
rtd	-0.484 (2.368)	0.331 (2.746)	0.089 (0.515)	0.064 (0.917)	
rbond	0.145 (0.448)	0.007 (0.037)	-0.286 (1.049)	0.134 (1.223)	
req	-0.015 (1.124)	-0.005 (0.620)	0.017 (1.509)	0.003 (0.630)	
dep(-1)/W	-0.340 (3.932)	-0.111 (2.170)	-0.527 (7.200)	-0.022 (0.753)	
tdep(-1)/W	-0.348 (3.534)	-0.157 (2.700)	-0.329 (3.958)	-0.166 (4.967)	
bond(-1)/W	-0.395 (3.505)	0.006 (0.010)	-0.738 (7.745)	0.127 (3.313)	
eq(-1)/W	-0.373 (3.689)	-0.138 (2.316)	-0.507 (5.934)	0.017 (0.499)	
D87/4	-0.011 (1.754)	-0.013 (3.628)	0.028 (5.372)	-0.040 (1.894)	
D88/4	-0.063 (7.093)	0.087 (16.728)	-0.024 (3.234)	-0.000 (0.140)	
sse	0.0053	0.0031	0.0044	0.0018	
R ²	0.807	0.964	0.797	0.783	
DW	2.414	1.850	2.712	1.248	
Q(18)	18.7	13.5	38.0	30.8	
	$\tau_1=38.7$	$\tau_2=27.5$	$T_0^2=3.63$	$\alpha_3=8.20$	$\alpha_4=1.40$

Taulu 6.1. $Q(18)$ on Ljung-Box -testi 18:n asteen autokorrelaatiolle yksittäisissä jäännöstermeissä ja sen asymptoottinen jakauma on $\chi^2(18)$. τ_1 on LR-testisuure, τ_2 Lawley-Hotelling-testi (kts. Spanos, 1986) ja T_0^2 Hotellingin yleistetty T_1^2 , jotka kaikki mittaavat jäännöstermien ensimmäisen asteen vektoriautokorrelaatiota LM-apuregressiossa (kts. luku 5). Kahden ensimmäisen asymptoottinen jakauma on $\chi^2(9)$ ja eksaktin T_0^2 -testin 5%:n kriittinen arvo on 5.2. α_3 ja α_4 testaavat jäännösvektorin jakauman normalisuutta; α_3 sen vinoutta jakaumalla $\chi^2(10)$ ja α_4 huipukkuutta jakaumalla $\chi^2(1)$.

joukkovelkakirjalainojen hankinnoissa voimakas piikki, jonka selittäminen on hankalampaa. Mahdollisia selityksiä ovat vuoden lopun tapahtumat pörssissä, tieto valtion verottomien obligaatioiden emittoinnin lakkauttamisesta sekä yksinkertaisesti muista sektoreista kumuloitunut tilastovirhe.

Yhtälön (6.1) rahoitusvirtamalli on siis tyypillinen rahoitusvirtamalli, jossa dynamiikka on mallitettu osittaisella sopeutumisella. Koroista mallissa käytettiin toteutuneita arvoja. Tuottojen instrumentointia kokeiltiin, mutta koska seuraukset parametriestimaattien arvoihin olivat vähäiset ja parametriestimaattien keskivirheet kasvoivat huomattavasti, luovuttiin instrumentoinnista sen teoreettisesta suotavuudesta huolimatta. A priori -symmetriarajoitteita ei estimoitaessa asetettu.

Estimointitulokset on esitetty taulussa 6.1. Parametriestimaattien alla on estimaattien asymptoottiset t-arvot.²⁶ Tuloksia voidaan pitää jokseenkin odotetunlaisina, joskin yhtälöiden (vapausasteilla korjatut) selityksasteet ovat hieman korkeammat kuin voisi odottaa. Suurin ongelma taulun 6.1 yhtälöissä ovat viivästettyjen endogeenisten muuttujien kolme "väärän" merkistä parametria, jotka tekevät sopeutumismatriisista epästabiliin. Tämä epästabiilius tekee korkojenkin kertoimien tulkinnan hankalaksi, sillä teoreettisesti kiinnostavan pitkän aikavälin tasapainon laskeminen ei onnistu. Mallilla on tosin epästabili tasapainotila $\bar{A}/W = (-C)^{-1}B\bar{r}$, mutta hypoteesien (esim. symmetrisyyden) testaaminen epästabiilissa tasapainossa ei tunnu mielekkäältä.

Lyhyen aikavälin korkokertoimista puolessa eli kahdeksassa parametriestimaatin etumerkki eroaa odotetusta.²⁷ Kuitenkin kaikki neljä merkitsevästi

²⁶Asymptoottisten t-arvojen laskemiseen on käytetty yhden yhtälön malleille analogisesti kovarianssimatriisin harhatonta estimaattoria $\Omega = \sum u'u/(T-k)$, eikä ML-estimaattoria $\Omega = \sum u'u/T$, kuten yleensä systeemiestimoinnissa. Tämä on mahdollista, koska kaikissa systeemin yhtälöissä on samat selittävät muuttujat. Pienissä otoksissa tällä on suuri merkitys: normaalilla tavalla laskettuna t-arvot olisivat 1.22 kertaa suurempia.

²⁷On huomattava, että mikroteoria ei sinänsä kerro mitään muiden kuin diagonaalielementtien etumerkeistä. Se, että korkojen kerroinmatriisi luvun 2 mukaan on proportionaalinen korkojen kovarianssimatriisin inverssille, sanoo ainoastaan, että kerroinmatriisi on positiivisesti definiitti, jolloin diagonaalielementit ovat positiivisia. Muut elementit voivat olla positiivisia tai negatiivisia.

nollasta poikkeavaa korkokerrointa on oikean merkkisiä. Korkojen kertoimista on ehkä kiinnostavinta todeta tulos, jonka mukaan aikatalletusten koron nousu aiheuttaa selvää varojen siirtämistä käyttelytileiltä määräaikaistalletuksiin.

Sen lisäksi, että sopeutumiskerroinmatriisi on epästabiili, monet sen oikean merkkisistä parametreista eivät tunnu intuitiivisesti uskottavilta. Estimaattien mukaan käyttelytilien epätasapainosta sopeutettaisiin kunkin neljännesvuoden aikana vain noin kolmannes, kun vastaava osuus joukkovelkakirjalainoilla olisi noin 74 prosenttia.

Taulussa 6.1 on testattu virhespesifikaatiota normaalien Durbin-Watson ja Box-Pierce -testien lisäksi myös virhetermien vektori AR(1) tai MA(1) testiä vastaan. Tämä tehtiin edellisessä luvussa esitellyllä tavalla regressoimalla yhtälön jäännösvektoria kaikilla selittävillä muuttujilla sekä lisäksi viivästetyillä jäännöstermeillä.²⁸ Viivästettyjen jäännöstermien merkitsevyyttä tässä regressiossa testattiin eri tavoin ja kaksi kolmesta testistä löysi merkitsevästi autokorreloituneisuutta jäännösvektorista. Testit siis viittaavat puutteisiin dynaamisessa spesifioinnissa. Jotta nähtäisiin, johtuvatko väärän merkkiset parametriestimaatit ja systeemin epästabiilius virheellisestä dynaamisesta spesifioinnista, mallin dynamiikka spesifioitiin uudelleen.

Parhaaksi dynaamiseksi spesifikaatioksi osoittautui yhtälön (6.1) malli jäännöstermi mallitettuna rajoitetulla VARMA(1,1)-prosessilla.

$$(6.2a) \quad \frac{\Delta A_t}{W_t} = B r_t + C (P_t P_{t-1}^{-1}) \frac{A_{t-1}}{W_t} + u_t \quad , \text{ jossa}$$

$$(6.2b) \quad u_t = \frac{(I + \theta L)}{(I - \phi L)} \varepsilon_t = \phi u_{t-1} + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1}$$

ja edelleen $\phi_1 = \theta_1 = 0$, eli summarajoitteet sitovat myös aikasarja-prosessin parametreja. Yhtälön (6.2b) aikasarjamallissa AR-osan parametri-

²⁸Itse asiassa regressioon lisättiin ainoastaan kolme jäännöstermiä sillä neljäs on niiden lineaarikombinaatio, ks. luku 5.

	Selitettävät muuttujat			
	$\Delta dep/W$	$\Delta tdep/W$	$\Delta bond/W$	$\Delta eq/W$
-inf	0.969 (4.781)	-0.821 (6.035)	-0.134 (0.878)	-0.014 (0.219)
rtd	-0.378 (2.525)	0.403 (4.080)	-0.029 (0.243)	0.039 (0.096)
rbond	-0.618 (2.003)	0.438 (2.660)	0.164 (0.677)	0.016 (0.231)
req	-0.049 (4.096)	0.022 (3.236)	0.031 (3.513)	-0.004 (1.170)
dep(-1)/W	-0.398 (6.759)	-0.112 (3.069)	-0.468 (10.071)	-0.022 (1.433)
tdep(-1)/W	-0.272 (3.388)	-0.243 (5.307)	-0.356 (5.691)	-0.129 (6.814)
bond(-1)/W	-0.826 (9.089)	0.206 (3.810)	-0.468 (6.138)	0.088 (3.143)
eq(-1)/W	-0.376 (4.497)	-0.130 (2.053)	-0.474 (8.477)	-0.021 (0.701)
D87/4	-0.058 (7.401)	0.086 (23.963)	-0.025 (4.128)	-0.002 (1.398)
D88/4	-0.035 (6.295)	-0.001 (0.447)	0.039 (8.399)	-0.003 (2.486)
$u_{tdep,t-1}$	-1.629 (3.606)	0.974 (5.097)	0.869 (2.198)	-0.214 (3.423)
$u_{tbond,t-1}$	0.973 (4.638)	0.037 (0.228)	-0.709 (4.330)	-0.227 (4.295)
$u_{teq,t-1}$	-2.182 (3.029)	0.789 (2.104)	0.905 (1.527)	0.488 (5.197)
$\varepsilon_{teq,t-1}$	4.567 (2.665)	-0.461 (0.392)	-3.102 (2.133)	-1.004 (2.980)
sse	0.0050	0.0035	0.0040	0.0006
R^2	0.825	0.954	0.836	0.974
DW	1.96	1.68	2.30	1.92
Q(18)	13.1	8.9	6.2	7.0
		$\alpha_3=14.64$	$\alpha_4=0.32$	

Taulu 6.2. Testit ovat samoin kuin taulussa 6.1.

matriisi on rajoittamaton, sillä kuten mainittua, u_t :ssä on vain kolme riippumatonta elementtiä, eikä malli näin ollen spesifioi täyttä matriisia. MA-osaan on sen sijaan otettu virhevektorin viimeinen elementti eli osakehankintoja vastaava virhetermi. Yhtälöön (6.1) verrattuna kuhunkin yhtälöön on lisätty neljä parametria. Mallin (6.2) estimointitulokset on esitetty taulussa 6.2.

Aineistoon sopivuuden kannalta taulun 6.2 tulokset ovat varsin hyviä. Vapausasteilla korjatuista kokonaiskorrelaatiokertoimista kolme on noussut, näistä yksi selvästi. Jäännöstermit vaikuttavat lievää vinoutta lukuun ottamatta normaalisilta ja ovat suhteessa omaan menneisyyteensä varsin lähellä valkoista kohinaa. Korkein Durbinin h -testin arvo (jvk-lainojen yhtälössä) oli 1.12, joka ei (normaalijakaumaan verrattaessa) ole merkitsevä millään merkitsevyystasolla. LR-testi kahdentoista VARMA-parametrin merkitsevyydelle antaa arvon 120.03 ($\chi^2(12)$, 0.1 prosentin kriittinen arvo 32.9), ja myös Hotellingin (pienissä otoksissa tarkan) yleistetyn T_0^2 -testin arvo 15.48 ylittää selkeästi yhden 1 prosentin merkitsevyystason (≈ 6.3 , ks. Davis, 1970).

Talousteorian kannalta taulun 6.2 tulokset ovat hieman edellisen mallin tuloksia paremmat. Eniten ongelmia tuottavat systeemin dynaamiset ominaisuudet. Sopeutumismatriisi on edelleen epästabiili, eikä korkojen tasapainokertoimia voida näin ollen laskea. Lisäksi estimoitu MA-prosessi ei ole käännettävä (invertoituva). Sen sijaan jäännöstermin AR-prosessi on stationaarinen.

Kun korkojen lyhyen aikavälin kertoimista edellisessä mallissa täsmälleen puolet oli väärän merkkisiä, on taulun 6.2 estimaateissa väärän merkkisten määrä vähentynyt kuuteen. Yhdeksästä nollassa merkitsevästi poikkeavasta estimaatista kolme on väärän merkkisiä. Korkojen kertoimista mielenkiintoisimmilta vaikuttaa edelleen käteistalletusten ja aikatalletusten tuottojen ja hankintojen vuorovaikutukset. Aikatalletusten reaalityoton nousu aiheuttaa edelleen portfolion sopeuttamista käteistalletuksista aikatalletuksiin, mutta nyt myös inflaation kiihtyminen näyttää (ceteris paribus) vaikuttavan voimakkaasti samaan suuntaan. Kerroinmatriisin symmetrisyyttä ei ryhdytty testaamaan, sillä tämä teoreettinen implikaatio koskee lähinnä pitkän aikavälin kertoimia, joita ei pystytty laskemaan.

