ECONSTOR
Make Your Publications Visible.

A Service of
ZBW
Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft
Leibniz Information Centre for Economics

Meij, J. T.

Article

'n Vergelyking van die resultate van vier rekenaarsoekmetodes vir taktiese produksiebeplanning

South African Journal of Business Management

Provided in Cooperation with:
University of Stellenbosch Business School (USB), Bellville, South Africa

Suggested Citation: Meij, J. T. (1982) : 'n Vergelyking van die resultate van vier rekenaarsoekmetodes vir taktiese produksiebeplanning, South African Journal of Business Management, ISSN 2078-5976, African Online Scientific Information Systems (AOSIS), Cape Town, Vol. 13, Iss. 3, pp. 142-147, https://doi.org/10.4102/sajbm.v13i3.1189

This Version is available at:
https://hdl.handle.net/10419/217807

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

WWW.ECONSTOR.EU

Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft

'n Vergelyking van die resultate van vier rekenaarsoekmetodes vir taktiese produksiebeplanning

J.T. Meij
Departement van Bedryfsingenieurswese, Universiteit van Stellenbosch

A comparison of the results of four computer search-models for production planning. Many production managers are faced with the problem of planning production, inventory and workforce under the constraint of limited resources to meet a seasonal demand. Considerable research has been done on this planning problem and various models have been proposed. The linear decision rule (LDR), especially as applied to the well-known Paint Shop, represents a milestone in the development of such models and serves as a standard against which the performances of many other models are measured. In this paper a comparison is made between the LDR results and that of three computer search models, SDR, CONMIN and SUMT for the Paint Shop. Two different cost structures are used for the Paint Shop — the original structure developed by Holt *et al.* (a quadratic approximation to the costs of the Shop) and a ficticious fourth-order cost structure published by Goodman. The results of this study indicate that in cases where the cost structure is non-linear, the computer search techniques can be of some help to the production planner.

S. Afr. J. Bus. Mgmt. 1982, 13: 142 – 147

Verskeie alternatiewe optimeringsmetodes is aan die hand gedoen vir die bepaling van 'n optimale taktiese produksieplan vir die moderne vervaardigingsonderneming. Een van hierdie metodes staan bekend as LBR (Lineêre Besluitreël). In hierdie benadering maak die outeurs die aanname dat die kostestruktuur van 'n onderneming met kwadratiese kostefunksies benader kan word. Die tegniek word met groot sukses by 'n Verf-fabriek toegepas. In hierdie artikel word verslag gedoen oor die gebruik van drie rekenaarsoekmetodes (CONMIN, SUMT en SDR) vir die bepaling van die beste produksieplan vir die Verf-fabriek en 'n vergelyking van die resultate met dié van LBR word getref. 'n Fiktiewe vierde-orde kostestruktuur, soortgelyk aan dié van die Verf-fabriek, is deur Goodman saamgestel. Die rekenaarsoekmetodes word ook op hierdie kostestruktuur toegepas en vergelyk. Die resultate toon dat rekenaarsoekmetodes in die algemeen met sukses gebruik kan word vir hierdie soort probleem.

S.-Afr. Tydskr. Bedryfsl. 1982, 13: 142 – 147

Derde in 'n reeks van drie artikels

Prof. J.T. Meij
Hoof van Departement van Bedryfsingenieurswese, Universiteit van Stellenbosch, Stellenbosch 7600, Republiek van Suid-Afrika

Ontvang September 1981; aanvaar Februarie 1982

Inleiding: die probleem

Die moderne vervaardigingsonderneming is genoodsaak om die bronne tot sy beskikking vir vervaardiging maksimaal te benut. In taktiese produksiebeplanning, waarin die optimale benutting van die bronne nagestreef word, word op die mediumtermyn beplan vir produksiehoeveelhede, voorraadhoeveelhede en die arbeidsmag. Verskeie metodes is voorgestel vir die bepaling van die optimum werksmag, voorraadvlak en produksietempo vir die onderneming vir 'n gekose beplanningshorison. By die optimering van koste speel die kostestruktuur van die onderneming 'n besondere rol. As gevolg van die wiskundige beperking op van die voorgestelde wiskundige modelle kan net lineêre of kwadratiese benaderings gemaak word van die werklike kostestruktuur van die onderneming. Die optimering van 'n wiskundig vereenvoudigde kostestruktuur kan lei tot bestuursbesluite wat, gesien in die lig van die werklike komplekse kostestruktuur van die onderneming, nie optimaal is nie. Die soekmetodes wat in hierdie artikel bespreek word, oorbrug hierdie beperking deurdat dit volgens 'n spesifieke patroon in die komplekse meer-dimensionele werklike kostefunksieruimte na die optimum soek. Hierdie soektog is nie krities afhanklik van die wiskundige struktuur van die kostefunksie nie, en die kostemodel kan dus so kompleks wees soos wat die werklike situasie vereis.

