ECONSTOR
Make Your Publications Visible.

A Service of
ZBW
Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft
Leibniz Information Centre for Economics

Henzel, Steffen; Mayer, Eric; Schimpfermann, Bodo

Working Paper

E-Stabilty: Über die Lernbarkeit von rationalen Erwatungsgleichgewichten

W.E.P. - Würzburg Economic Papers, No. 55

Provided in Cooperation with:
University of Würzburg, Department of Economics

Suggested Citation: Henzel, Steffen; Mayer, Eric; Schimpfermann, Bodo (2004) : E-Stabilty: Über die Lernbarkeit von rationalen Erwatungsgleichgewichten, W.E.P. - Würzburg Economic Papers, No. 55, University of Würzburg, Department of Economics, Würzburg

This Version is available at:
https://hdl.handle.net/10419/22349

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

WWW.ECONSTOR.EU

Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft

W. E. P.

Würzburg Economic Papers

No. 55

E-Stabilty: Über die Lernbarkeit von rationalen Erwatungsgleichgewichten

[Vorläufig]

Steffen Henzel*, Eric Mayer[#],Bodo Schimpfermann*

Universität Würzburg
Lehrstuhl für Volkswirtschaftslehre, Geld
und internationale Wirtschaftsbeziehungen
Lehrstuhl VWL 1
[#]Department of Economics, University of Würzburg
Sanderring 2, D-97070 Würzburg

*Ifo Institute for Economic Research

Postal Address
Ifo Institute for Economic Research D-81679 München, Germany.
Email: <Henzel@ifo.de>
Department of Economics, University of Würzburg, D-97070 Würzburg, Germany
Email: <eric.mayer@mail.uni-wuerzburg.de>
Ifo Institute for Economic Research D-81679 München, Germany
Email: <Schimpfermann@ifo.de>

E-Stabilty: Über die Lernbarkeit von rationalen Erwatungsgleichgewichten[1]

Steffen Henzel,

Ifo Institute for Economic Research D-81679 München, Germany

Eric Mayer,

Department of Economics, D-97070 Universität Würzburg

Bodo Schimpfermann

Ifo Institute for Economic Research D-81679 München, Germany

[Vorläufig]

Abstract

Dieses vorläufige Papier beinhaltet keinerlei neuen Erkenntnisse, sondern fasst lediglich einige zentrale Aspekte der makroökonomischen Lerntheorie (siehe Evans, Honkajohja (2001)) knapp zusammen. Es wird der Frage nachgegangen ob rationale Erwartungsgleichgewichte lernbar sind. Lernen bedeutet in diesem Zusammenhang im Wesentlichen, dass die ökonomischen Agenten mit dem Eintreffen neuer Daten ihre Schätzungen über makroökonomische Strukturgleichungen revidieren. Ökonomische Agenten können also so beschrieben werden, als ob sie wie ein Ökonometriker neue Informationen verarbeiten. In diesem kleinen Beitrag wollen wir erörtern welche formalen Bedingungen für stabiles adaptives Lernen erfüllt sein müssen.

JEL classification: C62

Keywords: MSV-Solution, Adaptive Learning, E-Stability

[1] Die Autoren bedanken sich bei der Graduate School Munich, die Ihnen ermöglicht hat den Kurs von Seppo Honkapohja „Learning and Expectations in Macroeconomics“, vom 15.-25. 2004 März zu besuchen. Natürlich gilt unser besonderer Dank Seppo Honkapohja selbst, der auf die vielen Fragen immer geduldig eingegangen ist.

"Nihil est in intellectu quod non fuerit antea in senso"
(John Stuart Mill)

1. Einleitung

Zweifelsohne ist das Lernen eines der spannesten Dinge im Leben. Schlägt man im Brockhaus nach, so ließt man unter Lernen:

Lernen: *Durch Erfahrung entstandene Verhaltensänderung und –möglichkeit, die Organismen befähigen, aufgrund früherer und weiterer Erfahrungen situationsangemessen zu reagieren. […] Menschliches Lernen ist eine überwiegend einsichtige, aktive sozial vermittelte Anregung von Kenntnissen. Brockhaus* Online Ausgabe (2002).

