

Heidorn, Thomas

**Working Paper**  
**Kreditrisiko (CreditMetrics)**

Arbeitsberichte der Hochschule für Bankwirtschaft, No. 12

**Provided in Cooperation with:**  
Frankfurt School of Finance and Management

*Suggested Citation:* Heidorn, Thomas (1999) : Kreditrisiko (CreditMetrics), Arbeitsberichte der Hochschule für Bankwirtschaft, No. 12, Hochschule für Bankwirtschaft (HfB), Frankfurt a. M., <https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:101:1-2008070374>

This Version is available at:  
<https://hdl.handle.net/10419/27783>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

**Nr. 12**

**Kreditrisiko (CreditMetrics)**

**Thomas Heidorn**

Februar 1999

ISSN 1436-9761

**Autor:** *Prof. Dr. Thomas Heidorn*  
Bankbetriebslehre,  
insb. Risikomanagement und Derivate  
Hochschule für Bankwirtschaft,  
Frankfurt am Main  
e-mail: [heidorn@hfb.de](mailto:heidorn@hfb.de)

**Herausgeber:** Hochschule für Bankwirtschaft  
Private Fachhochschule der BANKAKADEMIE  
Sternstraße 8 ■ 60318 Frankfurt/M.  
Tel.: 069/95946-16 ■ Fax: 069/95946-28

## Kreditrisiko (CreditMetrics)

### *Schlüsselbegriffe:*

Adressenrisiko, Ausfallrisiko, Bonitätsklasse, CreditMetrics, historische Ausfallwahrscheinlichkeiten, Korrelation, Kreditportfolio, kumulierte Ausfallwahrscheinlichkeiten, Value at Risk

### *Inhalt:*

1. Bewertung von Krediten mit Ausfallwahrscheinlichkeiten .....	3
2. Value at Risk für einzelne Kredite .....	10
3. Ermittlung der Korrelation .....	16
4. Ermittlung der gemeinsamen Übergangswahrscheinlichkeiten.....	19
5. Ermittlung des Value at Risk für das Portfolio .....	23
6. Simulationen zur Value at Risk-Bestimmung.....	25
7. Ausblick.....	26
Literatur .....	28

Während die Markpreissrisiken (Zinsen, Aktien und Währungen) mit Hilfe des RiskMetrics-Ansatzes gut beschrieben werden können und dafür relativ überzeugende Derivate zur Absicherung unerwünschter Risiken zur Verfügung stehen, hat diese Entwicklung im Kreditbereich erst begonnen. Bei der Bewertung von Ausfällen konkurrieren einerseits optionstheoretische Ansätze mit der Möglichkeit, historische Ausfallwahrscheinlichkeiten für die Bewertung von Kreditrisiken zu benutzen. Dieser Ansatz für eine Kreditportfoliobewertung als Grundkonzept des Vorschlags CreditMetrics (JPMorgan) wird im folgenden vorgestellt. Die verwendeten Datensätze sind exemplarisch zu verstehen.

## 1. Bewertung von Krediten mit Ausfallwahrscheinlichkeiten

Um die Risiken des Adressenausfalls besser zu verstehen, wird im ersten Schritt mit historischen Ausfallwahrscheinlichkeiten gearbeitet, hier beispielhaft auf Basis der Ratingstufen von Standard & Poor's.