Tweedemags-kostemodel

Die eerste kostemodel wat gebruik is, is dié vir 'n Verffabriek wat deur Holt, Modigliani, Muth en Simon[1] saamgestel is. Hulle het die werklike kostestruktuur van die Verffabriek met 'n stel lineêre en kwadratiese funksies benader. Hierdie funksies kan saamgestel word tot 'n kwadratiese doelwitfunksie met 'n stel beperkingsfunksies.

Die kwadratiese doelwitfunksie vir die totale koste van die Verffabriek, wat gewone lone, aanstellingskoste, afdankingskoste, oortydkoste, ledigetydkoste en voorraaddrakoste insluit, is soos volg:

$$C_N = \sum_{t=1}^{n} \Big[340\, W_t \quad \text{.......... gewone lone}$$

$$+\ 64{,}3\,(W_t - W_{t-1})^2 \quad \text{.......... werksmagveranderingskoste}$$

$$+\ 0{,}20\,(P_t - 5{,}67\,W_t)^2 + 51{,}2\,P_t - 281{,}0\,W_t \quad \text{.......... oortyd/ledigetydkoste}$$

$+ \; 0{,}0825\; (I_t - 320)^2\big]$......... voorraaddrakoste

Onderhewig aan die volgende materiaalbalansbeperkings:

$P_t + I_{t-1} - I_t = D_t$ .... vir alle t,

waar

W_t = Werksmag (aantal arbeiders) in periode t,
W_{t-1} = Werksmag (aantal arbeiders) in die vorige periode,
P_t = Produksievlak (gelling verf) in periode t,
I_t = Eindvoorraad in periode t,
I_{t-1} = Eindvoorraad van die vorige periode en
D_t = Vraag in periode t.

Die optimale produksieplan met betrekking tot arbeidsmag, produksiehoeveelheid en voorraadvlakke is bepaal met behulp van parsiële differensiaalrekening en die oplossing van 'n stel lineêre vergelykings. Vir die doeleindes van hierdie studie is die optimale oplossing van Holt *et al.* geneem as die werklike Verffabrief-kostestruktuur sodat rekenaarsoekmetodes hiermee en met mekaar vergelyk kan word. Aangesien die lineêre besluitreëls (LBR), wat sodoende ontwikkel is, wiskundigbewysbare optimale oplossings vir die bostaande kostestruktuur gee, is die optimale produksieplan vir die bepaalde beplanningshorison dus bekend. Twee beplanningshorisonne, naamlik 12 maande en 24 maande, is gebruik in die vergelykings.

Die vierdemags-kostemodel

Die tweede kostemodel wat gebruik is, is afkomstig uit 'n publikasie van Goodman[2] waarin die Verffabriek se kwadratiese kostestruktuur fiktief uitgebrei is na 'n vierde-orde kostefunksie. Aangesien hierdie model baie meer sensitief is vir klein veranderinge in die totale produksieplan, is verwag dat dit groter verskille tussen die rekenaarsoekmetodes sal uitwys. Die doelwitfunksie is soos volg:

$C_N = \sum_{t=1}^{n} \big[340\, W_t$ .... gewone lone

$+ \; 64{,}3\; (W_t - W_{t-1})^4$ .... werksmagveranderingskoste

$+ \; 0{,}2\; (P_t - 6\, W_t)^4$ .... oortyd/ledigetydkoste

$+ \; 0{,}1\; (P_t - P_{t-1})^4$ .... produksievlak veranderingskoste

$+ \; 0{,}1\; (I_t - 320)^4\big]$ .... voorraaddrakoste,

onderhewig aan dieselfde materiaalbalansbeperkings as vir tweedemags-kostemodel wat reeds gegee is. Die simbole het ook dieselfde betekenis as vir tweedemags-kostemodel. 'n Vergelyking van die resultate van die verskillende soekmetodes word nou vir die bostaande hoër-orde kostestruktuur gedoen.