Viivästettyjen varantojen kertoimista saatavat omien varantojen sopeutusnopeudet ovat muuttuneet järkevempään suuntaan. Käteistalletusten sopeutus on kuitenkin edelleen varsin hidasta (vain 40 % epätasapainosta sopeutetaan kunkin periodin aikana) verrattuna joukkovelkakirjojen sopeutumiseen (47 % sopeutetaan). Myös osakkeiden yhtälössä omien varantojen kerroin on nyt oikean merkinen, ja sen mukaan reilut kaksi prosenttia epätasapainosta sopeutetaan kunkin periodin aikana. Valitettavasti kaksi väärän merkkistä ristisopeutuskerrointa tekee systeemistä epästationaarisen, mikä vaikeuttaa kaikkien kertoimien tulkintaa.

Kunnianhimoisen rahoitusvirtamallin rakentaminen tämänkaltaista lähestymistapaa käyttäen vaatisi olennaisesti parempaa dataa. Nimen omaan osakehankintojen lähes olemattoman datapohjan seuraukset voidaan havaita taulusta 6.2. Kahdeksasta väärän merkkisestä parametrasta kuusi on joko osakkeiden yhtälössä tai osakkeiden tuoton kertoimissa.

Eräs mahdollinen tapa tehdä rahoitusvirtamallista stabiili olisi estimoida se virheenkorjausmallina. Tällaisessa täsmennyksessä yhtälön (2.5) teoreettinen malli tarjoaa tarvittavan tasapainorelaation. Granger-Engle -kaksivaihe-estimaattoria (esim. Granger & Engle, 1987) käytettäessä tämä yhtälösystemi estimoitaisiin ensin staattisena mallina ja regression jäännöstermejä käytettäisiin selittävinä muuttujina dynaamisessa regressiossa, jossa kaikki muuttujat ovat differensoituja. Barr ja Cuthbertson (1989) toimivat näin ja myös Smith ja Brainard (1976) käyttivät samanlaista menetelyä.²⁹ Yhteisintegroituvuuden testaus nojaa kuitenkin joko suurten otosten teoriaan (Johansen, 1988) tai Monte Carlo-simulaatioihin (Granger & Engle, 1987, Engle & Yoo, 1987), jotka ovat pienissä otoksissa herkkiä muuttujien aikasarjaominaisuuksien täsmennykselle. Neljänkymmenen havainnon aineistolla ole luotettavaa keinoa erottaa viiden muuttujan välistä todellista tasapainorelaatiota epästationaaristen sarjojen näennäiskorrelaatiosta. Testattaessa yhteisintegroituvuutta perinteisellä Dickey-Fuller

²⁹Smithin ja Brainardin kirjoittaessa työtään ei yhteisintegroituvuuden ja virheenkorjausmallien teoriaa oltu vielä kehitetty, eivätkä he siis testanneet yhteisintegroituvuusrelaatioita. Heidän mallinsa täsmennys oli kuitenkin sama kuin nykyisissä virheenkorjausmalleissa.

t-testillä yhtisintegroituvuusregressioiden jäännöstermeistä vain yksi oli 10 prosentin merkitsevyystasolla stationaarinen. Kun lisäksi kertoimet olivat vielä tässä luvussa estimoitujen mallien kertoimia epäntuutiivisemmat ei varsinaista virheenkorjausmallia ryhdytty estimoimaan.

6.3 Mikroteorian testauksesta

Jotta edellä estimoidun kaltaista empiiristä mallia voitaisiin käyttää luvun 2 mikroteorian ja hyödynmaksimoinnin implikaatioiden, kuten symmetrisyyden testaamiseen, täytyisi kahden edellytyksen olla voimassa. Ensiksi, spesifikaatio vaatii kaikilta taloudenpitäjiltä vakioisen suhteellisen riskiaversion. Lisäksi malliin täytyy sisältyä kaikki taloudenpitäjien varallisuusesineet ja niiden tuotot. Mallissa pitäisi siis olla rahoitusvaateiden lisäksi esimerkiksi asuntojen ja kestokulutus-hyödykkeiden hankinnat. Tässä luvussa estimoidun mallin sisältämät varallisuusesineet edustivat ehkä viidesosaa kotitalouksien koko varallisuudesta, eikä se sen tähden tarjoa vakavasti otettavaa mahdollisuutta mikroteorian testaamiseen. Käytännössä aggregaattiaineiston puutteet tekevät yleisestikin mikroteorian testaamisen tässä kehikossa lähes mahdottomaksi.

Yhtälössä (2.7) esiteltiin toinen spesifikaatio, joka vaatii vähemmän sekä dataalta että oletuksilta hyötyfunktion muodosta. Kirjoitetaan yhtälö uudelleen muodossa

$$(6.3) \quad \frac{A_i}{A_j} = \frac{\Omega_i^{-1} \bar{r}}{\Omega_j^{-1} \bar{r}}$$

jossa Ω_i^{-1} on rahoitusvaadetta A_i vastaava rivi korkojen kovarianssimatriisin Ω inverssissä. Jos määritellään rahoitusvaateiden varannot sisältävä vektori $A = [A_1, \dots, A_n]'$, kerroinmatriisi $B' = [\Omega_1^{-1}, \dots, \Omega_n^{-1}]$ sekä rahoitusvaateissa $i=1, \dots, n$ oleva kokonaisvarallisuus $W = i'A$, voidaan kirjoittaa

$$(6.4) \quad \frac{A_i}{W} = \frac{B \bar{r}}{i' B \bar{r}},$$

jossa i on sopivan mittainen yksikkövektori. Yhtälön (6.4) mukaan voidaan konstruoida allokaatiomalli mille tahansa joukolle varallisuusesineitä. On huomattava, että yhtälö (6.4) ei identifioitu rajoittamattomassa muodossa. Jotta se voitaisiin estimoida, on matriisiin B tehtävä vähintään yksi identifioituvuuden takaava rajoite. Lisäksi estimoitaessa on huomioitava, että yhtälön (6.4) oikea puoli sisältää jo vakiotermin. Tämä voidaan osoittaa määrittelemällä vakiovektori c , jonka elementit summautuvat nolnaan, ja manipuloimalla, jolloin saadaan

$$(6.5) \quad \frac{A_i}{W} = \frac{(I - ci') B \bar{r}}{i' B \bar{r}} + c.$$

Koska $i'c = 0$, pätee $i'B = i'(I - ci')B$, jolloin voidaan kirjoittaa

$$(6.6) \quad \frac{A_i}{W} = \frac{(I - ci') B \bar{r}}{i'(I - ci') B \bar{r}} + c = \frac{D \bar{r}}{i' D \bar{r}} + c,$$

jossa $D = (I - ci')B$. Jos matriisiin D tehdään vähintään n rajoitusta, yhtälö (6.6) identifioituu ja on estimoitavissa.

Teoreettisesti yhtälö (6.6) on mukavampi kuin tässä luvussa estimoitu malli, sillä se sallii taloudenpitäjien eroavan riskipreferenssiensä suhteen (ks. luku 2), ja se voidaan estimoida käyttäen vain niitä rahoitusvaateita, joiden hankinnoista on olemassa aineistoa. Sen sijaan yhtälön (6.6) malli vaatii tarkasti ottaen kaikkien, myös mallista pois jätettyjen rahoitusvaateiden tuottojen käyttämistä selittävinä muuttujina.

Teoreettisten etujensa vastapainoksi yhtälön (6.6) malli on varsin epälineaarinen. Kertoimien estimointi ei sinänsä ole hankalaa, mutta kokeilu edellisen mallin aineistolla (ilman osakehankintoja) osoitti, että malli identifioi parametrinsa varsin heikosti senkin jälkeen, kun identifioituvuuden takaavat rajoitukset oli tehty. Uskottavuusfunktio oli maksiminsa ympärillä juuri korkojen kertoimien suhteen varsin laakea, eikä tarkkoja parametriestimaatteja voitu saada ilman ylimääräisiä rajoitteita kerroinmatriisiin. Näitä tuloksia ei tässä yhteydessä raportoida. Sen tutkiminen, onko yhtälön (6.6) kaltaisesta spesifikaatiosta empiirisen työn pohjaksi jää jatkotutkimuksen varaan.

6.4 Bayesilainen malli

Koska klassisen ekonometrian menetelmät eivät tuottaneet mainittavia tuloksia, kokeiltiin samaan aineistoon edellisessä luvussa esiteltyä bayesilaista lähestymistapaa. Edellisessä luvussa mainituista hankaluuksista huolimatta rahoitusvirtamallit ovat otollinen kohde tämänlaisen lähestymistavan soveltamiselle. Ne ovat raskaasti parametrisoituja ja tyypillisesti hyvin kollineaarisia yhtälösystemejä, joiden tarkka estimointi klassisin välinein on, kuten on tullut esille, osoittanut yleensäkin hankalaksi. Toisaalta priorijakaumien spesifiointia helpottaa se, että kaikkien yhtälöiden rakenne on sama, jolloin työ on helppo systematisoida.

Vaadittavat priorijakaumat oli konstruoitava kuudelletoista korkokertoimelle sekä kuudelletoista sopeutumiskertoimelle, joita kumpiakin sitoo neljä lineaarista rajoitetta. Periaatteessa voitaisiin siis tyytyä spesifioimaan jakaumat vain riippumattomalle osajoukolle parametreja. Koska tämä lähestymistapa tuottaa helposti ikäviä implikaatioita poisjätettyjen muuttujien jakaumaan, päätettiin noudattaa periaatetta, jossa jakaumat spesifioitiin kaikille parametreille pitäen samalla rajoitteet voimassa. Ongelmia aiheuttaa dynaamisessa kehikossa se, että korkojen vaikutuksia koskeva a priori-informaatio kohdistuu nimenomaan pitkän aikavälin vaikutuksiin, jotka ovat estimoitavien parametrien epälineaarinen funktio. Parhaaksi ratkaisuksi katsottiin spesifioida jakaumat pitkän aikavälin vaikutuksille ja muuntaa ne sitten lyhyen aikavälin kertoimille niin hyvin kuin se on mahdollista.

Taulussa 6.3 on raportoitu priorikeskiarvot pitkän aikavälin korkokertoimille ja sopeutumismatriisille sekä niiden implikoimille lyhyen aikavälin kertoimille. Parametrin arvo 2 pitkän aikavälin korkokertoimissa tarkoittaa, että kyseisen koron nousu ceteris paribus yhdellä prosenttiyksiköllä nostaa rahoitusvaateen portfolio-osuutta pitkällä aikavälillä kaksi prosenttiyksikköä. Taulun 6.3 korkokertomia voi näin ollen pitää melko konservatiivisina. Sopeutumiskertoimet kertovat, että käteistalletusten odotetaan sopeutuvan välittömästi, kun taas muiden rahoitusvaateiden epätasapainosta sopeutetaan neljännesvuosittain 80 prosenttia. Kertoimien alle

Taulu 6.3. Priorikertoimet ja -keskihajonnat

	$\Delta dep/W$	$\Delta tdep/W$	$\Delta bond/W$	$\Delta eq/W$
<i>Korkojen pitkän aikavälin kertoimet</i>				
<i>-inf</i>	1.5 (0.38)	-0.5 (0.25)	-0.5 (0.25)	-0.5 (0.25)
<i>rtdep</i>	-0.5 (0.25)	1.5 (0.38)	-0.5 (0.25)	-0.5 (0.25)
<i>rbond</i>	-0.5 (0.25)	-0.5 (0.25)	2.0 (0.50)	-1.0 (0.25)
<i>req</i>	-0.5 (0.25)	-0.5 (0.25)	-1.0 (0.50)	2.0 (0.50)
<i>Korkojen lyhyen aikavälin kertoimet</i>				
<i>-inf</i>	1.5 (0.38)	-0.5 (0.25)	-0.5 (0.25)	-0.5 (0.25)
<i>rtdep</i>	-0.1 (0.29)	1.1 (0.45)	-0.5 (0.29)	-0.5 (0.29)
<i>rbond</i>	-0.3 (0.30)	-0.5 (0.30)	1.45 (0.61)	-0.65 (0.61)
<i>req</i>	-0.3 (0.30)	-0.5 (0.30)	-0.65 (0.61)	1.45 (0.61)
<i>Sopeutumiskertoimet</i>				
<i>dep(-1)/W</i>	-1.0 (0.05)	0.0 (0.05)	0.0 (0.05)	0.0 (0.05)
<i>tdep(-1)/W</i>	-0.2 (0.05)	-0.8 (0.05)	0.0 (0.05)	0.0 (0.05)
<i>bond(-1)/W</i>	-0.1 (0.05)	0.0 (0.05)	-0.8 (0.05)	-0.1 (0.05)
<i>eq(-1)/W</i>	-0.1 (0.05)	0.0 (0.05)	-0.1 (0.05)	-0.8 (0.05)

on merkitty niiden priorijakauman keskivirheet. Ne saattavat varsinkin sopeutumiskertoimien osalta tuntua varsin tiukoilta. Näiden priorien voimakkuutta voidaan perustella sillä, että viivästettyjen varantojen aineistossa on ilmeisen suuria mittausvirheitä, joiden ansiosta niiden kovarianssimatriisi ylittää todellisen kovarianssimatriisin positiivisesti definitillä matriisilla. Tämän seurauksena pns-estimaattien paino Theilin ja Goldbergin menetelmässä tulee yliarvioitua. Sopeutumiskertoimien vahvojen priorien voidaan katsoa kompensoivan tätä seikkaa.³⁹ Parhaimman käsityksen priorien voimakkuudesta saa myöhemmin esitettävistä kuvioista.