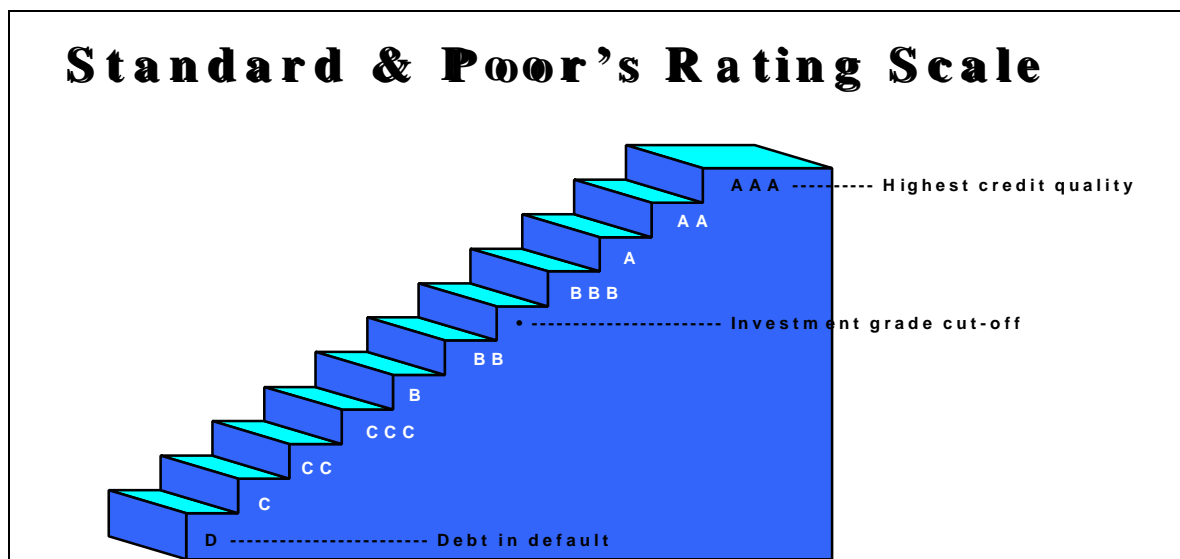


Abbildung 1: Standard & Poor's Rating Scale

Dabei wird klassisch der Cash Flow mit der Rückzahlungswahrscheinlichkeit gewichtet und auf heute abgezinst. Bei diesem Ansatz werden folgende Daten benötigt: risikofreier Zinssatz, Rückzahlungswahrscheinlichkeiten und Konkursquote (Recovery). In der folgenden Tabelle wird gezeigt, mit welcher Wahrscheinlichkeit nach der ursprünglichen Ratingvergabe eine Zahlungsstörung eintritt.

Tabelle 1 KUMULIERTE AUSFALLRATEN								
RATING	Zahlungsstörung nach Jahren des Ursprungsratings							
	1	2	3	4	5	7	10	15
AAA	0.00	0.00	0.07	0.15	0.24	0.66	1.40	1.40
AA	0.00	0.02	0.12	0.25	0.43	0.89	1.29	1.48
A	0.06	0.16	0.27	0.44	0.67	1.12	2.17	3.00
BBB	0.18	0.44	0.72	1.27	1.78	2.99	4.34	4.70
BB	1.06	3.48	6.12	8.68	10.97	14.46	17.73	19.91
B	5.20	11.00	15.95	19.40	21.88	25.14	29.02	30.65
CCC	19.79	26.92	31.63	35.97	40.15	42.64	45.10	45.10

Quelle: S&P CreditWeek, 15.4.96, zitiert nach CreditMetrics, S.71

Daraus ergibt sich folgende Grafik:

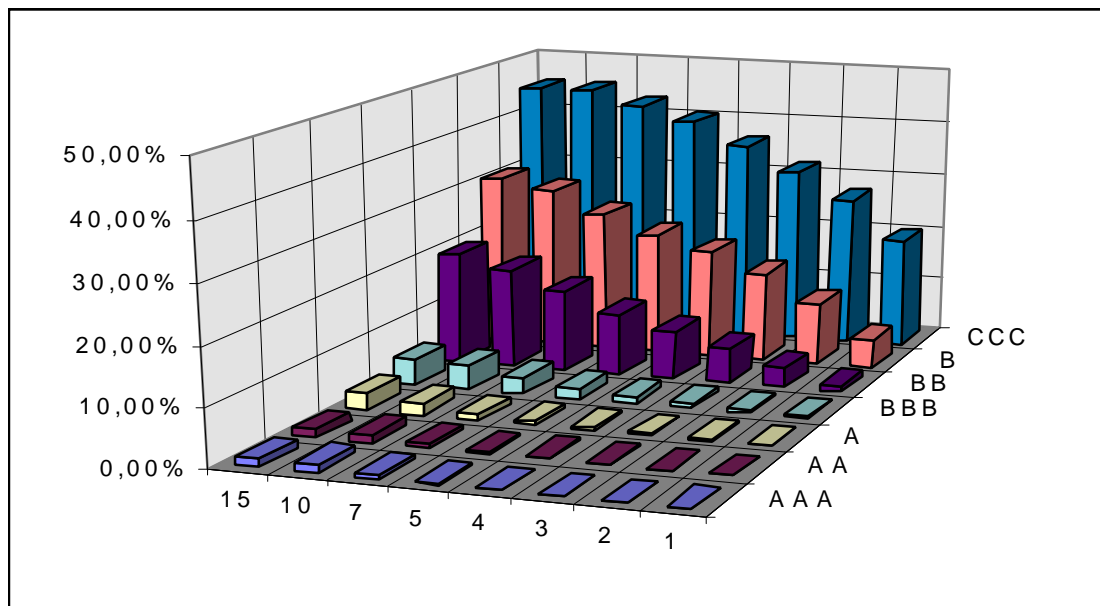


Abbildung 2: Ausfallwahrscheinlichkeiten

Anhand der kumulierten Ausfallraten kann ein erster Eindruck über das Risiko eines Portfolios gewonnen werden. Es zeigt sich, daß in den ersten Jahren Anleihen mit dem Rating von A und besser relativ selten ausfallen. Aber auch hier liegt ein gewisses Restrisiko, sogar AAA-geratete Anleihen fallen von Zeit zu Zeit aus (in 10 Jahren mit einer Wahrscheinlichkeit von 1,4%). Interessant ist weiterhin,

daß schlechte Kreditqualitäten eher in den ersten fünf Jahren ausfallen (CCC: von 45% Ausfällen in 10 Jahren liegen 40% in den ersten fünf), so daß die Ausfallgefährdung für die lange Frist eher abnimmt. Für Speculative Grade (BB und schlechter) müßte dies dazu führen, daß langfristige Schulden kleinere Spreads (Zinsunterschied zum risikofreien Zins) als kurzfristige Schulden haben. Für Investment Grade (BBB und besser) ist dieser Effekt nicht zu beobachten. Hier nimmt die Konkurswahrscheinlichkeit im Zeitablauf zu, deshalb ist der Spread bei längerfristigen Verbindlichkeiten höher. Eine einfache Art der Kreditbewertung beruht nun auf der Basis der Bestimmung des Ausfallrisikos und der Analyse der Konkursquote. Jedoch ist das Datenmaterial durch hohe zeitliche Schwankungen geprägt. Darüberhinaus kommt es zu „Drehern“ in der Ausfallwahrscheinlichkeit. Auf einen 10-Jahres-Horizont sind AA-Kredite mit einem Ausfall von 1,29% sicherer als AAA-Kredite mit 1,40%. Dies kann einerseits an der sehr kleinen Grundgesamtheit guter Ratings liegen: Bei AAA und AA führen einzelne Ereignisse zu einer starken Veränderung der Wahrscheinlichkeiten. Es kann aber auch sein, daß AA-Unternehmen längerfristig innovativer sind (sie haben noch ein Ziel), während sich AAA-Unternehmen möglicherweise auf den Meriten der Vergangenheit ausruhen.

Im folgenden soll die Bewertung eines Portfolios beispielhaft mit zwei dreijährigen Krediten vorgestellt werden. Die Unternehmen Lucky und Unlucky haben jeweils einen Kredit über 100 Mio. für drei Jahre aufgenommen. Neben dem Zinssatz fallen keine weiteren Gebühren an. Als erstes müssen die drei Kredite auf Ihre Bonität untersucht werden. Benutzt man als Rating-Kriterien den Ansatz von Standard & Poor's, werden den beiden Krediten folgende Bonitätsstufen und damit kumulierte Ausfallwahrscheinlichkeiten im nächsten Jahr zugeordnet.

Tabelle 2 <b>BEISPIELPORTFOLIOS</b>			
<b>Unternehmen</b>	<b>Rating</b>	<b>Ausfallwahrscheinlichkeit</b>	<b>Vereinbarter Zins</b>
<b>Lucky</b>	<b>A</b>	<b>0,27%</b>	<b>4,40%</b>
<b>Unlucky</b>	<b>BB</b>	<b>6,12%</b>	<b>5,15%</b>

Im Falle des Konkurses hängt die Höhe des Ausfalls von der Konkursquote ab, d.h. zur Bewertung des Ausfallrisikos wird zusätzlich zu den Ausfallwahrscheinlichkeiten noch die Konkursquote benötigt. Hierbei kommt es auf die Besicherung einerseits und auf die Rangstufe der Forderung andererseits an. Daten liegen jedoch leider nur für amerikanische Anleihen vor.