Rekenaarsoekmetodes

Die toepasbaarheid en prestasie van drie verskillende rekenaarsoekmetodes is getoets op bostaande twee kostemodelle vir beplanningshorisonne van 12 maande en 24 maande. Die drie soekmetodes wat gebruik is, is:

- Die 'Search Decision Rule' (SBR) ontwikkel deur Taubert.[3] Dit is spesifiek ontwikkel om te gebruik vir taktiese produksiebeplanningsprobleme en maak gebruik van die Hooke-Jeeves-patroonsoekmetode.
- Die 'Sequential Unconstrained Minimization Technique' (SUMT) van Fiacco en McMormick.[4]
- Die 'Constrained Minimization'-soekmetode (CONMIN) van Haarhoff, Buys en Von Molendorff.[5]

Die drie rekenaarsoekmetodes soek almal, volgens 'n patroon eie aan elke soekmetode, in die N-dimensionele funksieruimte na 'n minimum doelwitfunksiewaarde. Die metodes verskil ook ten opsigte van die metodiek wat gevolg word om beperkingsfunksies in ag te neem.

Die Soek-Besluitreël (SBR) van Taubert gebruik die patroonsoektog, ontwikkel deur Hooke en Jeeves,[6] as basis. Die soekmetode is gebaseer op die beginsel dat as 'n beweging van een punt na 'n ander in 'n n-dimensionele ruimte suksesvol was, die volgende beweging ook in daardie rigting gemaak moet word. Die soeksubroetine bestaan dan ook uit twee dele, naamlik 'n ondersoek-soektog wat die plaaslike eienskappe van die responsvlak rondom die basispunt evalueer, en 'n beweeglogika wat die inligting uit die ondersoek gebruik om die verskuiwing van die basispunt te administreer. Die resultate wat Taubert vir die tweedemagsmodel behaal het, word hierin gebruik.

Die SUMT-rekenaarsoekmetode vind die minimum van 'n meer-dimensionele, nie-lineêre, of lineêre doelwitfunksie onderhewig aan eweredigheids- sowel as ongelykheidsbeperkings. In die metode word die doelwitfunksie en beperkings gekombineer in 'n nuwe onbeperkte doelwitfunksie wat dan deur 'n gepaste multi-dimensionele, onbeperkte minimeringstegniek ondersoek word. Die SUMT-rekenaarsoekmetode bied 'n keuse van vier minimeringsmetodes, naamlik:

- die algemene Newton-Raphson-metode,
- die metode van Newton en Raphson soos aangepas deur Fiacco en McCormick,[4]
- die steilste helling soektog en
- die Fletcher-Powell-metode soos aangepas deur McCormick.[4]

Die Fletcher-Powell-metode het deurgaans die beste presteer in toetslope. Alle SUMT-resultate wat hier gegee is, is met die metode verkry.

Die CONMIN-rekenaarsoekmetode omvorm ook die oorspronklike doelwitfunksie en die beperkings tot 'n nuwe onbeperkte doelwitfunksie. Die metode van Fletcher en Powell[7] word ook gebruik om die nuwe onbeperkte doelwitfunksie te minimeer. Dié rekenaarsoekmetode verskil egter van die SUMT-rekenaarsoekmetode in die manier waarop die gemodifiseerde onbeperkte doelwitfunksie uit die oorspronklike doelwitfunksie en die beperkings saamgestel word.