Parametriestimaattien kovarianssimatriisien konstruoinnissa noudatettiin edellisessä luvussa esiteltyä "vaihdeavuusoletuksen" laajennusta. Kovarianssimatriisi laskettiin seuraavasta yhtälöstä:

$$(6.7) \quad \Sigma = \sum_{i=1}^4 \sum_{k=1}^8 a_{ik} [(b_i B b_i) \otimes (c_k D c_k)],$$

jossa B on parametrien yhtälöiden välisiä korrelaatioita kuvaava symmetrinen matriisi, jonka rivit ja sarakkeet summautuvat nolnaan, D on kullekin yhtälölle sama parametrien korrelaatiomatriisi ja a_{ik} on vakio. b_i sekä c_k ovat 4×4 ja 8×8 diagonaalisia matriiseja, joiden indeksin osoittama diagonaalielementti on ykkönen ja muiden diagonaalielementtien arvoksi valittiin $1/3$. Vakiot a_{ik} ratkaistiin niin, että matriisin Σ diagonaalielementit, kertoimien varianssit, saivat halutut arvot. Lopullisessa kovarianssimatriisissa yhtälöiden väliset korrelaatiot vastaavat matriisin B arvoja ja yhtälöiden sisäiset korrelaatiot matriisin D arvoja vain

³⁹Kaikkien sopeutumiskertoimien priorijakauman keskihajonnaksi on siis spesifioitu 0.05. Tätä valintaa tarkasteltiin herkkyysoletuksella. Osoittautui, että kun kaikkien sopeutumiskertoimien keskihajontaa nostettiin yhtä paljon, posteriorisysteemi muuttui epästabiiliksi keskihajontojen noustessa hieman yli 0.10:n. Näin ollen sopeutumiskertoimien voimakkaita prioreita voidaan perustella myös sillä, että enemmän kuin yksittäisten sopeutumiskertoimien jakaumaa, voimakkaat priorikäsitykset koskevat nimenomaan dynamiikan stabiiliutta. Periaatteessa priorijakauma olisi tällöin pitänyt spesifioida sopeutumiskerroinmatriisin ominaisarvoille, mutta koska tämä on teknisesti varsin hankala, päädyttiin tähän vaihtoehtoon.

approksimatiivisesti eron ollessa sitä suurempi, mitä enemmän parametrien priorivarianssit poikkeavat toisistaan. Tätä voi kuitenkin pitää vähäisenä hintana siitä, että kaikkien parametrien varianssit voitiin spesifioida tarkasti. Taulussa 6.4 esitetään käteistalletuksien yhtälön parametrien väliset priorikorrelaatiot.

Taulu 6.4. Jvk-yhtälön parametrien väliset priorikorrelaatiot

	-inf	rtdep	rbond	req	$\frac{dep(-1)}{W}$	$\frac{tdwp(-1)}{W}$	$\frac{bond(-1)}{W}$	$\frac{eq(-1)}{W}$
-inf	1							
rtdep	0.22	1						
rbond	0.24	0.27	1					
req	0.24	0.27	0.08	1				
$\frac{dep(-1)}{W}$	0	0	0	0	1			
$\frac{tdwp(-1)}{W}$	0	0	0	0	0.2	1		
$\frac{bond(-1)}{W}$	0	0	0	0	0.2	0.2	1	
$\frac{eq(-1)}{W}$	0	0	0	0	0.2	0.2	0.2	1

Taulu 6.5. Posteriorikertoimet

	$\Delta dep/W$	$\Delta tdep/W$	$\Delta bond/W$	$\Delta eq/W$
-inf	0.115	-0.152	0.192	-0.154
rtdep	-0.015	0.627	-0.270	-0.342
rbond	-0.583	-0.527	0.508	0.603
req	-0.019	-0.039	0.027	0.030
$dep(-1)/W$	-0.564	-0.234	-0.067	-0.135
$tdep(-1)/W$	-0.438	-0.595	-0.025	0.058
$bond(-1)/W$	-0.237	0.060	-0.760	-0.063
$eq(-1)/W$	-0.327	0.133	-0.160	-0.645

Kuten edellä mainittiin, korkokertoimien priorijakauma konstruointiin pitkän aikavälin kertoimille. Tämä jakauma muunnettiin estimoinnissa tarvittavaksi lyhyen aikavälin kertoimien jakaumaksi kertomalla se sopeutumiskerroinmatriisiin inverssillä. Sopeutumiskerroinmatriisi käsitettiin tässä yhteydessä vakioksi. Tämä on sinänsä valitettavaa, sillä tällä tavoin ei kyetä ottamaan jakaumissa huomioon lyhyen aikavälin kertoimien riipuvuutta sopeutumiskertoimista. Muuta vaihtoehtoa ei kuitenkaan ollut tarjolla, sillä kahden satunnaismatriisin tulona, joista toisen jakauma on käännetty moniulotteinen normaalijakauma, lyhyen aikavälin kerroinmatriisin todellinen jakauma ei ole käsiteltävissä tässä kehikossa. Yhtälöiden vakiotermeille ja dummyille spesifioitiin ei-informatiiviset priorit.

Parametrien posteriorikeskiarvot ja kovarianssit estimointiin yhtälön (5.27) mukaisella iteroivalla GLS-estimaattorilla. Jäännöstermien kovarianssimatriisin Ω alkuarvona käytettiin OLS-kovarianssimatriisia. Taulussa 6.5 esitetään saadut posteriorikeskiarvot. Kuten priorien vahvuuden perusteella sopi odottaa, muutokset priorikeskiarvoihin verrattuna ovat olleet suurempia korkojen kertoimissa kuin sopeutumissysteemissä. Sopeutumissysteemi on nyt selvästi stabiili, vaikkakin muutamat kertoimet ovat muuttuneet epäintuitiiviseen suuntaan. Lyhyen aikavälin korkokertoimista kaksi on vaihtanut selvästi etumerkkiä ja viisi on tullut käytännössä nolaksi.

Koska sopeutumismatriisin ja lyhyen aikavälin kertoimien tarkastelu ei sinällään ole kovin valaisevaa, havainnollistetaan kuvioissa 6.1a - 6.1d priori- ja posteriorijakaumien implikoimia uria korkojen dynamisille vaikutuksille rahoitusvaateiden portfolio-osuuksiin. Kuvioihin on piirretty sekä priori- että posteriorijakaumat, jotta voitaisiin vertailla, minkälainen vaikutus priorijakaumilla on ollut posteriorijakaumien ominaisuuksiin, ja mikä on puolestaan ollut datan vaikutus. Kuvioissa on piirretty kunkin rahoitusvaateen tuoton muutoksen kumulatiivinen vaikutus rahoitusvaateiden portfolio-osuuksiin kahdenkymmenen periodin, eli viiden vuoden aikana. Keskiarvojen lisäksi kuvioihin on piirretty simuloitua 90 prosentin

luottamusväliä.³¹ Ne on laskettu normaalisuuden perusteella lisäämällä parametrien keskiarvoihin niiden kovarianssimatriisin mukaisia shokkeja ja laskemalla näin saaduilla parametriarvoilla urat korkojen vaikutuksille. Luottamusväliä on laskettu 533 havainnon perusteella.³²

Kuvioissa oikealla puolella ovat kunkin rahoitusvaateen tuoton vaikutukset rahoitusvaateen kysyntään priorijakauman mukaan, ja oikealla puolella sama posteriorijakauman mukaan laskettuna. Inflaatio on, kuten aiemmin, kirjoitettu negatiiviseksi, jolloin se kuvastaa käteistalletusten reaalityttöä. Varsinkin korkojen ristivaikutuksien osalta dynaamisten vaikutusten priorijakauma osoittautuu yllättävänkin väljäksi: useimmissa tapauksissa nolla on 90 %-luottamusvälin sisällä tai sen rajalla koko aikavälin. Omien vaikutusten osalta priorit ovat tiukemmat.

³¹On huomattava, että kyseessä ei ole ennusteen luottamusväli, vaan mallin parametrien jakauman luottamusväli. Kun muuttuja x komponoidaan kahteen osaan

$x = \bar{x} + u$, jossa \bar{x} on optimaalinen ennuste ja u satunnaistermi,

ymmärretään x bayesilaisessa lähestymistavassa satunnaismuuttujaksi.

Bayesilainen estimointi tuottaa x :n posteriorijakauman. Kuvioihin piirretyt luottamusväliä kuvaavat tämän jakauman luottamusvälejä.

³²

533 = 13*41. Itse asiassa kyseessä on estimoidut 89.62 %:n luottamusväliä. Ne on laskettu seuraavasti. Olkoon x satunnaismuuttuja, jonka kertymäfunktio on F ja y toinen satunnaismuuttuja, joka on määritelty $y = F(x)$. y on tällöin tasaisesti jakautunut välille $[0,1]$. Otetaan 13 havainnon otos x_1, \dots, x_{13} muuttujasta x ja merkitään näistä suurinta x_{\max} .

Nyt $y_{\max} = F(x_{\max}) = \max(F(x_1), \dots, F(x_{13})) = \max(y_1, \dots, y_{13})$. Koska y

on tasaisesti jakautunut välille $[0,1]$, on y_{\max} :n kertymäfunktio $G(y_{\max})$

$= y_{\max}^{13}$, kun y_{\max} on välillä $[0,1]$. Koska mediaanissa kertymäfunktio

saa arvon 0.5, on satunnaismuuttujan y_{\max} mediaani $M(y_{\max}) =$

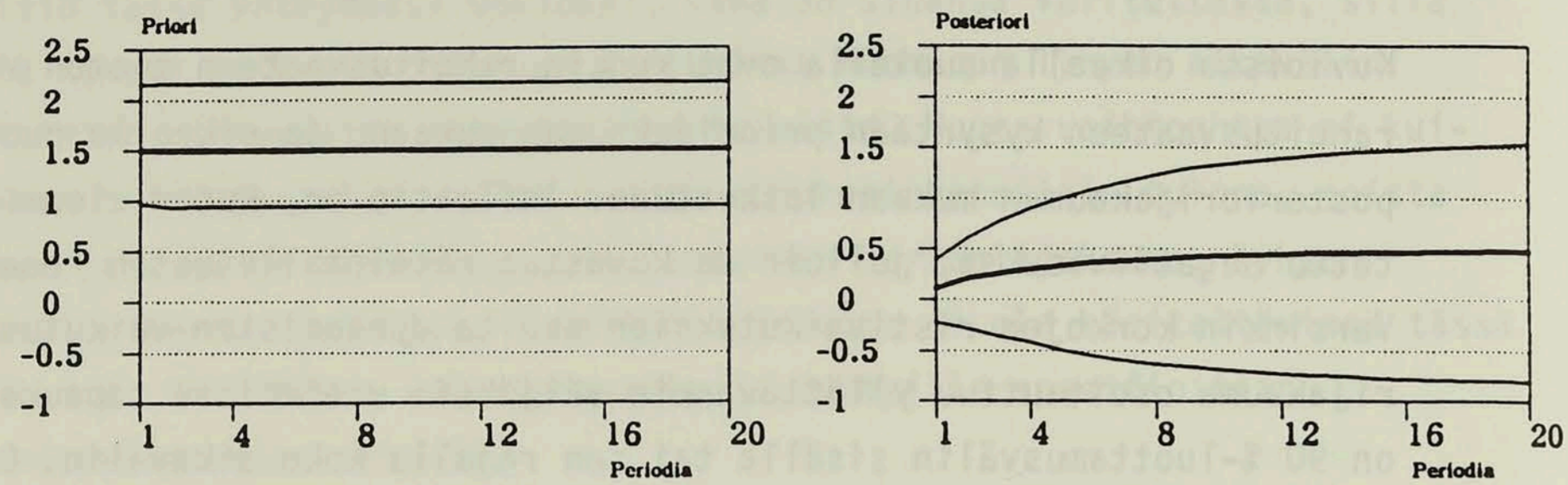
$F(M(x_{\max})) = 0.5^{(1/13)} = 0.9481$. Vastaavasti voidaan laskea otoksen pienimmälle havainnolle $M(y_{\min}) = F(M(x_{\min})) = 1 - 0.05(1/13) = 0.0529$.

Toisin sanoen, 13 havainnon otoksien suurimman ja pienimmän arvon mediaanit antavat approksimatiivisesti 90 %:n luottamusvälin.

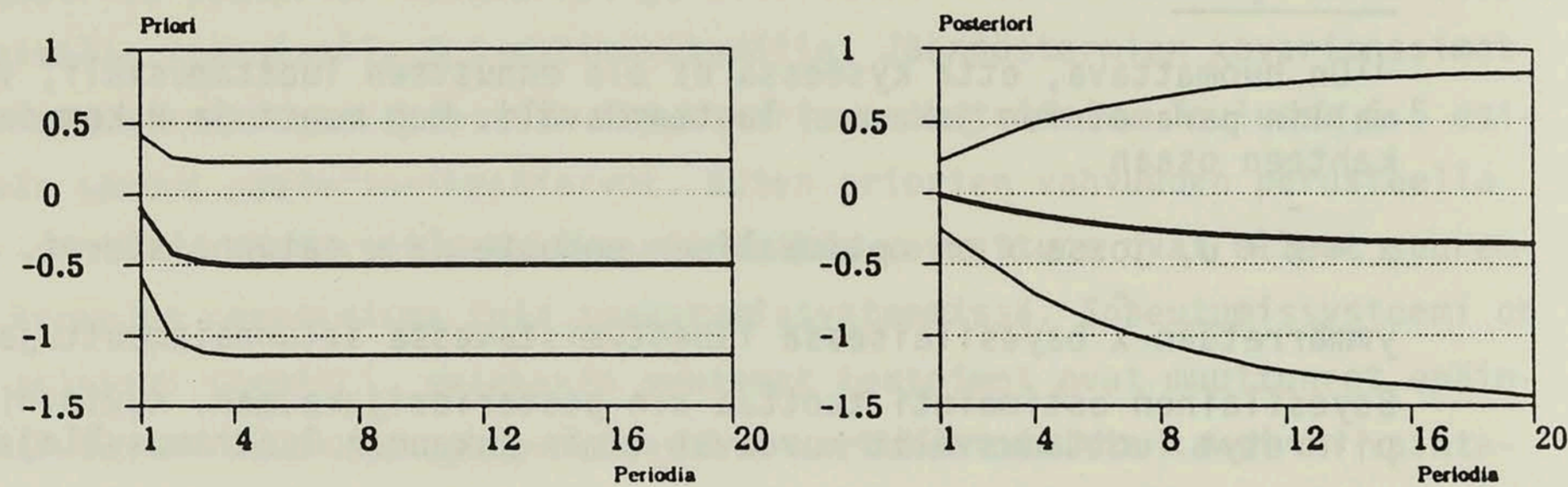
Näitä otoksia otettiin 41 kappaletta. Tällaiseen menetelmään päädyttiin, koska se ei vaadi tietokoneen muistilta suurta kapasiteettia: lukujen varastointitarve oli tässä tapauksessa kerralla $41*32*20 = 26240$ lukua. Normaalissa Monte Carlo -simuloinnissa tarve olisi vastaavan kokoisella otoksella $533*16*20 = 170560$.