Tabelle 3 DURCHSCHNITTliche KONKURSQUOTEN		
Rangstufe	Durchschnittliche Konkursquote	Standardabweichung der Konkursquote
erstrangig, besichert	53,8%	26,86%
erstrangig	51,13%	25,45%
nachrangig	32,74%	20,18%

Quelle: Carty & Liebermann, 1996

Beide Kredite sind erstrangig, d.h. im Erwartungswert können bei einem Ausfall 51,13% der Schuld zurückerhalten werden. Jedoch schwanken diese Konkursquoten im Zeitablauf stark, so daß eine genaue Analyse des einzelnen Kredits sicherlich zu besseren Abschätzungen führt.

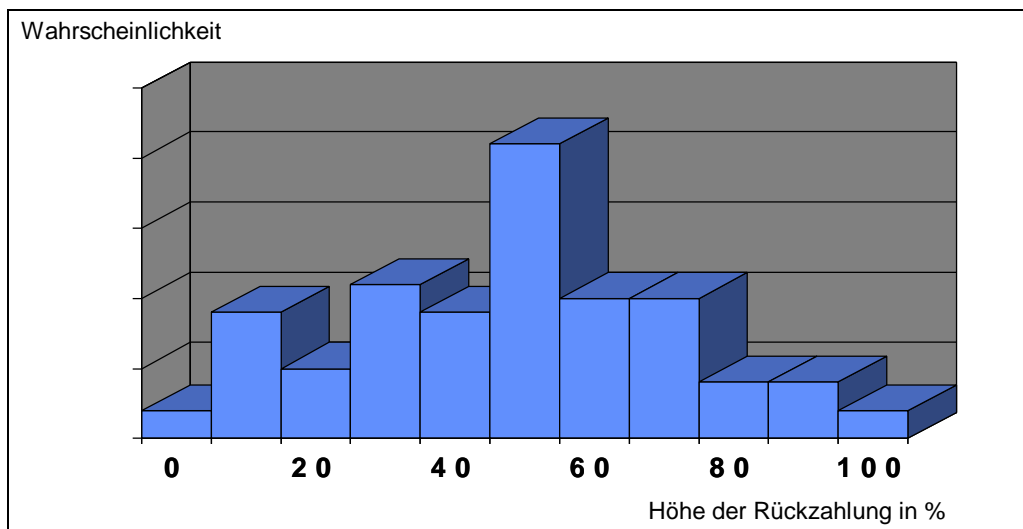


Abbildung 3: **Wahrscheinlichkeit der Konkursquote erstrangig besicherter Anleihen von 1974 -1994** (Quelle: Moody's)

Als letzte Daten werden die Zerzinssätze, die dem Risiko des ausfalladjustierten Cash Flows entsprechen, ermittelt, um eine erste Abschätzung der Kreditwerte zu bekommen.

Tabelle 4					
SPOTSÄTZE (ZEROSÄTZE) FÜR DEN ERWARTETEN CASH FLOW					
	Laufzeiten in Jahren				
	1	2	3	4	5
Zinssatz	3,60%	3,81%	4,25%	4,58%	4,93%

Jetzt wird der Cash Flow mit der Ausfallwahrscheinlichkeit gewichtet, um die Konkursquote ergänzt und auf heute abgezinst.

$$\text{Wert} = \sum_{i=1}^N \frac{C_i \cdot (1 - p^{\text{Ausfall}}) + p^{\text{Ausfall}} \cdot \text{Konkursquote} \cdot C_i}{(1 + r_{si})}$$

Mit: C = Cash Flow, p = Wahrscheinlichkeit,  $r_s$  = Spotsatz

$$\begin{aligned} \text{Wert}_{\text{Lucky}} &= \frac{4,4 \cdot (1 - 0,27\%) + 0,27\% \cdot 51,13\% \cdot 4,4}{(1 + 3,6\%)} \\ &+ \frac{4,4 \cdot (1 - 0,27\%) + 0,27\% \cdot 51,13\% \cdot 4,4}{(1 + 3,81\%)^2} \\ &+ \frac{104,4 \cdot (1 - 0,27\%) + 0,27\% \cdot 51,13\% \cdot 104,4}{(1 + 4,25\%)^3} = 100,34 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Wert}_{\text{Unlucky}} &= \frac{5,15 \cdot (1 - 6,12\%) + 6,12\% \cdot 51,13\% \cdot 5,15}{(1 + 3,6\%)} \\ &+ \frac{5,15 \cdot (1 - 6,12\%) + 6,12\% \cdot 51,13\% \cdot 5,15}{(1 + 3,81\%)^2} \\ &+ \frac{105,15 \cdot (1 - 6,12\%) + 6,12\% \cdot 51,13\% \cdot 105,15}{(1 + 4,25\%)^3} = 99,49 \end{aligned}$$