Resultate

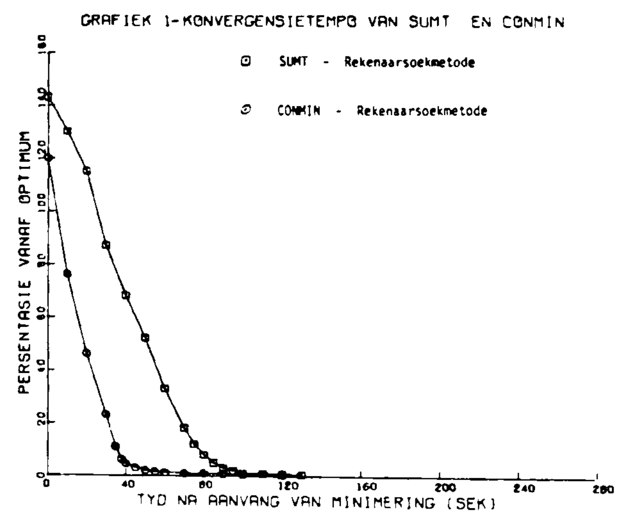
Rekenaartyd en konvergensietempo

Vergelykings is gemaak van die rekenaartyd en konvergensietempo van die SUMT- en CONMIN-soekmetodes. Die totale rekenaartyd op die UNIVAC 1110 van die Universiteit van Stellenbosch (insluitend die tyd vir die MAP-verwerker) vir die twee beplanningshorisonne (12 en 24 maande onderskeidelik) word in Tabel 1 gegee vir albei kostestrukture. Hieruit blyk dit dat die CONMIN-soekmetode ongevoeliger is as die SUMT-soekmetode vir

'n toename in die dimensies van die probleem vir die tweedemags-kostestruktuur. In die geval van die vierdemags-kostestruktuur vind die omgekeerde plaas, maar presteer CONMIN heelwat beter in 'n korter tyd as SUMT wat betref die optimale koste. In Figuur 1 word 'n vergelyking getoon tussen die konvergesietempo van die twee soekmetodes. CONMIN konvergeer baie gou (binne minder as 40 s tot ongeveer 6% van die optimum af) terwyl SUMT 'n baie stadiger konvergensietempo toon.

Tabel 1 Rekenaartyd (insluitend MAP) vir CONMIN en SUMT

Aantal dimensies	Tweedemagsmodel SUMT (s)	Tweedemagsmodel CONMIN (s)	Vierdemagsmodel SUMT (s)	Vierdemagsmodel CONMIN (s)
24	66	72	177	142
48	197	170	255	228
Minimum: (R) koste	718 781	717 265	13 779 182	13 477 848



Figuur 1 Konvergensietempo van SUMT en CONMIN

Resultate: Tweedemags-kostestruktuur

Die resultate van die toepassing van die drie rekenaarsoekmetodes op die tweedemags-kostestruktuur van die Verffabriek in vergelyking met die optimum plan wat Holt *et al.* met behulp van die LBR verkry het, word vir 'n 20-maande beplanningshorison in Tabel 2 gegee. Die totale kosteresultate vir 20 maande is die volgende: (Sien Tabel 3.)

LBR : R563 238
CONMIN : R572 898 (1,7% hoër as LBR)
SUMT : R573 197 (1,8% hoër as LBR)
SBR : R574 130 (1,9% hoër as LBR)

Die lineêre besluitreël-resultate is verkry met twee opeenvolgende beplanningshorisonne van 12 maande elk om sodoende produksie-, voorraad- en arbeidsmagplanne vir 24 maande te bereken. Die resultate van die soekmetodes is verkry met 'n 24-maande beplanningshorison met die eindvoorraad in die laaste periode onbeperk gelaat. Die vergelykings hierbo word vir die eerste 20 maande van hier-

Tabel 2 Produksie-, werksmag- en voorraadbeplanning vir die lineêre besluitreël

Tegniek: Periode (maand)	Tegniek: Vraag (gell)	LBR: Werksmag (man)	LBR: Produksie (gell)	LBR: Voorraad (gell)
1	430	78	468	301
2	447	75	442	296
3	440	72	416	272
4	316	69	382	337
5	397	67	377	317
6	375	66	368	311
7	292	65	360	379
8	458	65	382	303
9	400	66	377	280
10	350	67	366	296
11	284	69	365	377
12	400	72	404	381
13	483	75	447	345
14	509	79	477	313
15	500	83	495	307
16	475	87	511	343
17	500	91	543	386
18	600	96	595	380
19	700	100	641	321
20	700	103	661	282

die totale beplanningshorison gedoen om die effek van verskille in eindvoorraad uit te skakel. Die totale kosteresultate van al drie die soekmetodes toon dat dit vir alle praktiese doeleindes dieselfde resultaat lewer as die kwadratiese programmeringsbenadering van Holt *et al.* CONMIN gee die beste kosteresultaat (slegs 1,7% vanaf die globale optimum), hoewel die verskille tussen die kosteresultate van die metodes weglaatbaar klein is. Die produksie-, werksmag- en voorraadplanne is so te sê identies soos wat Figure 2, 3 en 4 toon.