Kuvio 6.1a

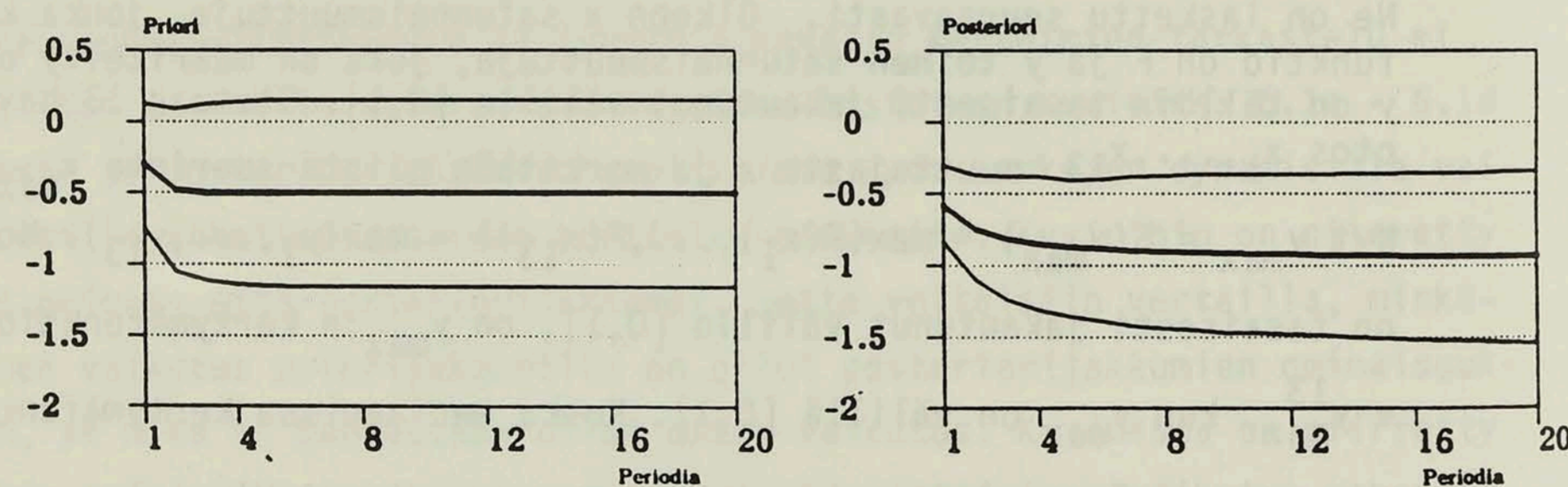
Inflaation (negat.) vaikutus käteistalletuksiin



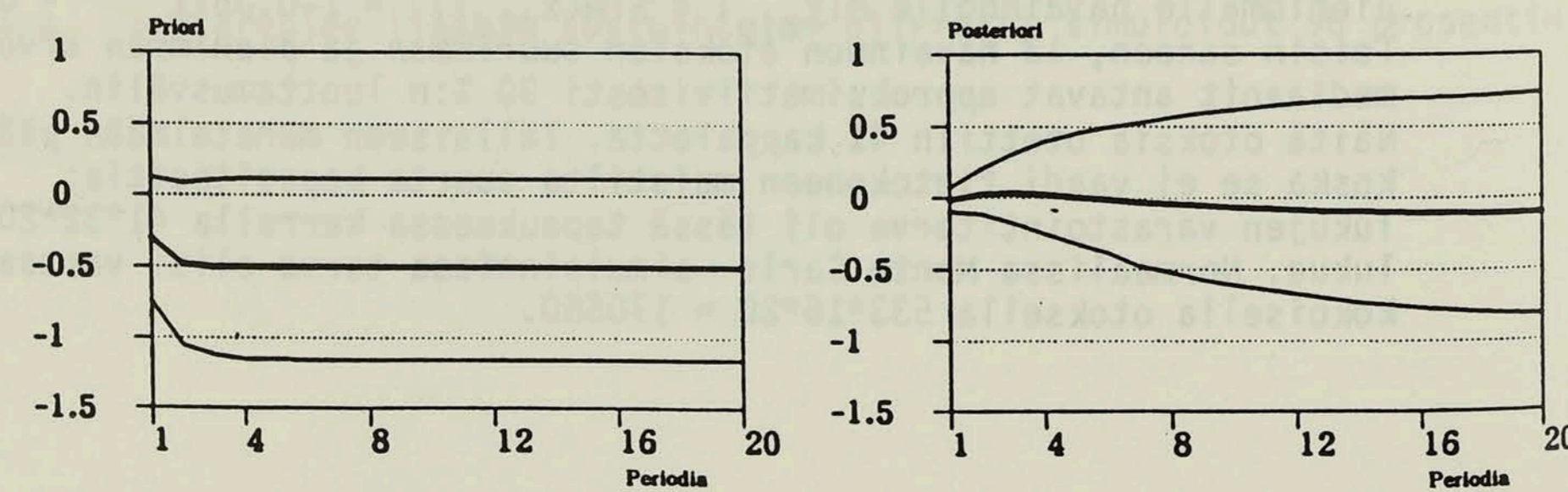
Alkatalletuskoron vaikutus käteistalletuksiin



Jvk-koron vaikutus käteistalletuksiin

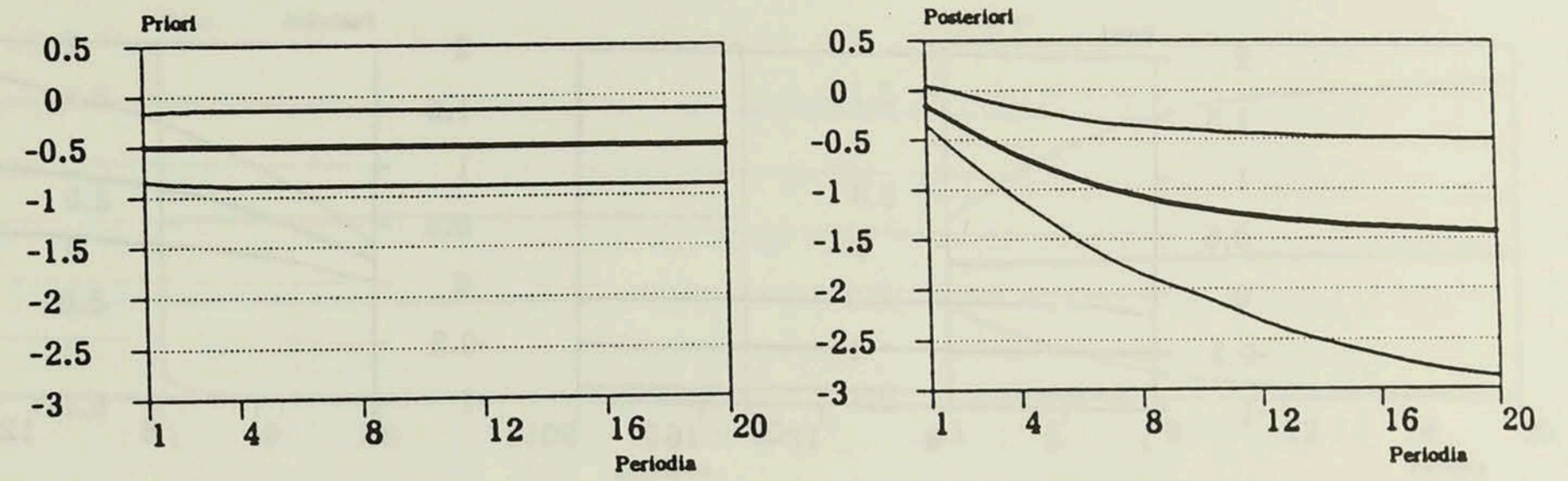


Osaketuoton vaikutus käteistalletuksiin

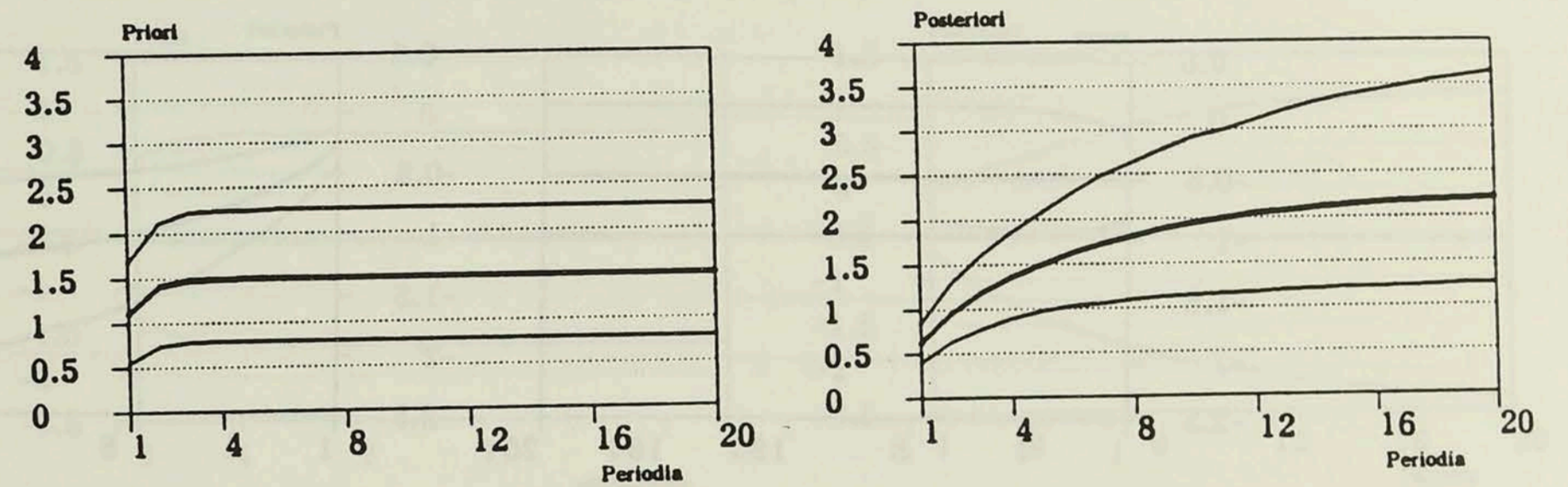


Kuvio 6.1b

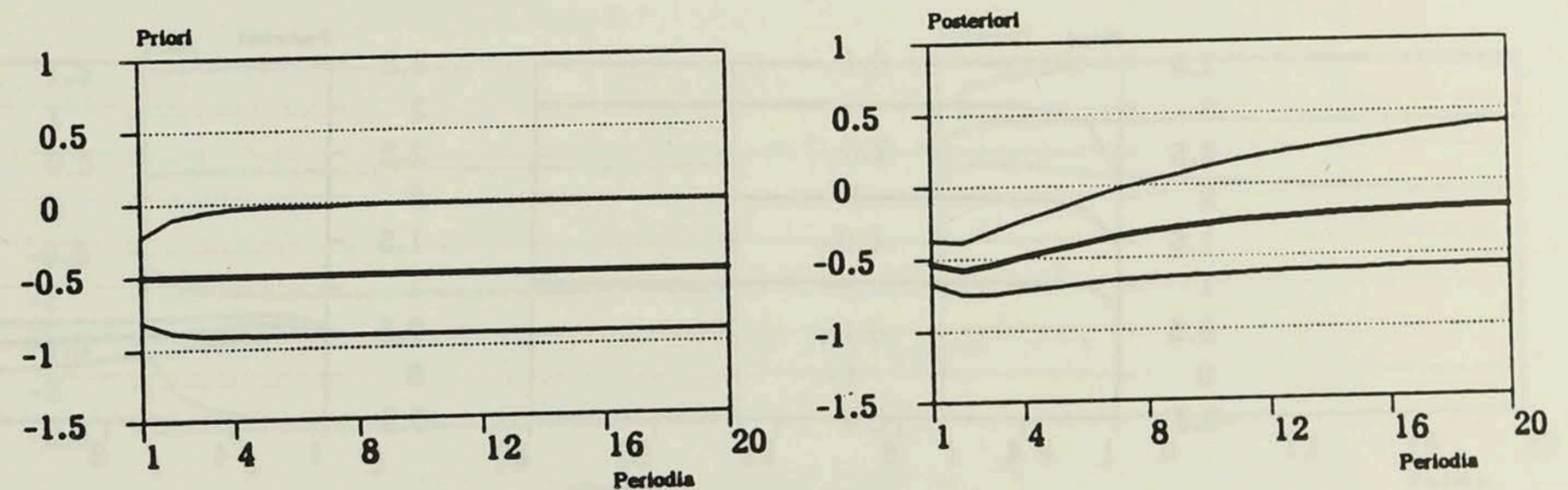
Inflaation (negat.) vaikutus alkatalletuksiin