Dieser erste Ansatz ist jedoch sehr grob. Zur genaueren Berechnung ist jede Zahlung mit ihrem individuellen Risiko zu bewerten, d.h. die einzelnen Zahlungen werden mit ihren individuellen jährlichen Ausfallwahrscheinlichkeiten gewichtet, die sowohl vom Rating, als auch vom Zeitpunkt der Zahlungen abhängen (vgl. Tab. 1).

$$\text{Wert} = \sum_{i=1}^N \frac{C_i \cdot (1 - p_i^{\text{Ausfall}}) + p_i^{\text{Ausfall}} \cdot \text{Konkursquote} \cdot C_i}{(1 + r_{si})}$$



$$\begin{aligned}
\text{Wert}_{\text{Lucky}} &= \frac{4,4 \cdot (1 - 0,06\%) + 0,06\% \cdot 51,13\% \cdot 4,4}{(1 + 3,6\%)} \\
&+ \frac{4,4 \cdot (1 - 0,16\%) + 0,16\% \cdot 51,13\% \cdot 4,4}{(1 + 3,81\%)^2} \\
&+ \frac{104,4 \cdot (1 - 0,27\%) + 0,27\% \cdot 51,13\% \cdot 104,4}{(1 + 4,25\%)^3} \\
&= 100,35
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Wert}_{\text{Unlucky}} &= \frac{5,15 \cdot (1 - 1,06\%) + 1,06\% \cdot 51,13\% \cdot 5,15}{(1 + 3,6\%)} \\
&+ \frac{5,15 \cdot (1 - 3,48\%) + 3,48\% \cdot 51,13\% \cdot 5,15}{(1 + 3,81\%)^2} \\
&+ \frac{105,15 \cdot (1 - 6,12\%) + 6,12\% \cdot 51,13\% \cdot 105,15}{(1 + 4,25\%)^3} \\
&= 99,67
\end{aligned}$$

Die Problematik der Ausfallstatistiken liegt in der relativ kleinen Grundgesamtheit der Ausfälle bei AAA- und AA-Krediten, so daß hier kaum signifikante Aussagen möglich sind. In der folgenden Tabelle wird ein Überblick über alle in der Studie existenten Ausfälle gegeben.

<b>Time to Default</b>				
<i>by Rating Category</i>				
<b>Original rating</b>	<b>Defaults (units)</b>	<b>Avg. years from orig. rating</b>	<b>Last rating prior to D</b>	<b>Defaults (units)</b>
AAA	3	8.0	AAA	0
AA	9	7.4	AA	0
A	23	7.6	A	0
BBB	36	6.6	BBB	7
BB	146	5.1	BB	22
B	233	3.7	B	192
CCC	38	3.2	CCC	267
<b>Totals</b>	<b>488</b>	<b>4.6</b>	<b>Totals</b>	<b>488</b>

Abbildung 4: Time to Default by Rating Category

Hieraus ist auch ersichtlich, daß vor einem Konkurs im Regelfall Downratings erfolgt sind. Bisher ist noch nie ein ursprünglich A oder besser geratedes Unternehmen ohne Downrating in Konkurs gegangen. Jedoch schwankt die Anzahl der Konkurse im Zeitablauf stark, so daß die durchschnittlichen Größen sicherlich nur für längere Perioden hilfreich sind.