Resultate: Vierdemags-kostestruktuur

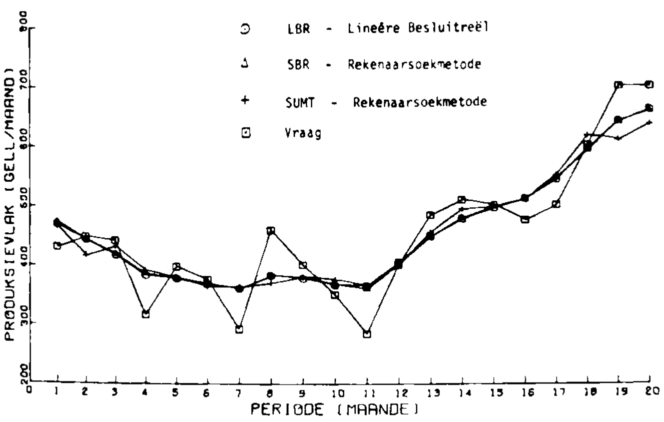
Daar is nie 'n metode beskikbaar om vir die vierdemagskostestruktuur 'n wiskundigbewysbare optimale oplossing te verkry nie, derhalwe kan die drie soekmetodes slegs onderling vergelyk word wat betref die aard van die produksieplan en die minimum totale koste bereken. Hierdie vergelyking word hieronder gedoen. Die totale kosteresultate vir 20 maande is die volgende:

SBR : R7 668 659
CONMIN : R7 796 774 (1,7% hoër as SBR)
SUMT : R8 123 473 (5,9% hoër as SBR)

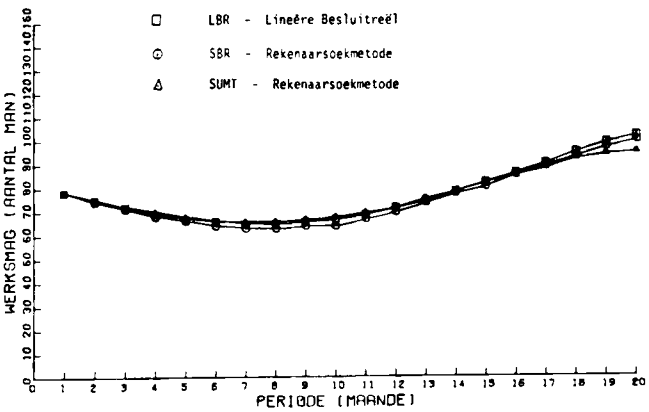
Soos in die geval van die tweedemags-kostemodel is die produksie-, voorraad- en arbeidsmagplanne vir 'n totale beplanningshorison van 24 maande met 'n onbeperkte eindvoorraadvlak bereken. (Sien Tabel 4.) Hierdie kostestruktuur is besonder kostesensitief vir klein veranderings in die beplanningsparameters. Figure 5, 6 en 7 toon hoe min die onderskeie planne verskil en tog is daar bykans 'n 6% kosteverskil tussen die SBR- en die SUMT-plan. Die SBR-toepassing, uit 'n vorige studie, lewer wel die laagste koste-resultaat, maar dit is onbekend wat die rekenaartyd is wat gebruik is — in 'n langer tyd sou CONMIN sowel as SUMT na verwagting ook 'n laer totale koste lewer.

Tabel 3 Produksie-, werksmag- en voorraadbeplanning vir die tweedemag-kostestruktuur