In der makroökonomischen Theorie ist die Frage wie Menschen lernen erst kürzlich in den Fokus des Interesses gerückt. Dies ist auch das Verdienst von *George W. Evans* und *Seppo Honkapohja* (2001), die mit ihrer Monographie „Learning and Expectations in Macroeconomics (2001)“ den methodischen Apparat für eine Reihe von linearen und nichtlinearen Modelltypen zusammengefasst und weiterentwickelt haben. Im Rahmen unseres Beitrags wollen wir nun eine Einführung in die Lerntheorie geben und dies anhand eines einfachen Beispiels veranschaulichen. Der Artikel ist wie folgt strukturiert: Im ersten Abschnitt werden wir kurz die allgemeine Intuition des sog. adaptiven Lernens darlegen. Der zweite Abschnitt skizziert dann den formalen Apparat für eine sehr gängige Klasse von Modelltypen, namentlich univariate lineare Modelle mit rationalen Erwartungen. Für andere Modellvarianten sei der Leser im Wesentlichen auf die Monographie von *Honkapohja/Evans* (2001) verwiesen.

2. Die allgemeine Intuition

Der Blickwinkel aus dem Makroökonomen Lernen thematisieren wurde kompakt in einer Monographie von George Evans und Seppo Honkapohja (2001) zusammengefasst. Will man verstehen, wie sich die Ökonomie dem Gebiet der Lernbarkeit von rationalen Erwartungsgleichgewichten nähert, so muss man sich zunächst noch einmal das

Standardparadigma der Ökonomie, namentlich rationale Erwartungen ins Gedächtnis rufen. Die Annahme rationaler Erwartungen beinhaltet gemäß *Muth* (1961) dass

„expectations are essentially the same as the relevant economic theory“,

oder aber mathematischer formuliert, dass die subjektive Erwartung bezüglich der Verteilung einer oder mehrerer Variablen mit der durch die Struktur des ökonomischen Modells und der durch die zugeordnete Informationsmenge bedingten Verteilungen identisch ist. Die subjektive Verteilungserwartung ist also dieselbe wie die des ökonomischen Modells. Somit gilt für das erste Verteilungsmoment.

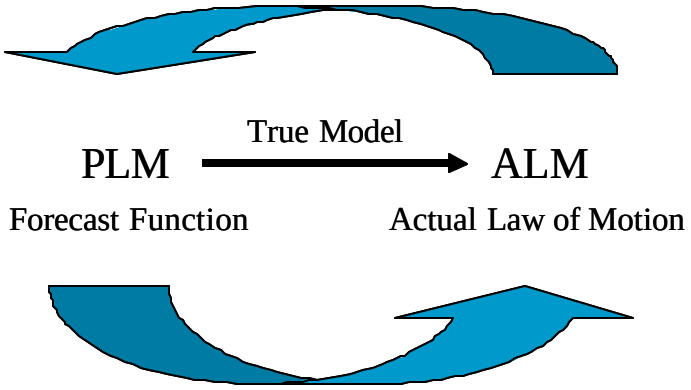
$$E_t\left(x_{t+1} \mid \Omega_t\right) - x_{t+1} = e_{t+1} \qquad e_t \overset{iid}{\sim} \left(0, s_e^2\right) \tag{1}$$

Dies bedeutet, dass Wirtschaftssubjekten keine systematischen Fehler unterlaufen, m.a.W. sie können also aus den Erwartungsirrtümern der Vergangenheit nicht lernen. Allerdings besteht hierzu auch keine Notwendigkeit, da die Erwartungsirrtümer keinerlei Systematik enthalten. Alle relevante Struktur wurde bereits herausgefiltert: Die Erwartungsirrtümer sind white-noise. Rationale Erwartungen sind somit ein Gleichgewichtskonzept, dass davon ausgeht, dass die Konvergenz zum rationalen Erwartungsgleichgewicht bereits abgeschlossen ist. Dies ist nun der zentrale Ansatzpunkt für die adaptive Lernperspektive. Sie stellt sich nämlich die Frage, ob und unter welchen Bedingungen die so identifizierten rationalen Erwartungsgleichgewichte lernbar sind.