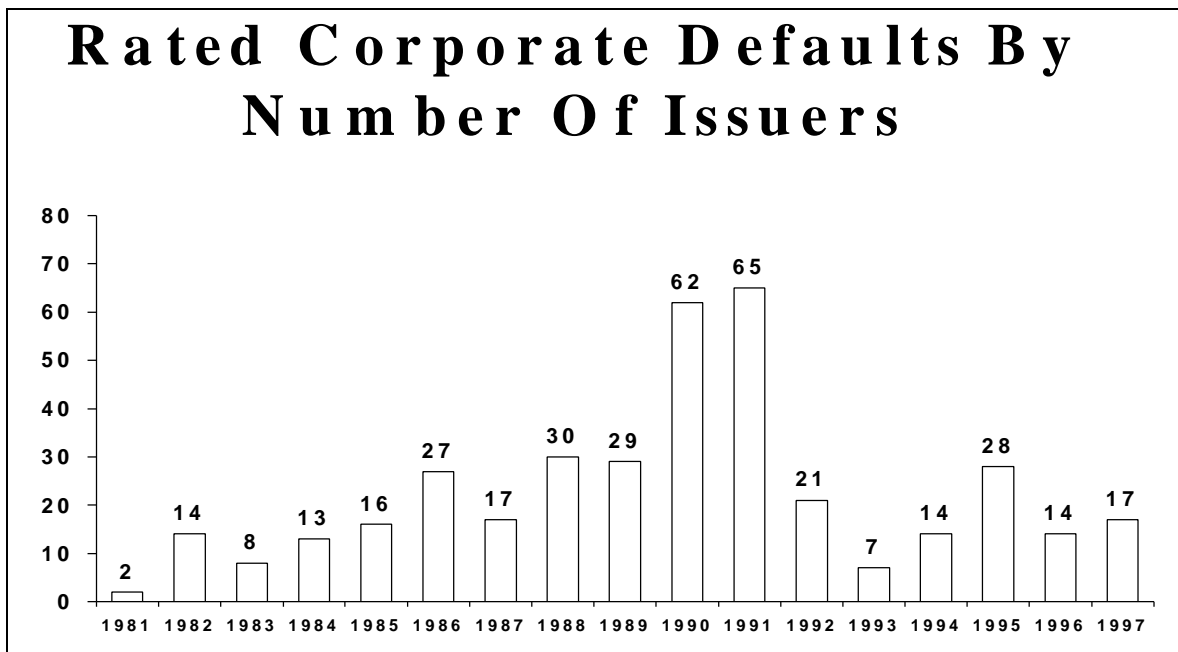


Abbildung 5: Rated Corporate Defaults By Numbr Of Issuers

In der Regel gelingt es nicht, mit Hilfe dieser Ansätze auf die Marktpreise zu kommen. Alternativ kann die Bewertung der Anleihen mit Hilfe der Zinssätze der jeweiligen Risikoklassen ermittelt werden. Unterschiedliche Bonitätsklassen handeln auf unterschiedlichen Zinsniveaus, die durch die Spotsätze dokumentiert sind. Diese sind in der folgenden Tabelle ausgewiesen.

Tabelle 5 SPOTSÄTZE FÜR UNTERSCHIEDLICHE RATINGKATEGORIEN					
Rating	Laufzeit in Jahren				
	1	2	3	4	5
AAA	3,65%	3,86%	4,30%	4,63%	4,98%
AA	3,70%	3,90%	4,34%	4,68%	5,03%
A	3,77%	3,98%	4,43%	4,77%	5,12%
BBB	3,89%	4,12%	4,58%	4,92%	5,28%
BB	4,32%	4,64%	5,17%	5,58%	6,00%
B	4,93%	5,34%	5,98%	6,46%	6,96%
CCC	5,84%	6,44%	7,26%	7,84%	8,44%

Quelle: Schulte-Matler/Stausberg, 1998

Jetzt können beide Kredite auf Basis der Marktpreise bewertet werden.

$$\text{Wert}_{\text{Lucky}}^{\text{Markt}} = \sum_{i=1}^N \frac{C_i}{(1 + r_{s\_Rating\_i})} = \frac{4,4}{(1 + 3,77\%)} + \frac{4,4}{(1 + 3,98\%)^2} + \frac{104,4}{(1 + 4,43\%)^3} = 99,98$$

$$\text{Wert}_{\text{Unlucky}}^{\text{Markt}} = \frac{5,15}{(1 + 4,32\%)} + \frac{5,15}{(1 + 4,64\%)^2} + \frac{105,15}{(1 + 5,17\%)^3} = 100,03$$

Diese Marking to Market-Bewertung mit Hilfe der aktuellen Zinskurve ergibt für beide Kredite ein Ergebnis ca. bei par (99,98 bzw. 100,03). Es zeigt sich eine deutliche Abweichung zum Ausfallansatz, so daß hier vorraussichtlich eine Marktbewertung vorzuziehen ist. Der Marktwert des Portfolios liegt also bei 200,01 Mio. DM.