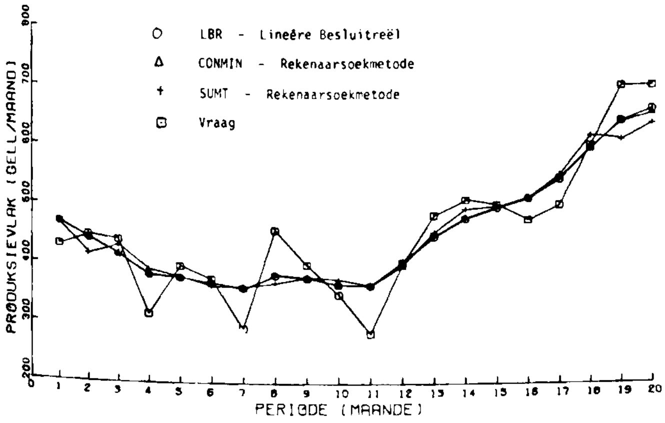
Tegniek		SBR			CONMIN			SUMT		
Periode (maand)	Vraag (gell)	Werksmag (man)	Produksie (gell)	Voorraad (gell)	Werksmag (man)	Produksie (gell)	Voorraad (gell)	Werksmag (man)	Produksie (gell)	Voorraad (gell)
1	430	78	472	305	78	467	300	78	466	298
2	447	74	443	301	75	442	295	74	416	267
3	440	71	418	279	72	415	270	72	431	259
4	316	68	385	348	70	381	335	70	391	334
5	397	66	376	327	68	377	315	68	378	315
6	375	64	366	318	67	368	307	66	364	304
7	292	63	360	386	66	359	375	66	363	375
8	458	63	382	309	66	383	300	66	370	287
9	400	64	379	288	67	378	278	67	380	267
10	350	64	366	304	68	366	394	68	375	292
11	284	67	359	379	70	366	376	70	365	373
12	400	70	401	380	72	405	381	72	399	373
13	483	74	447	344	76	449	346	76	455	344
14	509	78	479	314	79	479	316	79	494	330
15	500	81	498	312	83	497	314	83	498	328
16	475	86	510	348	86	514	352	86	511	363
17	500	90	547	394	89	546	398	89	551	414
18	600	94	592	387	93	596	394	93	617	431
19	700	98	642	328	95	640	335	95	610	342
20	700	101	659	287	96	653	287	96	637	279