Unter der Perspektive des adaptiven Lernens benötigen Wirtschaftssubjekte im Regelfall zwei Dinge, um lernen zu können: Erstens, eine Vorstellung über die adäquate Modellierung des für sie relevanten Teilsaspekts des ökonomischen Systems; also insbesondere eine Vorstellung über die relevante Funktionsform als auch das (minimale) Set an ökonomischen Variablen, das eine hinreichende Beschreibung der Umwelt liefert und zweitens Daten. Mit der Beobachtung neuer Daten haben Menschen die Möglichkeit, ihre Vorstellungen über die Funktionsweise ökonomischer Systeme zu revidieren. Oder anders formuliert: Die Lerntheorie, so wie sie heute in der makroökonomischen Theorie kommuniziert wird, charakterisiert Individuen prinzipiell so, als ob sie sich wie Ökonometriker Verhalten, die ihre Schätzungen mit jedem neuen Datenpunkt in Echtzeit updaten. Die gängigste Updating-Methode ist hierbei „Least-Square-Learning“. Basierend auf diesen Grundannahmen wird nun vor allem die Frage erörtert, ob rationale Erwartungsgleichgewichte lernbar sind. Existieren

multiple Gleichgewichte, so kann man die Lerntheorie auch dazu verwenden, lernbare von nicht lernbaren Gleichgewichten zu trennen. Abbildung 1 veranschaulicht noch einmal die grundlegende Intuition der adaptiven Lerntheorie.

Abbildung 1: Das Mapping vom PLM zum ALM



Die ökonomischen Agenten haben eine funktionale Vorstellung über das Bewegungsgesetz, mit Hilfe dessen sie die für sie relevanten Variablen prognostizieren können. Diese funktionale Vorstellung wird als das so genannte Perceived Law of Motion (PLM) bezeichnet. Neben diesem wahrgenommenen Gesetz der Bewegung gibt es darüber hinaus natürlich das tatsächliche Bewegungsgesetz, das den Verlauf der Variablen in der Zeit beschreibt. Hierbei spricht man vom so genannten Actual Law of Motion (ALM). Da es sich hier allerdings nicht um ein sich mechanisch entwickelndes System handelt, das sich unabhängig von der Erwartungsbildung der Privaten Agenten in die Zukunft entfaltet, besteht eine Rückkoppelung zwischen der privaten Erwartungsbildung und dem tatsächlichen Verlauf des Prozesses. Mit anderen Worten: Da die relevanten Größen wiederum selbst von der Erwartungsbildung der Privaten abhängen, handelt es sich um ein „self-referential system" (*Woodford (2003)*).

Neben der Grundfrage, ob rationale Erwartungsgleichgewichte lernbar sind gibt es viele alternative Anwendungen, die im Rahmen dieses Beitrags allerdings nicht thematisiert werden können. So zum Beispiel die Frage, was geschieht, wenn die Lerndynamik fehlspezifiziert ist (Misspecified Lerning Dynamics). Ein weiterer populärer Zweig thematisiert, unter welchen Umständen „sunspot-equilibria" lernbar sind. Unter diesem Szenario fließen „nicht fundamentale" Variablen in das rationale Erwartungsgleichgewicht ein. Für solche weitergehende Entwicklungen verweisen wir den interessierten Leser auf *Evan/Honkapohja s (2001)*.

3. Der formale Apparat des adaptiven Lernens

Zur formalen Veranschaulichung der Lerntheorie wollen wir nun stellvertretend auf das folgende univariate lineare Modell mit rationalen Erwartungen zurückgreifen:

$$y_t = a + d\,y_{t-1} + b_0\,E_{t-1}y_t + b_1 E_{t-1}y_{t+1} + u_t \qquad (2)$$

Dabei unterstellen wir, dass die endogene Variable y_t von der vergangenen Realisation y_{t-1} als auch von der kontemporär sowie der zukünftig erwarteten Realisation der Variablen y_t selbst abhängt. Annahmegemäß werden die Erwartungen in der Periode t-1 gebildet. Des Weiteren ist u_t ein white-noise Störterm. Viele interessante ökonomische Modelle lassen sich durch geschicktes reduzieren der Gleichungen in diese Form überführen. Stellvertretend für viele andere sei etwa das „overlapping wage contract model“ von *Taylor (1979)* genannt.