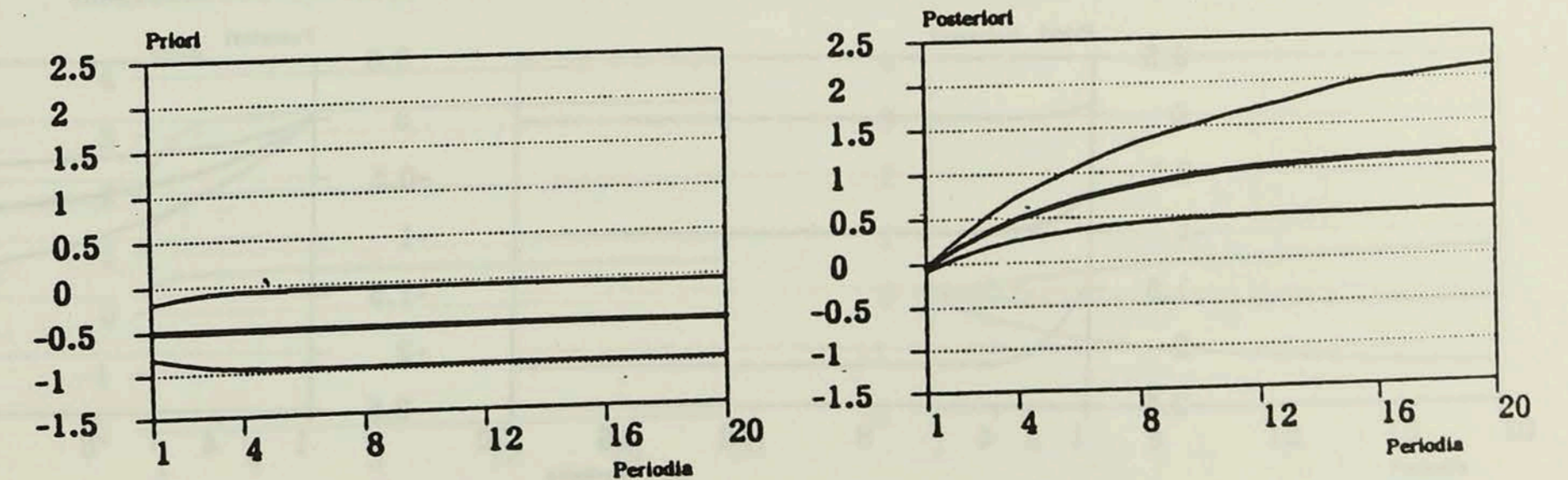
Alkatalletuskoron vaikutus alkatalletuksiin



Jvk-koron vaikutus alkatalletuksiin

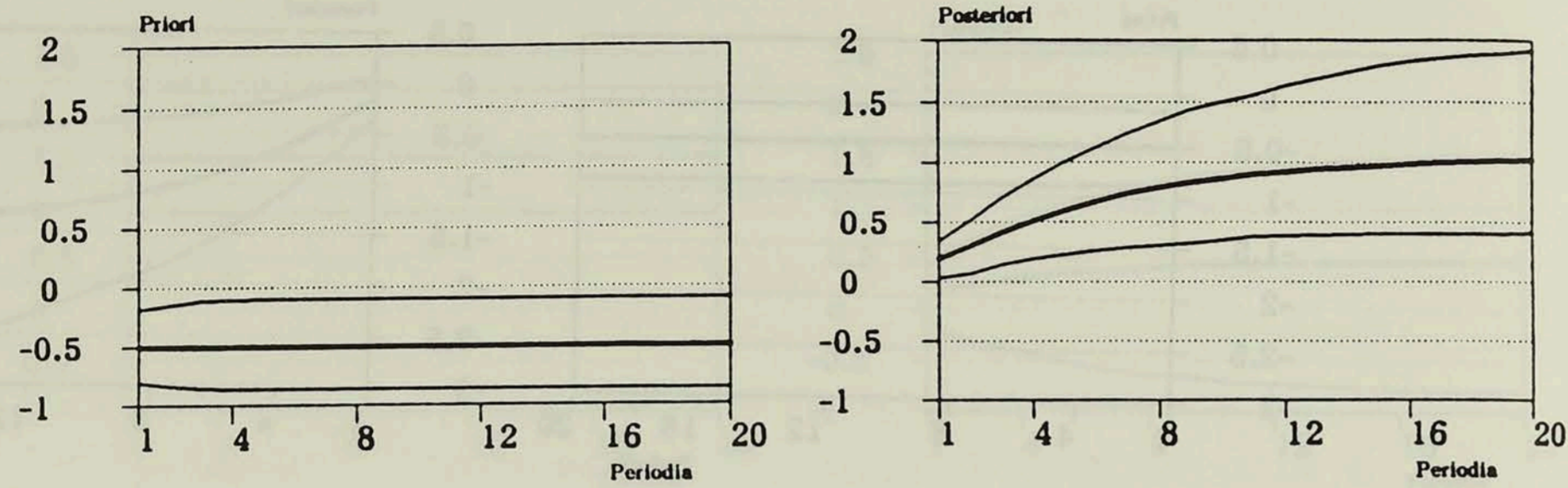


Osaketuoton vaikutus alkatalletuksiin

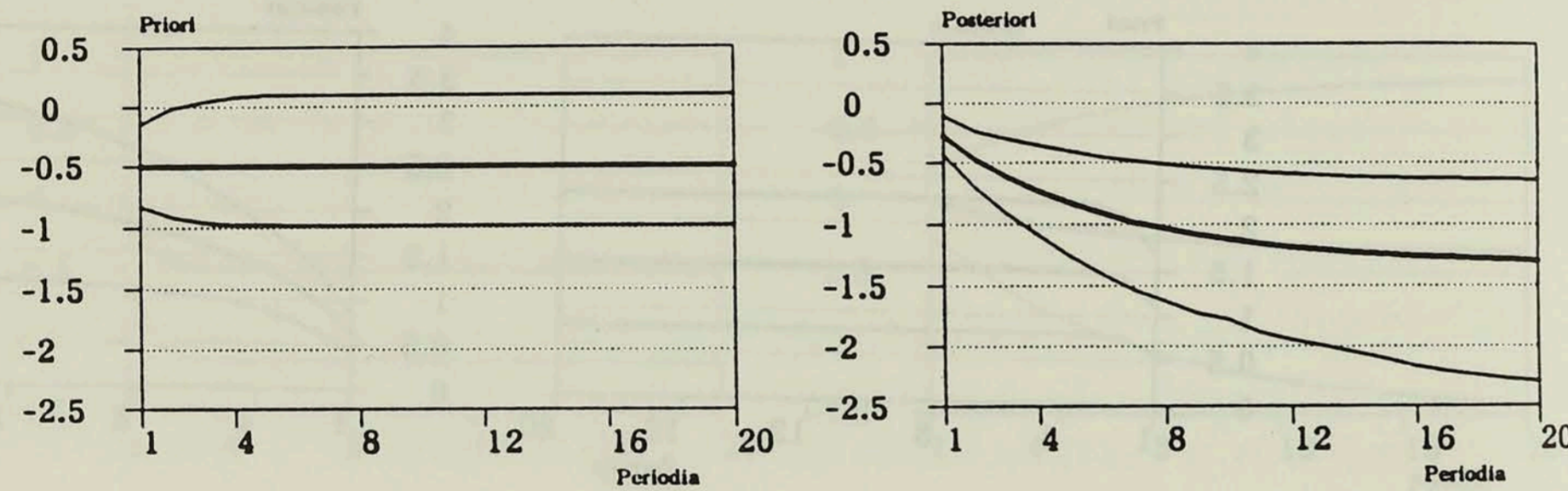


Kuvio 6.1c

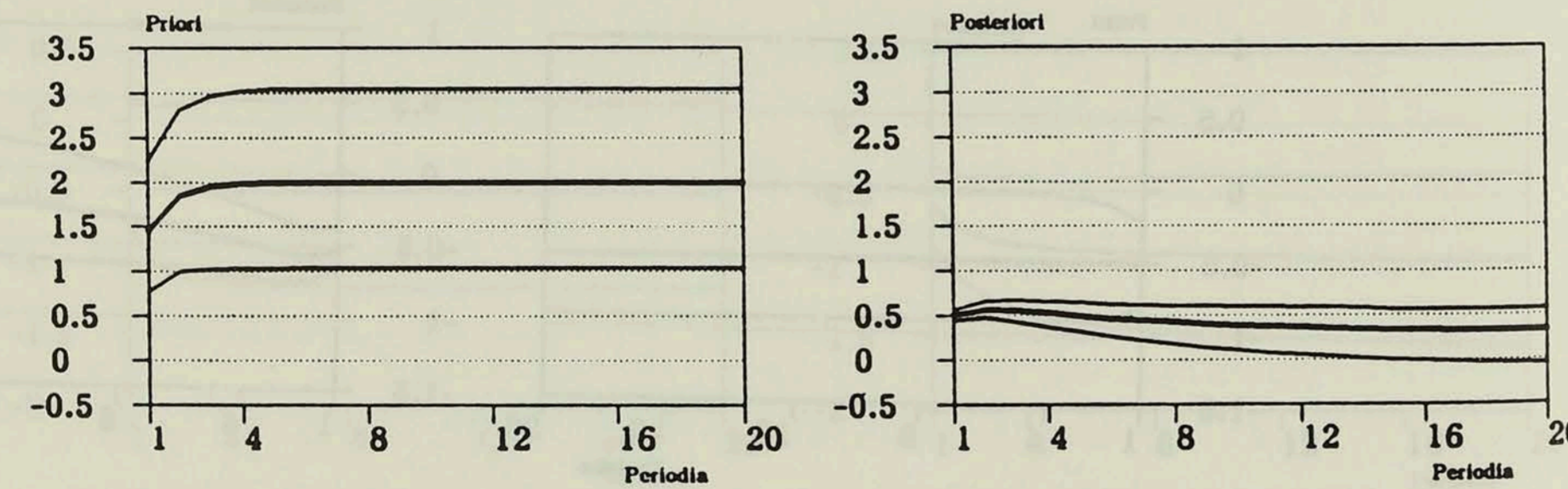
Inflaation (negat.) vaikutus jvk-lainoihin



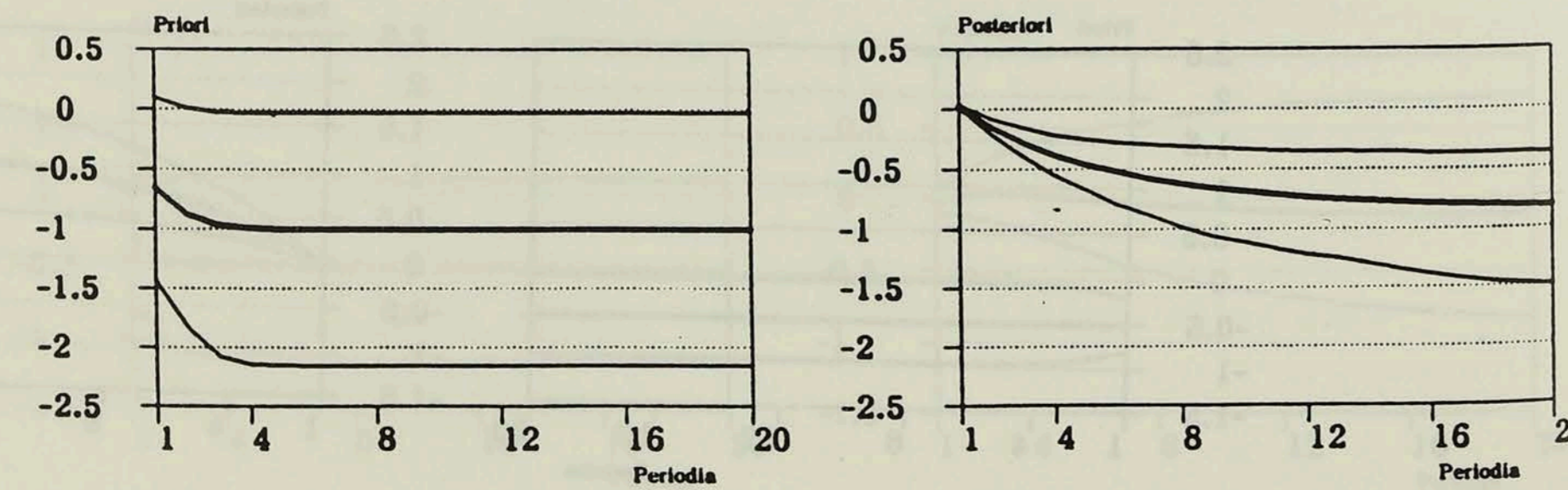
Alkatalletuskoron vaikutus jvk-lainoihin