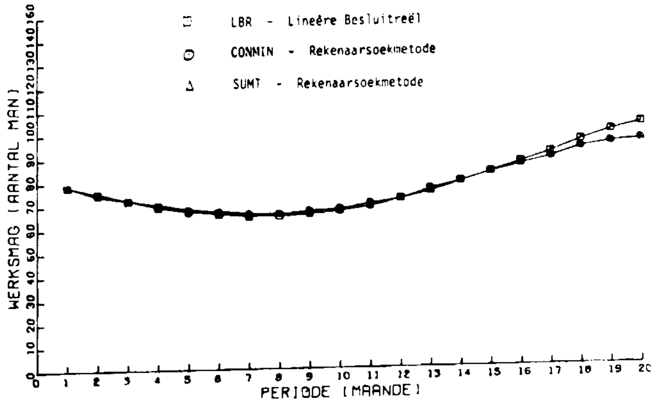
Figuur 2a Produksievlak teenoor periode



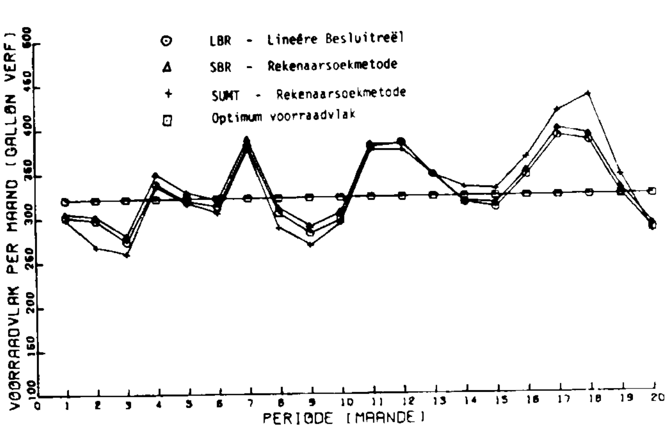
Figuur 3a Werksmag teenoor periode



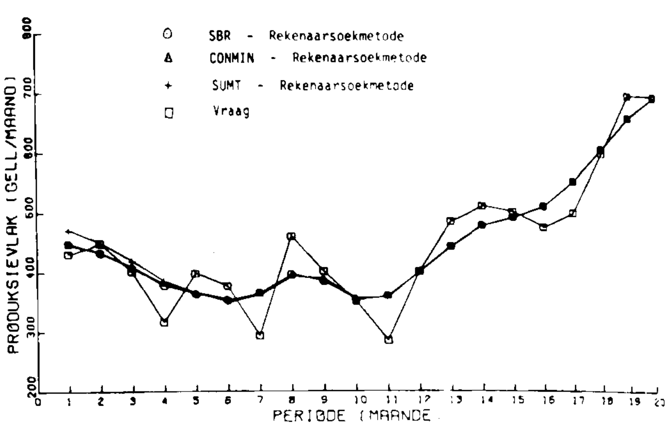
Figuur 2b Produksievlak teenoor periode



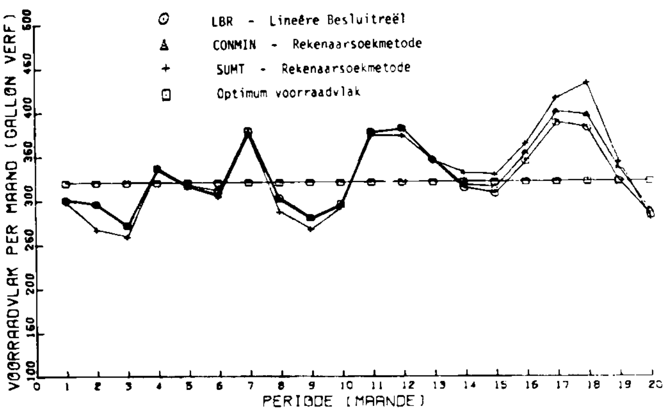
Figuur 3b Werksmag teenoor periode



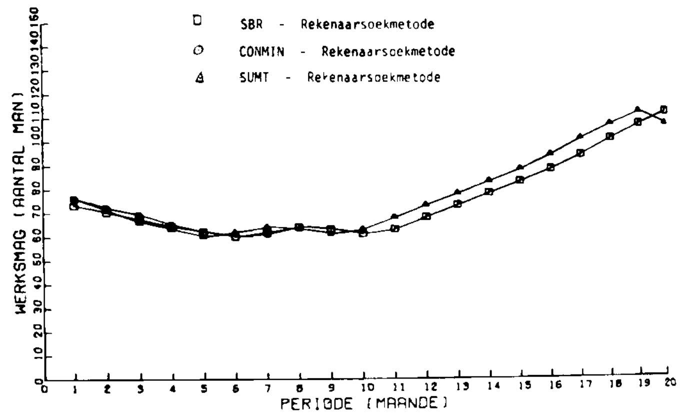
Figuur 4a Voorraadvlak teenoor periode



Figuur 5 Produksievlak teenoor periode



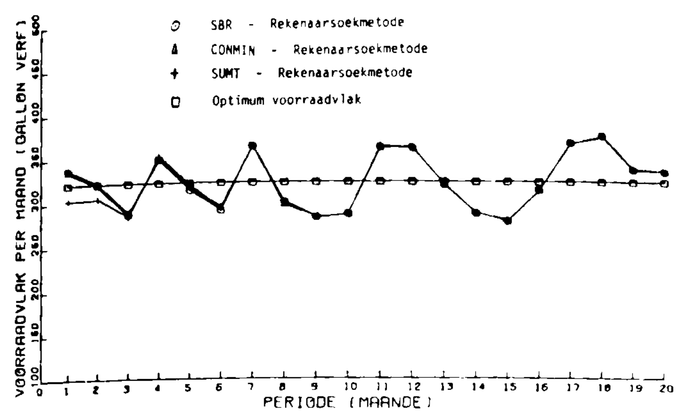
Figuur 4b Voorraadvlak teenoor periode



Figuur 6 Werksmag teenoor periode

Tabel 4 Produksie-, werksmag- en voorraadbeplanning vir die vierdemag-kostestruktuur

Soektegniek		SBR			CONMIN			SUMT		
Periode (maand)	Vraag (gell)	Werksmag (man)	Produksie (gell)	Voorraad (gell)	Werksmag (man)	Produksie (gell)	Voorraad (gell)	Werksmag (man)	Produksie (gell)	Voorraad (gell)
1	430	73	447	337	76	444	334	76	470	303
2	447	70	431	321	72	431	318	71	448	304
3	400	67	406	287	69	407	285	66	418	283
4	316	64	376	347	65	379	348	63	384	351
5	397	62	362	312	62	364	315	60	364	318
6	375	60	352	289	60	353	293	62	349	291
7	292	62	364	361	61	360	361	64	362	361
8	458	64	395	298	64	391	294	63	394	298
9	400	63	383	281	63	387	281	61	384	281
10	350	61	353	284	61	355	285	63	353	285
11	284	63	359	359	63	358	360	68	359	359
12	400	68	399	358	68	399	358	73	399	358
13	483	73	442	317	73	442	317	78	442	317
14	509	78	477	285	78	477	285	83	477	285
15	500	83	491	276	83	491	276	88	492	277
16	475	88	510	311	88	510	311	94	510	311
17	500	94	553	364	94	553	364	101	553	364
18	600	101	608	372	101	608	372	107	607	371
19	700	107	662	334	107	663	335	112	662	334
20	700	112	698	332	112	698	332	107	698	332