3.1 Die Bestimmung des rationalen Erwartungsgleichgewichts

Zunächst einmal stellt die obige Gleichung keine Neuerung im Sinne der Lerntheorie dar. Es ist ein univariates lineares Modell, das rationale Erwartungen beinhaltet. Folgerichtig lässt sich das rationale Erwartungsgleichgewicht mit Hilfe von Standardmethoden berechnen. Eine populäre Lösungsstrategie ist der Minimum State Variable Ansatz (MSV) von *McCullam (1983)*. Zunächst einmal ist die Intuition dieser Lösungsmethode recht einfach. Die Differenzengleichungen ist genau dann gelöst, wenn man alle endogenen Variablen als Funktion der Minimalen State Variablen, also aller im Zeitpunkt t bekannten und gegebenen Variablen, darstellen kann. Die Minimalen State Variablen im Zeitpunkt t sind durch $(1, y_{t-1})'$ beschrieben. Somit kann die Differenzengleichung also gelöst werden, indem man für die endogene Variable y_t folgende Lösung mit den noch zu bestimmenden unbekannten Koeffizienten $\bar{a}$ und $\bar{b}_1$ postuliert:

$$y_t = \bar{a} + \bar{b}_1 y_{t-1} + u_t \qquad (3)$$

Ziehen die ökonomischen Agenten diese vermutete Lösung zur Erwartungsbildung heran, so muss gelten:

$$E_{t-1}y_t = \bar{a} + \bar{b}_1 y_{t-1} \qquad (4)$$

$$E_{t-1}y_{t+1} = \bar{a}\left(1+\bar{b}_1\right)+\bar{b}_1^{\,2}y_{t-1} \tag{5}$$

Setzt man diese Gleichungen in (2) ein, so sieht man, dass für die endogenen Variablen y_t folgender Zusammenhang besteht.

$$y_t = a + b_0 a + b_1\left(a\left(1+b\right)\right)+\left(d + b_0 b + b_1 b^2\right)y_{t-1} + u_t \tag{6}$$

Vermerke, annahmegemäß sind ausschließlich die Koeffizienten $\bar{a}$ und $\bar{b}_1$ unbekannt. Offensichtlich haben wir nun zwei Bestimmungsgleichungen für y_t in Abhängigkeit der Minimalen State Variablen. Die beiden Gleichungen (3) und (6) können aber nur dann identisch sein, wenn die Koeffizienten vor den einzelnen Variablen gleich sind. Die Gleichstellung der unbekannten Koeffizienten liefert:

$$b_1\bar{b}_1^{\,2} + \left(b_0 - 1\right)\bar{b}_1 + d = 0 \tag{7}$$

$$a\left(1 - b_0 - b_1\left(1+\bar{b}_1\right)\right)^{-1} = 0 \tag{8}$$

Löst man die Gleichung (7) nach dem unbekannten Koeffizienten $\bar{b}_1$ auf, so erhält man folgende Lösung:

$$\bar{b}_{1,2} = -\frac{b_0 - 1}{2b_1} \pm \frac{1}{2b_1}\sqrt{\left(b_0 - 1\right)^2 - 4b_1 d} \tag{9}$$

Somit existieren unter der Annahme, dass $\left(b_0 - 1\right)^2 - 4b_1 d > 0$, ist zwei rationale Erwartungsgleichgewichte. Setzt man beispielhaft $b_0 = 1.5$, $b_1 = -1.5$ und $d = 0.1$, so erhält man für die rationalen Erwartungsgleichgewichte die beiden folgenden AR(1) Prozesse.

$$y_t = 6.9204 - 0.474 y_{t-1} + u_t \tag{10}$$

$$y_t = 1.6523 + 0.1403 y_{t-1} + u_t \tag{11}$$

Offensichtlich sind beide rationalen Erwartungsgleichgewichte stabil, da die autoregressiven Koeffizienten $(-0.474 \quad 0.1403)$ vom Betrage her kleiner als eins sind.