Jvk-koron vaikutus jvk-lainoihin

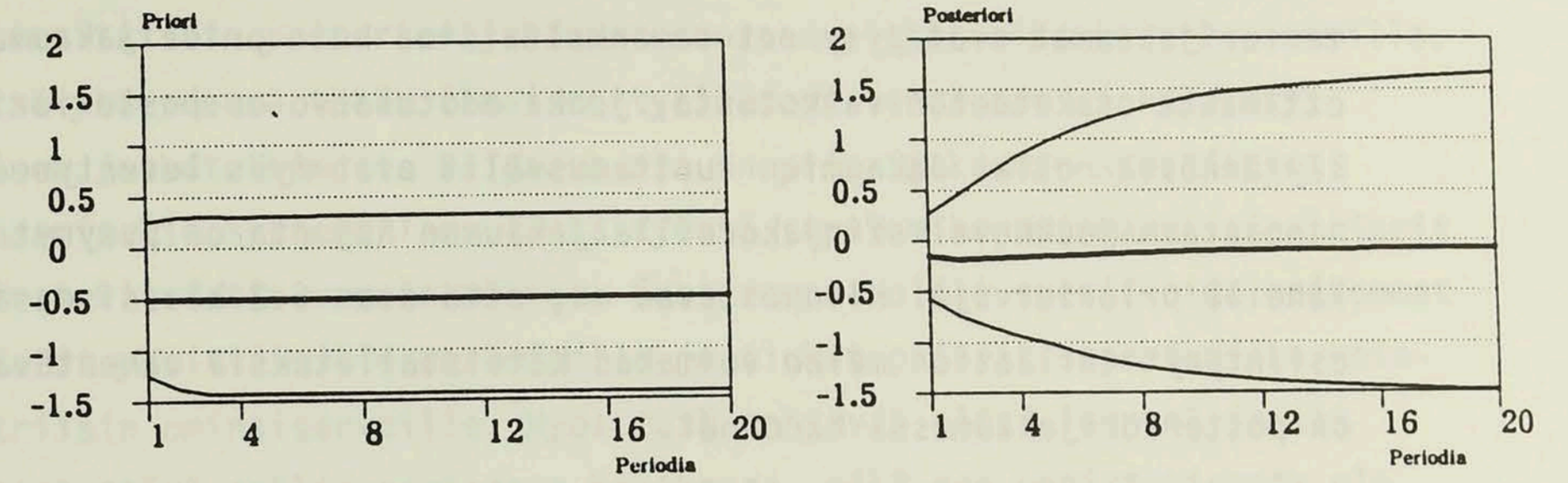


Osaketuoton vaikutus jvk-lainoihin

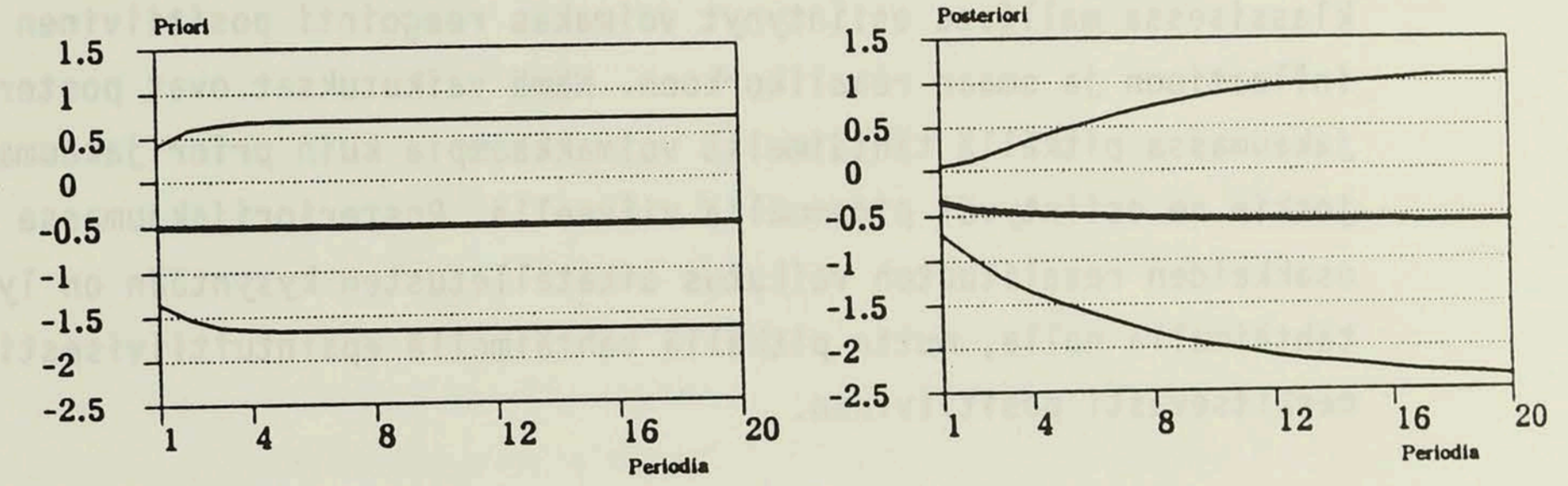


Taulu 6.1d

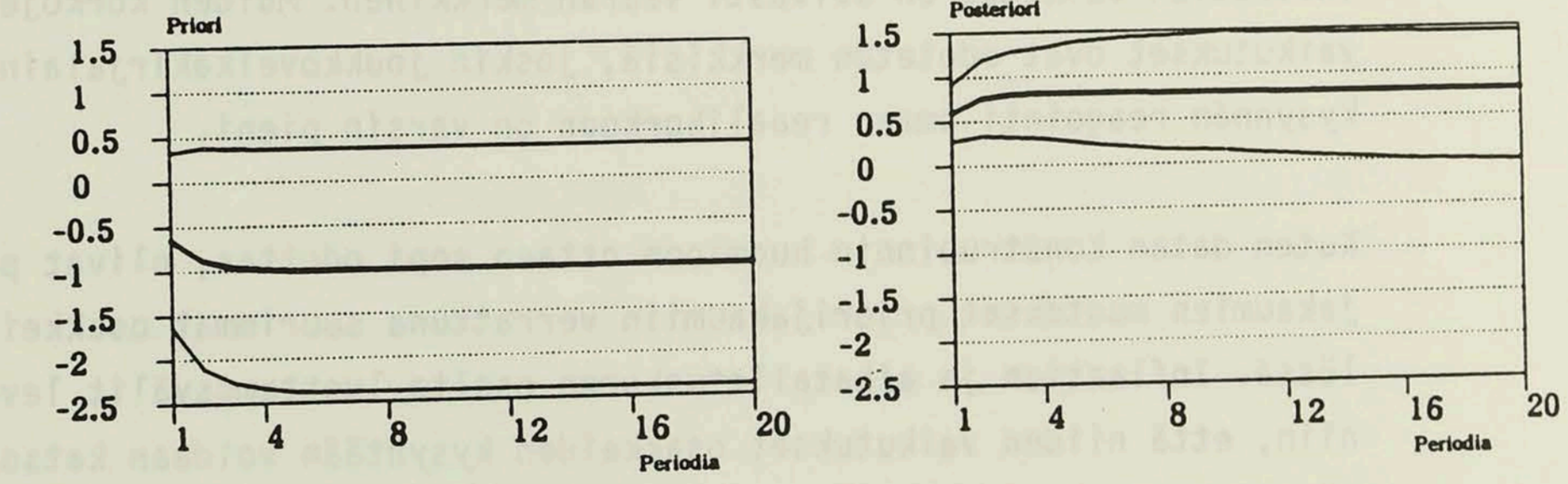
Inflaation (negat.) vaikutus osakkeisiin



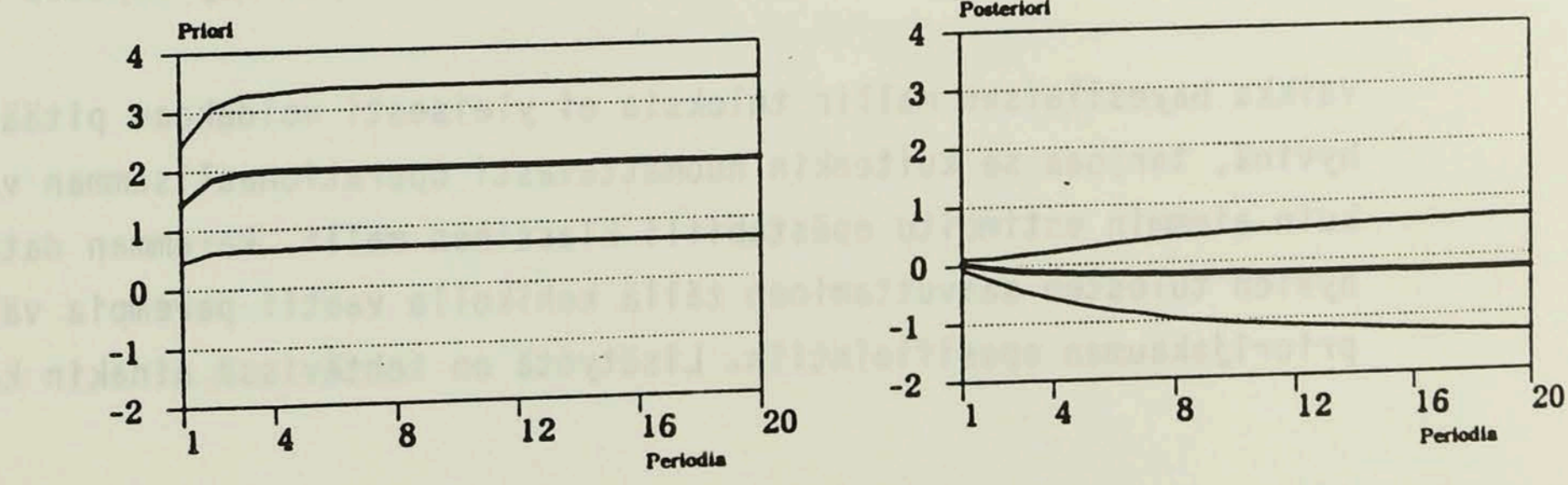
Alkatalletuskoron vaikutus osakkeisiin



Jvk-koron vaikutus osakkeisiin



Osaketuoton vaikutus osakkeisiin



Posteriorijakaumat ovat useissa tapauksissa muuttuneet hyvinkin voimakkaasti ja ikävä kyllä tavalla, joka vaikuttaa toisinaan pikemmin satunnaiselta kuin systemaattiselta tai intuitiivisesti. Käteistalleteuksilla posteriorijakaumat ovat pysyneet samankaltaisina kuin priorijakaumat lukuun ottamatta osaketuoton vaikutusta, jonka odotusarvo on posteriorijakaumassa käytännössä nolla. Jakaumien luottamusvälit ovat myös leventyneet selvästi. Ainoastaan joukkovelkakirjakoroilla jakauman hajonta on pysynyt varsin lähellä prioriarvoja. Kiinnostavaa on, että osan 6.2 klassisessa mallissa esiintynyt inflaation melko voimakas käteistalleteuksia vähentävä vaikutus on posteriorijakaumassa kadonnut.

Aikatalletusten yhtälön posteriorijakaumissa huomiota kiinnittää jo klassisessa mallissa esiintynyt voimakas reagointi positiivinen reaktio inflaatioon ja omaan reaalikorkoon. Nämä vaikutukset ovat posteriorijakaumassa pitkällä tähtäimellä voimakkaampia kuin priorijakaumassa, joskin ne esiintyvät pidemmällä viiveellä. Posteriorijakaumassa osakkeiden reaalityuoton vaikutus aikatalleteusten kysyntään on lyhyellä tähtäimellä nolla, mutta pitkällä tähtäimellä epäintuitiivisesti merkitsevästi positiivinen.

Joukkovelkakirjalainojen yhtälön posteriorijakaumassa puolestaan inflaation vaikutus on selvästi väärän merkinen. Muiden korkojen vaikutukset ovat odotetun merkkisiä, joskin joukkovelkakirjalainojen kysynnän reagointi omaan reaalikorkoon on varsin pieni.

Kuten datan konstruoinnin huomioon ottaen sopi odottaa, olivat posteriorijakaumien muutokset priorijakaumiin verrattuna suurimmat osakkeiden yhtälössä. Inflaation ja aikatalleteuskoron osalta luottamusvälit levenivät niin, että niiden vaikutukset osakkeiden kysyntään voidaan katsoa käytännössä nollaksi. Joukkovelkakirjojen koron vaikutukset olivat puolestaan väärän merkkiset ja oman reaalityuoton vaikutus myös käytännössä nolla.

Vaikka bayesilaisen mallin tuloksia ei yleisesti voidakaan pitää erityisen hyvinä, tarjoaa se kuitenkin huomattavasti operationaalisemman välineen kuin aiemmin estimoitu epästabiili klassinen malli. Paremman datan lisäksi hyvien tulosten saavuttaminen tällä kehikolla vaatii parempia välineitä priorijakauman spesifiointiin. Lisätyötä on tehtävissä ainakin kahdessa

asiassa. Estimointi tulisi suorittaa niin, että korkojen priorijakaumat voitaisiin spesifioida pitkän aikavälin kertoimille. Tämä on luultavasti mahdollista epälineaarisisessa kehikossa, jossa iteratiivisella menetelmällä estimoitaisiin posteriorijakaumat suoraan pitkän aikavälin kertoimille. Tässä yhteydessä tähän ilmeisen työlääseen tehtävään ei ryhdytty. Toinen jatkotutkimusta kaipaava ala on priorijakauman spesifiointi dynaamiselle systeemille. Tässä työssä soputumikerroinmatriisin priorit olivat kiistatta varsin tiukat. Suotavampaa olisi spesifioida heikommät priorit yksittäisille kertoimille ja tiukat priorit sopeutumiskerroinmatriisin ominaisarvoille. Myös tätä tehtävää olisi luonnollisesti lähestyttävä epälineaarisisessa kehikossa, eikä sen onnistumisesta ole takeita.