Figuur 7 Voorraadvlak teenoor periode

Gevolgtrekking en aanbeveling

Die doel van hierdie ondersoek was eerstens om vas te stel of rekenaarsoekmetodes geskik is as hulpmiddels vir die bepaling van goeie produksieplanne en, tweedens, hoe goed die beplanning is wat hiermee gedoen kan word. Uit hierdie studie blyk dit dat die rekenaarsoekmetodes met goeie gevolge gebruik kan word vir dié soort probleem. In die algemeen is gevind dat die soektog nie krities afhanklik is van die definiëring van aanvangswaardes nie. Die produksiebeplanner behoort in elk geval 'n goeie aanvangsoplossing te kan bepaal. Die verwagting is dat die rekenaartyd drasties sal toeneem met 'n verhoging in die aantal veranderlikes (bv. 'n multi-produk geval), wat dus 'n besondere beperking sal plaas op die gebruik van die soort benadering vir produksiebeplanning — hierdie aspek verg egter nog verdere ondersoek.

Summary

Many production managers are faced with the problem of planning production, inventory and workforce under the constraint of limited resources to meet a seasonal demand. Considerable research has been done on this planning problem and various models have been proposed. The linear decision rule (LDR), especially as applied to the well-known Paint Shop, represents a milestone in the development of such models and serves as a standard against which the performances of many other models are measured. In this paper a comparison is made between the LDR results and that of three computer search-models, SDR, CONMIN and SUMT for the Paint Shop. Two different cost structures are used for the Paint Shop — the original structure developed by Holt *et al.* (a quadratic approximation to the costs of the Shop) and a ficticious fourth-order cost structure published by Goodman.

In the case of the quadratic cost-structure, the results indicated very small differences between the optimum values obtained with all three search-models. In comparison with the proven optimal value of LDR the values for CONMIN are 1,7%, SUMT, 1,8% and SDR, 1,9% higher. For all practical purposes we can state that the optimal value is duplicated by all the search-models.

The fourth-order cost structure is very sensitive to small changes in the planning parameters so that a small change in for instance production quantity can result in a large change in the total cost. In this case the results of the models is compared to the SDR-model because we have no proven optimal value and the SDR-cost was the best. The CONMIN value is 1,7% and the SUMT value 5,9% higher than that of SDR.

The purpose of this investigation was to gain some experience in the use of computer search-methods for the calculation of aggregate production plans and to compare some of the best known search-methods available. It was found in general that this method can best be used in cases where cost-structures are highly non-linear and where other optimization methods like linear programming cannot be used. The time taken for the search was not critically dependent on the initial solution provided. One can also expect that the computer time for a search will drastically increase with an increase in parameters (e.g. in a multi-product case).

Verwysings

1. Holt, H.C., Modigliani, F. & Simon, H.A. A Linear Decision Rule for production and employment scheduling. *Manage. Sci.* Vol.2, Nr.1, Okt. 1955, pp.1 – 30.
2. Goodman, D.A. A new approach to scheduling aggregate production and work force. *A.I.I.E. Transactions*, Vol.5, Nr. 2, Junie 1973, pp.135 – 141.
3. Taubert, W.H. A Search Decision Rule for the aggregate scheduling problem. *Manage. Sci.*, Vol.14, Nr.6, Feb. 1968, pp.B343 – B359.
4. Fiacco, A.V. & McCormick, G.P. The Sequental Unconstrained Minimization Technique for non-linear programming, a primal-dual method. *Manage. Sci.*, Vol.10, Nr. 2, Jan. 1964, pp.360 – 366.
5. Haarhoff, P.C. Buys, J.D. & Von Molendorff, H. CONMIN: a computer programme for the minimization of a non-linear function subject to non-linear constraints. PEL 190, Atoomkragraad, Pretoria, soos aangehaal in Kuester, J.C. & Mize, J.H., *Optimization Techniques with Fortran*, McGraw-Hill Book Company, Hersiene uitgawe, 1973, p.472.
6. Hooke, R. & Jeeves, T.A. A Direct Search solution of numerical and statistical problems. *J. Assoc. Comp. Mach.*, April 1961.
7. Soos beskryf in Kuester, J.L. & Mize, J.H. *Optimization Techniques with Fortran*. McGraw-Hill Book Company, Hersiene uitgawe, 1973, pp.355 – 366.