3.2 Die Lerntheorie

Hier setzt nun die Lerntheorie ein. Wir wollen nun der Frage nachgehen, ob die so berechneten rationalen Erwartungsgleichgewichte lernbar sind. Es sei unterstellt, dass die Wirtschaftssubjekte in Echtzeit lernen, indem sie ihre Einschätzung über die zu erlernenden Koeffizienten $\bar{a}$ und $\bar{b}_1$ mit Hilfe eines „Recursive Least Square Estimators“ updaten. Revidieren die Wirtschaftssubjekte ihre Schätzung mit „Recursive Least Square“ so verhalten sie sich so, als ob sie folgenden Schätzer verwenden:

$$f_{t-1} = \begin{pmatrix} a_{t-1} \\ b_{t-1} \end{pmatrix} = \left(\sum_{t=1}^{T-1} z_{t-1} z_{t-1}^{'} \right)^{-1} \left(\sum_{t=1}^{T-1} z_{t-1} y_t \right) \tag{12}$$

Äquivalent kann man nun diesen Schätzer auch wie folgt umschreiben:

$$\begin{aligned} f_t &= f_{t-1} + t^{-1} S_{t-1}^{-1} z_{t-1} \left(z_{t-1}^{'} \left(T\left(f_{t-1}\right) - f_{t-1} \right) + n_t \right) \\ S_t &= S_{t-1} + t^{-1} \left(z_t z_t^{'} - S_{t-1} \right) + t^{-2} \left(-\frac{t}{t+1} \right) \left(z_t z_t^{'} - S_{t-1} \right) \end{aligned} \tag{13}$$

Es stellt sich nun die Frage unter welcher Bedingung dieser Algorhythmus konvergiert, wenn die Zahl der Beobachtungspunkte sich gegen unendlich nähert $(t \to \infty)$. In verallgemeinerter Notation kann man den obigen Algorhytmus auch wie folgt darstellen:

$$q_t = q_{t-1} + g_t Q\left(t, q_{t-1}, X_t\right) \tag{14}$$

Wobei die Funktion Q zum Ausdruck bringt, in welcher weise die Parameterschätzungen der letzten Periode infolge des Eintreffens neuer Daten X_t revidiert werden. Dabei stellt g_t den so genannten gain Parameter dar, der angibt wie stark der Einfluss der neuen Daten auf die Revision der Parametereinschätzung ist. Im Regelfall wird $g_t = t^{-1}$ so gewählt, dass der Einfluss neuer Daten im Zeitablauf einen immer geringeren Einfluss auf die Revision der Schätzergebnisse hat. Es lässt sich nun zeigen, dass man einem solchen Stochastischen

Rekursiven Algorhythmus (SRA) einer gewöhnlichen Differenzentialgleichung zuordnen kann (Ordinary differential equation, ODE) (*siehe Evans / Honkapohja (2001, S. 34ff)*). Dabei gilt, dass das Verhalten des SRA für große t durch die ODE approximiert werden kann. Dies bedeutet insbesondere, dass Grenzwerte gegen die der SRA konvergiert mit lokal stabilen Gleichgewichten der ODE gleichzusetzen sind. Somit kann das asymptotische Verhalten des SRA unter zu Hilfenahme der ODE in den berechneten rationalen Gleichgewichten analytisch betrachtet werden. Betreiben die Wirtschaftssubjekte nun „Recursive Least Square Learning", so kann man das asymptotische Verhalten des Algorhytmus (13) also hinreichend durch die Analyse der zugeordneten ODE beschreiben.

Dies wollen wir nun im Folgenden auf unser konkretes Beispiel anwenden. Somit untersuchen wir, ob die oben identifizieren rationalen Erwartungsgleichgewichte erlernbar sind. Wir unterstellen, dass die ökonomischen Agenten folgendes wahrgenommenes Gesetz der Bewegung (PLM) zu Prognosezwecken verwenden:

$$y_t = \bar{a} + \bar{b}_1 y_{t-1} \tag{15}$$

Somit gilt für $E_{t-1} y_t$ und $E_{t-1} y_{t+1}$ folgender Zusammenhang:

$$E_{t-1} y_t = \bar{a} + \bar{b}_1 y_{t-1} \tag{16}$$

$$E_{t-1} y_{t+1} = \bar{a}\left(1 + \bar{b}_1\right) + \bar{b}_1^2 y_{t-1} \tag{17}$$