Liite: Epälineaarinen systeemiestimointi

Vektori-ARMAX -mallien estimointiin ei liene tarjolla valmista tietokone-ohjelmistoa. Tässä luvussa esitelty malli estimointiin seuraavasti. Yhtälöt 6.2a ja 6.2b ratkaistiin u_t :n ε_t :n suhteen

$$(A.1a) \quad u_t = \frac{\Delta A_t}{W_t} - Br_t - C \frac{A_{t-1}}{W_t}$$

$$(A.1b) \quad \varepsilon_t = u_t - \Phi u_{t-1} - \Theta \varepsilon_{t-1},$$

jossa systeemistä on poistettu yksi yhtälö, eli virhetermien kovarianssimatriisi on täyttä astetta. Ylemmässä yhtälössä hinnanmuutoksia kuvaava matriisi ($P_t P_{t-1}^{-1}$) on jo laskettu mukaan viivästettyyn varantosarjaan. Yhtälöt voidaan kirjoittaa muotoon

$$(A.2a) \quad u_t = \frac{\Delta A_t}{W_t} - (r'_t \otimes I) \text{vec}(B) - \left(\frac{A'_{t-1}}{W_t} \otimes I \right) \text{vec}(C)$$

$$(A.2b) \quad \varepsilon_t = u_t - (u'_{t-1} \otimes I) \text{vec}(\Phi) - (\varepsilon'_{t-1} \otimes I) \text{vec}(\Theta),$$

jossa \otimes kuvaa Kronecker-tuloa ja $\text{vec}()$ on operaattori, joka vektorisoi matriisin sarakkeittain. Virhetermin ε_t osittaisderivaatta vektorisoidun parametrimatriisin B suhteen saadaan rekursiosta

$$(A.3) \quad \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \text{vec}(B)'} = \frac{\partial u_t}{\partial \text{vec}(B)'} - \Phi \frac{\partial u_{t-1}}{\partial \text{vec}(B)'} - \Theta \frac{\partial \varepsilon_{t-1}}{\partial \text{vec}(B)'} \\ = -(r'_t \otimes I) + \Phi (r'_{t-1} \otimes I) - \Theta \frac{\partial \varepsilon_{t-1}}{\partial \text{vec}(B)'},$$

ja vastaavasti muille parametreille

$$\frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \text{vec}(C)'} = -\left(\frac{A'_{t-1}}{W_t} \otimes I \right) + \Phi \left(\frac{A'_{t-2}}{W_{t-1}} \otimes I \right) - \Theta \frac{\partial \varepsilon_{t-1}}{\partial \text{vec}(C)'}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \text{vec}(\Phi)'} = -(u'_{t-1} \otimes I) - \Theta \frac{\partial \varepsilon_{t-1}}{\partial \text{vec}(\Phi)'}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \text{vec}(\Theta)'} = -(\varepsilon'_{t-1} \otimes I) - \Theta \frac{\partial \varepsilon_{t-1}}{\partial \text{vec}(\Theta)'}$$

Normaalisuusoletuksen vallitessa uskottavuusfunktion maksimointi on ekvi-

valentia funktion

$$(A.4) \quad S(B, C, \Phi, \Theta) = \sum_t \varepsilon_t \Omega^{-1} \varepsilon_t + T \log(\Omega)$$

minimoinille. Tässä työssä minimointi suoritettiin Gauss-Newton -algoritmin "quadratic hill climbing" -modifikaatiolla. Määritellään matriisi

$$(A.5) \quad Z_t = \left[-\frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \text{vec}(B)'} \quad -\frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \text{vec}(C)'} \quad -\frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \text{vec}(\Phi)'} \quad -\frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \text{vec}(\Theta)'} \right]'$$

Funktio A.4 maksimoitiin iteroimalla lauseketta

$$(A.6) \quad \Psi_{h+1} = \Psi_h + \lambda (\sum_t Z_t \Omega_h^{-1} Z_t' + \mu I)^{-1} (\sum_t Z_t \Omega_h^{-1} \varepsilon_t),$$

jossa $\Psi = [\text{vec}(B)' \text{vec}(C)' \text{vec}(\Phi)' \text{vec}(\Theta)']'$, Ω_h on iteraation h parametriarvoilla estimoitu virhetermien kovarianssimatriisi ja λ on kullakin iteraatiolla erikseen optimoitava askeleen pituus. Termin μI tehtävä on varmistaa käännettävän matriisin positiivinen definiittisyys, jotta konvergointi tapahtuisi kohti minimiä, sekä samalla estää joillakin parametri-kombinaatioilla mahdollisesti esiintyvä singularisuus. Parametrin μ valinta voi perustua eri tavoilla optimoitavan funktion käyttäytymiseen pisteen Ψ_h ympäristössä (kts. esim Quandt, 1983), mutta tässäkin tapauksessa yksinkertaisempikin valintasääntö suoriutui erinomaisesti. Kullakin iteraatiolla μ valittiin seuraavasti

$$(A.7) \quad \mu = \max(\rho \lambda_{\max}^{-1}, \lambda_{\min}, 0),$$

jossa λ_{\max} ja λ_{\min} ovat matriisin $(\sum_t Z_t \Omega_h^{-1} Z_t')$ suurin ja pienin ominaisarvo ja ρ on pieni positiivinen luku. Käytännössä $\rho = 10^{-7}$ osoittautui hyväksi valinnaksi. Iterointia kokeiltiin eri alkuarvoista, ja konvergointi tapahtui keskimäärin kuudessa ja kaikissa tapauksissa vähemmässä kuin kymmenessä iteraatiossa.

Gauss-Newton -menetelmän tavoin myös QHC -menetelmä tuottaa sivutuotteena parametriestimaattien asymptoottisen kovarianssimatriisin, joka on systeemin konvergoitua viimeinen laskettu $(\sum_t Z_t \Omega_h^{-1} Z_t')$ -matriisi.

7. JOHTOPÄÄTÖKSET

" It is one thing to write down in conceptual terms a complete portfolio model, it is quite another to estimate such a model in practice." (Mayes & Savage, 1983, p. 211)

Tämän tutkielman keskeiseksi tavoitteeksi määriteltiin alussa selvittää rahoitusvirtamallien ja yleisen tasapainon kehikon käyttömahdollisuudet toisaalta teoreettisena, ymmärrystä syventävänä kehikkona ja toisaalta empiiristen ennustemallien pohjana, sekä tarkastella sen kytkentöjä mikro-teoriaan. Tässä luvussa kootaan edellisissä luvuissa saadut tulokset yhteen ja pohditaan niiden perusteella lyhyesti rahoitusvirtamallintamisen näkymiä.

Brainardin ja Tobinin mallikehikon ansiot ovat sinänsä kiistämättömät. Sen kontribuutiot rahamarkkinoiden mallittamiseen ovat lähes itsestäänselvyyksiä: rahoitusmarkkinat ovat monimuotoisempi kokonaisuus kuin IS-LM -kehikon rahan markkinat. Mallitettaessa rahoitusvaateiden kysyntöjä täytyy identiteetit ottaa huomioon. Varallisuuden pysyessä vakiona muutokseen yhden varallisuusesineen omistuksessa liittyy yhtä suuri vastakkaismerkkinen muutos toisten rahoitusvaateiden hankinnassa. Kyseessä on yksikertainen Walrasin lain ilmentymä - raha ei katoa tyhjään tai materialisoidu tyhjältä. Tästä seuraa heidän toinen huomionsa: jos allokaatiomallia konstruoidaessa yhden varallisuusesineen kysyntä jätetään muotoilematta eksplisiittisesti ja lasketaan se muiden yhtälöiden residuaalina, ei syntynyt implisiittinen kysyntäfunktio kaikkien muiden yhtälöiden harhaisuuden ja tehottomuuden summana todennäköisesti kanna mitään empiirisesti toimivaa tai teoreettisesti uskottavaa sisältöä.

Eteneminen näistä tosiseikoista operationaalisen mallin rakentamiseen johtaa jo huomattavasti hankalampiin ongelmiin. Mikroteoreettisen perustan ja empiirisen käyttökelpoisuuden yhdistäminen aggregaattitasolla vaatii oletuksia, joiden yksinkertaisesti tiedetään olevan vääriä. Näin ollen rahoitusvirtamallin operationalisoinnissa lienee järkevintä noudattaa Brainardin ja Tobinin käyttämää, käytännöllisesti orientoitunutta lähestymistapaa. Lineaarinen rahoitusvirtamalli on ensimmäisen asteen approksimaatio tuntemattomalle relaatiolle, ja jos malli toimii, se

toimii. Mikroteorian testaukseen rahoitusvirtamalleilla ei ole juurikaan kontribuoitavaa.

Kovin paljoo helpommalla ei päästä, kun unohdetaan mikroteoria ja ryhdytään ad hoc -pohjalta rakentamaan empiirisesti toimivaa mallia. Keskeisin ongelma kiteytyy tämän luvun alussa lainattuun Mayesin ja Savagen toteamukseen. Empiirisessä rahoitusvirtamallintamisessa tulevat eteen kaikki ne ongelmat, jotka vaikeuttavat klassisen regressioanalyysin soveltamista aikasarja-analyysiin, ainakin kertaluokkaa vaikeampina kuin yhden yhtälön malleissa. Rahoitusmarkkinat ovat rakenteiltaan muuttuva ja äärimmäisen vaikeasti mallitettava kokonaisuus heterogeenisia, eri nopeudella tasapainottuvia, monilla tavoin toisiinsa kytkeytyneitä markkinoita, jotka kullakin hetkellä ovat tai eivät ole tasapainossa. Tämän kompleksisen kokonaisuuden kuvaaminen disaggregoidulla rakenteellisella mallilla vaatii niin suuren määrän parametreja, ettei aikasarjadatan sisältämä informaatio käytännössä riitä niiden estimoimiseen. Liioittelematta voidaan todeta, että tähänastinen empiirinen työ rahoitusvirtamallien alalla ei ole tuottanut vakavasti otettavaa informaatiota rahoitusmarkkinoiden toiminnasta.

Rahoitusvirtamallien soveltamisessa Suomen aineistoon korostuvat datan heikkolaatuisuuden ja rahoitusmarkkinoiden rakennemuutoksen aiheuttamat ongelmat. Eri sektorien rahoitusvirroista kerätty aineisto on puutteellista ja epäkonsistenttia ja esimerkiksi osakkeiden omistuksesta ei informaatiota ole juuri lainkaan. Mikäli muutokset rahoitusmarkkinoilla tasaantuvat ja tilastointi kehittyy, kestää silti vuosia, ennen kuin kunnianhimoinen empiirinen työ on tämän kehikon puitteissa mahdollista.

Puhtaan aikasarja-analyttisen tutkimuksen alalla rahoitusvirtamallien hyödyntämismahdollisuudet ovat siis vähäiset. Luultavasti juuri tämän takia lähestymistavan kehittäjät ja veteraanit Yalen yliopistossa eivät pyrikään rakentamaan empiirisiä mallejaan klassisen regressioanalyysin varaan, vaan käyttävät niiden rakentamisessa bayesilaista lähestymistapaa. Jos tässä työssä suoritettujen analyysien perusteella halutaan antaa konstruktiivisia suosituksia rahoitusvirtamallien empiiriseen soveltamiseen, näyttää bayesilainen lähestymistapa lupaavimmalta. Helpon intuitiivisen ymmärrettävyytensä vuoksi yleisen tasapainon kehikko sopii tähän käyttöön hyvin. Tällä tavoin tuotettu malli on tietenkin altis kaikelle

bayesilaisen lähestymistavan arvostelulle. On kuitenkin selvää, että jos rahoitusmarkkinoiden yleisen tasapainon kehikkoa halutaan käyttää esimerkiksi makromallin operationaalisenä osana, on ongelmaa pakko lähestyä vahvoin priorinäkemyksin. Klassiseen ekonometriseen lähestymistapaan kiintyneille Brainardin ja Tobinin alulle saattama rahamarkkinatutkimuksen yleisen tasapainon lähestymistapa ja sen osana disaggregoidut rahoitusvirtamallit perustelevat olemassaolonsa pikemmin intuitiivisuudellaan kuin operationaalisuudellaan.

LÄHTEET

- AGELL, J. (1986) The Effects of Capital Taxation, Uppsala University.
- ALHO, K. (1988) Analysis of Financial Markets and Central Bank Policy in the Flow-of-Funds Framework, The Research Institute of the Finnish Economy, series A 12, Helsinki
- ALLEN, S.D. - CONNOLLY, R.A. (1989) Financial Market Effects on Aggregate Money Demand: A Bayesian Analysis, Journal of Money Credit and Banking, Vol. 21, No. 2 (May), 158 - 175.
- AMEMIYA, T. (1983) Nonlinear Regression Models, kirjassa Handbook of Econometrics (toim. Z. Griliches - M.D. Intriligator), 333 - 389.
- ANDERSON, G.J. - BLUNDELL, R. W. (1982) Estimation and Hypothesis Testing in Dynamic Singular Equation Systems, Econometrica, Vol. 50, No. 6 (Nov.), 1559 - 1571.
- BABA, Y. - ENGLE, R.F. - KRAFT, D.F. - KRONER, K.F. (1988) Multivariate Simultaneous Generalized ARCH, julkaisematon käsikirjoitus, University of California, San Diego.
- BACKUS, D. - BRAINARD, W.C. - SMITH, G. - TOBIN, J. (1980) A Model of U.S. Financial and Nonfinancial Behavior, Journal of Money, Credit and Banking, Vol. 12, No. 2 (May), 259 - 293.
- BACKUS, D. - PURVIS, D.D. (1980) An Integrated Model of House hold Flow-of-Funds Allocations, Journal of Money, Credit and Banking, Vol. 12, No. 2 (May), 400 - 421.
- BARR, D.G. - CUTHBETSON, K. (1989) Modelling the Flow of Funds, Bank of England Discussion Papers, No. 21.
- BARR, D.G. - CUTHBETSON, K. (1989) Econometric Modelling of the Financial Decisions of the UK. Personal Sector, Bank of England Discussion Papers, No. 22.
- BEACH, C.M. - MacKINNON, J.G. (1979) Maximum Likelihood Estimation of Singular Equation Systems With Autoregressive Disturbances, International Economic Review, Vol. 20, No. 2, (June), 459 - 464.
- BELLMAN, R. (1970) Introduction to Matrix Analysis, McGraw-Hill, New York.
- BERNDT, E.R. - McCURDY, T.H. - ROSE, D.E. (1980) On Testing Theories of Financial Intermediary Portfolio Selection, Review of Economic Studies, Vol. 47, (Oct.), 861 - 873.
- BERNDT, E.R. - SAVIN, N.E. (1975) Estimation and Hypothesis Testing in Singular Equation Systems With Autoregressive Disturbances, Econometrica, Vol. 43, No. 5 - 6 (Sept. - Nov.), 937 - 957.
- BRAINARD, W.C. - TOBIN, J. (1968) Econometric Models: Their Problems and Usefulness - Pitfalls in Financial Model Building, American Economic Review, Vol. 58, (May), 99 - 122.