Substituiert man nun diese Gleichungen, die sich aus dem wahrgenommenen Gesetz der Bewegung ergeben in die Gleichung (2), so ergibt sich folgender ALM:

$$y_t = a + b_0 a + b_1\left(a\left(1+b\right)\right) + \left(d + b_0 b + b_1 b^2\right) y_{t-1} + u_t \tag{18}$$

Um nun die Erwartungsstabilität zu evaluieren bestimmt man das so genannte mapping von dem wahrgenommenen Gesetz der Bewegung (PLM) hin zum tatsächlichen Gesetz der Bewegung (ALM). Zunächst einmal können wir Gleichung (18) wie folgt umschreiben (siehe Evans, Honkapohja, Seite 196f):

$$y_t = z_{t-1}^{'} T\left(f_{t-1}\right) + u_t \tag{18}$$

$$\text{mit: } f_t^{'} = \left(a_t; b_{1,t}\right); \; z_{t-1}^{'} = \left(1; y_{t-1}\right) \tag{15}$$

$$T\left(f\right) = T\left(\left(a_1, b_1\right)^{'}\right) = \left(T_a(a, b_1), T_{b_1}(a, b_1)\right)^{'} \tag{16}$$

Es gilt nun, dass ein rationales Erwartungsgleichgewicht genau dann lernbar ist (E-stable), wenn es ein lokal asymptotisches Gleichgewicht der folgenden (ODE) vorliegt.

$$\frac{df}{dt} = T\left(f\right) - f \tag{19}$$

Äquivalent kann man auch sagen, dass ein rationales Erwartungsgleichgewicht E-Stabilität aufweist, wenn die Realteile der zugeordneten Jacobi-Matrix kle iner als eins sind:

$$J\left(\bar{\Phi}\right) = \frac{dT\left(f\right) - f}{df}\Big|_{\Phi=\bar{\Phi}} = \frac{dT\left(f\right)}{df}\Big|_{\Phi=\bar{\Phi}} < I \tag{20}$$

Im Folgenden wollen wir nun diese allgemeine Vorgehensweise auf unser konkretes Beispiel anwenden. Zunächst einmal lässt sich die T-map wie folgt dastellen:

$$T_a(a, b_1) = a + \left(b_0 + b_1\right)a + b_1 a b_1 - a \tag{21}$$

$$T_{b_1}(a, b_1) = d + b_0 b_1 + b_1 b_1^2 - b_1 \tag{22}$$

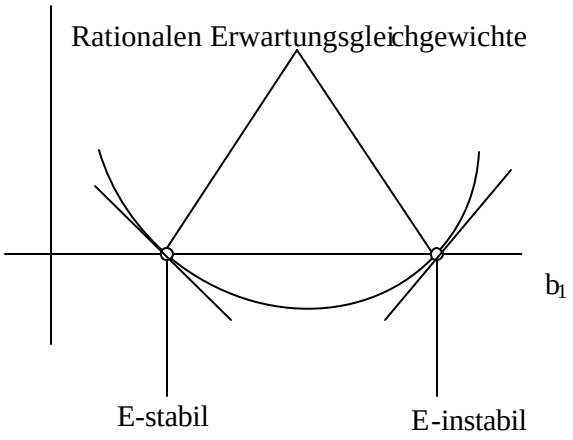
Berechnet man auf der Grundlage der T-Map die partiellen Ableitungen $\left(\partial T_a / \partial a\right) - 1$, $\left(\partial T_a / \partial b_1\right)$ und $\left(\partial T_{b_1} / \partial \bar{b}_1\right) - 1$, so gelangt man zur folgenden Jacobi Matrix:

$$J(\bar{\Phi}) = \begin{bmatrix} b_0 + b_1 - 1 + b_1 \bar{b}_1 & b_1 a \\ 0 & b_0 - 1 + 2 b_1 \bar{b}_1 \end{bmatrix} \tag{23}$$

Normalerweise müsste man nun die Realteile der Eigenwerte in den identifizierten rationalen Erwartungsgleichgewichten $\left(\bar{a},\bar{b}_1\right)$ der Jacobi Matrix bestimmen. Sind diese kleiner als null, so bedeutet dies, dass die Gleichgewichte lernbar sind. In unserem Fall lässt sich die Analyse allerdings auch einfacher durchführen, um zu testen welches der beiden rationalen Erwartungsgleichgewichte erlernbar ist. Offensichtlich hat die T-Map von b_1 (22) zwei Lösungen, namentlich die rationalen Erwartungsgleichgewichte, die wir bereits unter (9) identifiziert haben.