- CASS D. - STIGLITZ J.E. (1970) The Structure of Investors Preferences and Asset Returns, and Separability in Portfolio Allocation, *Journal of Economic Theory*, Vol. 2., 122 - 160.
- CHRISTOFIDES, L.N. (1976) Quadratic Costs and Multi-Asset Partial Adjustment Equations, *Applied Economics*, Vol. 8, 301 - 305.
- CLINTON, K. (1973) Pitfalls in Financial Model Building: Comment, *American Economic Review*, Vol. 63, (Dec.), 1003 - 1004.
- COURAKIS, A.S. (1988) Modelling Portfolio Selection, *The Economic Journal*, Vol. 98, (Sept.), 619 - 642.
- COURAKIS, A.S. (1989) Does Constant Relative Risk Aversion Imply Asset Demands That Are Linear in Expected Returns, *Oxford Economic Papers*, Vol. 41, 553 - 566.
- DAVIS, A.W. (1970) Exact Distributions of Hotelling's Generalized T_0^2 , *Biometrika*, Vol. 57, 187 - 191.
- DEATON, A. - MULLBAUER, J. (1980) *Economics and Consumer Behavior*, Cambridge University Press.
- DICKEY, D.A. - FULLER, W.A. (1979) Distribution of Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74, 427 - 431.
- DURBIN, J. (1970) Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression When Some of the Regressors Are Lagged Dependent Variables, *Econometrica*, Vol. 38, No. 3 (May), 410 - 421.
- ENGLE, R.F. (1988) Multivariate Arch with Factor Structures-Cointegration in Variance, esitelmä, Conference on Time Varying Variances in Money and Finance, University of California, San Diego.
- ENGLE, R.F. - GRANGER, C.W.J. (1987) Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing, *Econometrica*, Vol. 55, No. 2, 251 - 279
- ENGLE, R.F. - HENDRY, D.F. - RICHARD, J-F. (1983) Exogeneity, *Econometrica*, Vol. 51 (March), 277 - 304.
- ENGLE, R.F. - NG, V.K. - ROTSHILD, M. (1989) Asset Pricing with a Arch Covariance Structure, julkaisematon käsikirjoitus, University of California, San Diego.
- ENGLE, T.F. - YOO, B.S. (1987) Forecasting and Testing in Co-Integrated Systems, *Journal of Econometrics*, Vol. 35, 143 - 159.
- FAMA E.F. (1970) Multiperiod Consumption-Investment Decisions, *American Economic Review*, Vol. 60, 163 - 174.
- FELDSTEIN, M.S. (1969) Mean-Variance Analysis in the Theory of Liquidity Preference and Portfolio Selection, *Review of Economic Studies*, Vol. 36 (Jan.), 5 - 12.

- FRIEDMAN, B.M. (1985) Portfolio Choice and Debt-to-Income Relationship, *American Economic Review*, Papers and Proceedings, Vol. 75 (May), 338 - 343.
- FRIEDMAN, B.M. - ROLEY V.V. (1979) Investors' Portfolio Behavior under Alternative Models of Long-Term Interest Rate Expectations: Unitary, Rational, or Autoregressive, *Econometrica*, Vol. 47 (Nov.), 1475 - 1497.
- HARVEY, A.C. (1981) *The Econometric Analysis of Time Series*, Philip Allan, Oxford.
- HATANAKA, M. (1974) An Efficient Two-Step Estimator for the Dynamic Adjustment Model with Autoregressive Errors, *Journal of Econometrics*, Vol. 2, (Sept.), 199 - 220.
- HENDRY, D.F. (1971) Maximum Likelihood Estimation of Systems of Simultaneous Regression Equations With Errors Generated by Autoregressive Process, *International Economic Review*, Vol. 12, No. 2, (June), 257 - 272.
- HENDRY, D.F. - MIZON, G.E. (1978) Serial Correlation as a Convenient Simplification, Not a Nuisance, *The Economic Journal*, Vol. 88 (Sept.), 549 - 563.
- HUANG, C. - LITZENBERGER, R.H. (1988) *Foundations for Financial Economics*, Amsterdam, North-Holland.
- HUOMO, A. - KORHONEN, T. - POHJOLA, I. - RANTALA, O. (1976) Rahoitus-tilinpito analyysivälineenä, *Suomen Pankin julkaisu*, D:41, Helsinki.
- JOHANSEN, S. (1988) Statistical Analysis of Cointegration Vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 12, No. 2/3 (June/Sept.), 231 - 254.
- KEATING, G. (1985) *The Financial Sector of the London Business School*, kirjassa *Advances in Monetary Economics* (toim. D. Currie), London.
- KENNAN J. (1979) The Estimation of Partial Adjustment Models with Rational Expectations, *Econometrica*, Vol. 47 (Nov.), 1441 - 1455.
- KMENTA, J. (1971) *Elements of Econometrics*, Macmillan, New York.
- KOSTIAINEN, S. (1981) Rahoitusmarkkinavaikutusten välittymismekanismit ja teollisuuden sijoituspäätökset Suomessa, *Suomen Pankin julkaisu*, D:48, Helsinki.
- KOURI, J.K.K. - PORTER, M.G. (1974) International Capital Flows and Portfolio Equilibrium, *Journal of Political Economy*, 443 - 467.
- LADENSON, M.L. (1971) Pitfalls in Financial Model Building: Some Extensions, *American Economic Review*, Vol. 61 (March), 179 - 186.
- LADENSON, M.L. (1973) Pitfalls in Financial Model Building: Reply and Some Further Extensions, *American Economic Review*, Vol. 63, (Dec.), 1005 - 1008.
- LEVY H. - MARKOWITZ H.M. (1979) Approximating Expected Utility by a Function of Mean and Variance, *American Economic Review*, Vol. 69 (June), 308 - 317.

- LIVIATAN, N. (1963) Consistent Estimation of Distributed Lags
International Economic Review, Vol. 4, No. 1 (Jan.), 44 - 52.
- LUUKKAINEN, H. (1983) Kotitalouksien kulutus-, investointi- ja rahoitus-
päätökset yhdistävä malli, Suomen Pankin julkaisu D:54, Helsinki.
- MAYES, D.G. - SAVAGE, D. (1983) The Contrast Between Portfolio Theory
and Econometric Models of the U.K. Monetary Sector, kirjassa Modern
Portfolio Theory and Financial Institutions, (toim. D. Corner and
D.G. Mayes), London.
- MADDALA, G.S. (1977) Econometrics, Kogakusha.
- MARDIA, K.V. - KENT, J.T. - BIBBY, J.M. (1979) Multivariate Analysis,
Academic Press, London.
- MARKOWITZ, H. (1952) Portfolio Selection, Journal of Finance, Vol. 7
(March), 77 - 91.
- MERTON, R.C. (1971) Optimum Consumption and Portfolio Rules in a
Continuous-Time Model, Journal of Economic Theory, Vol. 3, 373 - 413.
- MERTON, R.C. (1982) On the Microeconomic Theory of Investment Under
Uncertainty, kirjassa Handbook of Mathematical Economics, Vol. II,
(toim. K. Arrow & M.D. Intriligator), 603 - 669.
- NEAVE, E.H. (1971) Multiperiod Consumption-Investment Decisions and Risk
Preference, Journal of Economic Theory, Vol. 3, 40 - 53.
- NEUSSER, K. (1985) Multiple partial adjustment of portfolios under
rational expectations, Economics Letters, Vol. 19, 373 - 376.
- OWEN, D. (1986) Money, Wealth and Expenditure, Cambridge.
- PARKIN, J.M. (1970) Discount House Portfolio and Debt Selection, Review
of Economic Studies, Vol. 37 (Oct.), 469 - 497.
- PARKIN, J.M. - GREY, M.R. - BARRETT, R.J. (1970) The Portfolio Behaviour
of Commercial Banks, kirjassa The Econometric Study of the United Kingdom
(toim. K. Hilton & D.F. Heathfield), London, Macmillan.
- POTERBA, J.M. - ROTEMBERG, J.J. (1989) Money in the utility function:
an Empirical Implementation, kirjassa New Approaches to Monetary Economics
(toim. W.A. Barnett & K.J. Singleton), Cambridge.
- PRATT, J.W. (1964) Risk Aversion in the Small and in the Large,
Econometrica, (Jan. - April) Vol. 32, 122 - 136.
- PURVIS, D.D. (1978) Dynamic Models of Portfolio Behavior, American
Economic Review, Vol. 68 (June), 403 - 409.
- QUANDT, R.E. (1983) Computational Problems and Methods, kirjassa
Handbook of Econometrics, (toim. Z. Griliches & M.D. Intriligator),
699 - 764.

- ROLEY, V.V. (1983) Symmetry Restrictions in a System of Financial Asset
Demands: Theoretical and Empirical Results, Review of Economics and
Statistics, Vol. 65 (Feb.), 124 - 130.
- RUBINSTEIN M. (1974) An Aggregation Theorem for Securities Markets,
Journal of Financial Economics, Vol. 1, 255 - 244.
- SAITO M. (1977) Household Flow-of-Funds Equations: Specification and
Estimation, Journal of Money, Credit and Banking, Vol. 9 (Feb.), 1 - 20.
- SAMUELSON, P.A. (1970) The Fundamental Approximation Theorem of
Portfolio Analysis in Terms of Means, Variances and Higher Moments,
Review of Economic Studies, Vol. 37 (Oct.), 537 - 542.
- SHROYEN, F. (1988) A General Dynamic Portfolio Model, Universitaire
Faculteten Sint-Ignatius, Report 88/221, Antwerpen.
- SMITH, G. (1975) Pitfalls in Financial Model Building: A Clarification,
American Economic Review, Vol. 65 (June), 510 - 516.
- SMITH, G. (1978) Dynamic Models of Portfolio Behavior: Comment on Purvis,
American Economic Review, Vol. 68 (June), 410 - 416.
- SMITH, G. (1981) The Systematic Specification of a Full Prior Covariance
Matrix for Asset Demand Equations, Quarterly Journal of Economics,
Vol. 96 (May), 317 - 339.
- SMITH, G. - BRAINARD, W.C. (1976) The Value of A Priori Information In
Estimating A Financial Model, Journal of Finance, Vol. 31 (Dec.),
1299 - 1322.
- SPANOS, A. (1986) Statistical Foundations of Econometric Modelling,
Cambridge University Press, Cambridge.
- STARCK, C. (1989) How Are the Key Finnish Interest Rates Determined?,
Finnish Economic Papers, Vol. 2, No. 1.
- THEIL, H. (1961) Economic Forecasts and Policy, Amsterdam, North-Holland.
- THEIL, H. (1971) Principles of Econometrics, North-Holland, Amsterdam.
- TOBIN J. (1958) Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, Review of
Economic Studies, Vol. 25 (Feb.), 65 - 85.
- TOBIN, J. (1961) Money, Capital and Other Stores of Value, American
Economic Review, Vol. 51 (May), 26 - 37.
- TOBIN, J. (1969) A General Equilibrium Approach to Monetary Theory,
Journal of Money, Credit, and Banking, Vol. 1. (Feb.), 15 - 29.
- TOBIN, J. (1975) Discussion (of A. Aldo and F. Modigliani: Some
Reflections on Describing Structures of Financial Sectors), kirjassa the
Brookings Model: Perspective and Recent Developments, (toim. G. Fromm -
L.R. Klein), North-Holland, Amsterdam.

TOBIN, J. (1980) Asset Accumulation and Economic Activity, Yrjö Jahnsson Lectures, Basil Blackwell, Oxford.

TSIANG, S.C. (1972) The Rationale of the Mean-Standard Deviation Analysis, Skewness Preference, and the Demand for Money, American Economic Review, Vol. 67 (June), 354 - 371.

WALLIS, K.F. (1967) Lagged Dependent Variable and Serially Correlated Errors, Review of Econometrics and Statistics, Vol. 69, 555 - 567.

SUOMEN PANKIN KESKUSTELUALOITTEITA

ISSN 0785-3572

- 1/91 RISTO PELTOKANGAS Usean faktorin korkorakennemallit ja immunisaatio. 1991. 82 s. (ISBN 951-686-274-8)
- 2/91 ANTTI URVAS Volatile Exchange Rates and Speculation - Can the Dollar Movements of the 1980s Be Explained? 1991. 124 s. (ISBN 951-686-275-6)
- 3/91 MIKKO NISKANEN Velkakirjojen hinnoittelu arbitraasimallissa. 1991. 87 s. (ISBN 951-686-276-4)
- 4/91 CHRISTIAN C. STARCK Specifying a Bayesian Vector Autoregression for Short-Run Macroeconomic Forecasting with an Application to Finland. 1991. 35 s. (ISBN 951-686-279-9)
- 5/91 TUOMAS SAARENHEIMO Rahoitusvirtamallit ja kotitalouksien portfoliovalinta. 1991. 132 s. (ISBN 951-686-280-2)