Abbildung 2: Die T-Map T_{b1}

$$\frac{db_1}{dt} = T_{b_1}\left(b_1\right) - b_1$$



Betrachtet man die Ableitung der T-Map nach b_1, so wird hier folgende notwendige Bedingung für die E-Stabilität aufgestellt:

$$\frac{d}{db_1}\left(T_{b_1}(\bar{b}_1) - b_1\right) < 0 \qquad (24)$$

Gleichung (24) fordert also, dass die Steigung der T-map im rationalen Erwartungsgleichgewicht negativ sein soll. Abbildung 2 verdeutlicht, dass die T-map quadratisch in b_1 und nach oben geöffnet ist. Stellt man sich nun also die Frage, ob die identifizierten rationalen Erwartungsgleichgewichte $\left(\bar{a},\bar{b}_1\right)$ lernbar sind, so kann dies nur für die kleinere der beiden Lösungen von b_1 zutreffen. Offensichtlich gilt nur in diesem Punkt, dass die Tangente eine negative Steigung aufweist.

Somit kann man also mit Hilfe der Lerntheorie, das Konzept des rationalen Erwartungsgleichgewichts dahingehend verfeinern, dass wir Lernbare von nicht Lernbaren Gleichgewichten separieren können. Insofern kann man das Konstrukt der Lernbarkeit von rationalen Erwartungsgleichgewichten auch als eine Verfeinerung dieses Konzepts selbst auffassen.

6. Schlussbemerkungen

Da die Hypothese, dass Individuen zu jedem Zeitpunkt bereits rationale Erwartungen gebildet haben, zweifelsohne sehr unrealistisch ist, stellt die Lerntheorie eine willkommene Erweiterung des Konzepts rationaler Erwatungen dar, da sie eine reichhaltigere Erklärung von menschlichem Verhalten ermöglicht. In einer verständlichen Monographie haben Evans und Honkapohja (2001) wesentliche Erkenntnisse der Lerntheorie systematisch zusammengefasst und weiterentwickelt. Viele Applikationen dieses theoretischen Konstrukts sind denkbar. Nichtsdestoweniger erscheint ein viel versprechender Ansatz zu prüfen, ob zum Beispiel Träger der makroökonomischen Politik selbst die Lernbarkeit von rationalen Erwartungen durch ihre eigene Politik beeinflussen können. In diesem Sinne fordern auch Bullard und Mitra (2000): *„We think of learnability as a necessary additional criterion for evaluating alternative monetary feedback rules. In particular, in our view economists should only advocate policy rules which induce learnable rational expectations equilibria"*.

Literaturverzeichnis

Brockhaus (2002): Der Brockhaus in einem Band, vollständig überarbeitete und aktualisierte Auflage. Mannheim: Bibliographisches Institut &F.A. Brockhaus 2002. Online Ausgabe.

Bullard, J. und Mitra, K. (2002), Learning About Monetary Policy Rules', Journal of Monetary Economiccs 49, 1105-1129.

Evans, George W. und Honkapohja, Seppo (2003) Adaptive Learning and Monetary Policy Design, Journal of Money, Credit and Banking, 2003, vol.35, 1045-1072.

Evans, George W. und Honkapohja, Seppo (2001), Learning and Expectations in Macroeconomics', Princeton University Press, Oxford.

McCallum, B.T. (2001), Solutions to Linear Rational Expectations Models – A Compact Exposition', Economic Letters 61, 143-147.

Muth, John F. (1961), Rational Expectations and the Theory of Price Movements, Econometrica, Bd. 29, S. 315-335

Sargent (1987), Macroeconomic Theory, second edition. Academic Press, New York.

Spahn, Heinz Peter (2004), Learning in Macroeconomics and Monetary Policy: The Case of an Open Economy, Hohenheimer Diskussionsbeiträge, Nr. 236/2004.

Woodford, M. (2003), Interest and Prices Foundations of a Theory of Monetary Policy, Princeton University Press, Princeton.