## 2. Value at Risk für einzelne Kredite

Die Gewichtung mit Ausfallwahrscheinlichkeiten ist eher das Gedankengut der klassischen Analyse eines Kredits, der nur die Zustände zählt (= gut) und zählt nicht (= schlecht) kennt. Die neue Idee der Risikobewertung im Kreditbereich (CreditMetrics) beruht auf der Tatsache, daß nicht nur ein Ausfall zu einer Wertverschlechterung des Portfolios führt, sondern auch eine Ratinganpassung. Für diesen Ansatz wird zuerst ein Zeithorizont für die Bonitätsanalyse festgelegt. Dies ist im allgemeinen ein Jahr. Man benutzt die historischen Übergangswahrschein-

lichkeiten, d.h. die Wahrscheinlichkeit, mit der sich eine Anleihe einer bestimmten Rating-Klasse in einem Jahr in einer anderen Rating-Klasse befindet.

Tabelle 6 ÜBERGANGSWAHRSCHEINLICHKEITEN DER RATINGS								
Ursprungsrating	Rating in einem Jahr							
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	90,82%	8,27%	0,74%	0,07%	0,07%	0,01%	0,01%	0,01%
AA	0,66%	90,89%	7,70%	0,58%	0,06%	0,07%	0,03%	0,01%
<b>A</b>	<b>0,08%</b>	<b>2,42%</b>	<b>91,31%</b>	<b>5,23%</b>	<b>0,68%</b>	<b>0,23%</b>	<b>0,01%</b>	<b>0,04%</b>
BBB	0,04%	0,32%	5,88%	87,46%	4,96%	1,08%	0,11%	0,15%
<b>BB</b>	<b>0,04%</b>	<b>0,13%</b>	<b>0,64%</b>	<b>7,71%</b>	<b>81,16%</b>	<b>8,4%</b>	<b>0,97%</b>	<b>0,95%</b>
B	0,02%	0,11%	0,26%	0,52%	6,86%	83,49%	3,89%	4,85%
CCC	0,13%	0,12%	0,42%	1,20%	2,69%	11,71%	64,48%	19,25%

Quelle: S&P Daten, JP Morgan Homepage, in Schulte-Matler/Stausberg, 1998

Nun wird der Barwert des Bonds in einem Jahr ermittelt. Aus den Marktzinsen der einzelnen Bonitätsklassen (Spotsätze) für die verschiedenen Laufzeiten werden die benötigten Forwardzinsen ermittelt. Dies basiert auf einer Arbitragebeziehung, d.h. eine Anlage für einen bestimmten Zeitraum muß genauso ertragreich sein wie die Anlage für einen kürzeren Zeitraum und deren Verlängerung schon heute mit Hilfe eines Forwards. Für die Ratingkategorie A werden beispielhaft zwei Forwardsätze berechnet. Die Vorlaufperiode ist bei diesem Risikoansatz immer 1 ( $i=1$ ), da der Zeithorizont der Bonitätsanalyse auf ein Jahr festgelegt wurde.

$$r_{fi,j} = j^{-i} \sqrt[j-i]{\frac{(1+r_{sj})^j}{(1+r_{si})^i}} - 1$$

Mit :  $r_{fi,j}$  = Forward in  $i$  Jahren mit der Laufzeit  $j - i$  Jahre

$$r_{f1,2}^A = 2^{-1} \sqrt[2]{\frac{(1+r_{s2}^A)^2}{(1+r_{s1}^A)^1}} - 1 = \sqrt[2]{\frac{(1+3,98\%)^2}{(1+3,77\%)^1}} - 1 = 4,19\%$$

$$r_{f1,3}^A = 3^{-1} \sqrt[3]{\frac{(1+r_{s3}^A)^3}{(1+r_{s1}^A)^1}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{(1+4,43\%)^3}{(1+3,77\%)^1}} - 1 = 4,76\%$$

In der folgenden Tabelle sind alle Forwardsätze für die Ratingkategorien auf Basis der Spotsätze ausgewiesen.

Tabelle 7 ZEROFORWARDSÄTZE IN EINEM JAHR				
Rating	für 1 Jahr	für 2 Jahre	für 3 Jahre	für 4 Jahre
AAA	4,07%	4,63%	4,96%	5,15%
AA	4,10%	4,66%	5,01%	5,20%
<b>A</b>	<b>4,19%</b>	<b>4,76%</b>	5,11%	5,29%
BBB	4,35%	4,93%	5,27%	5,46%
<b>BB</b>	<b>4,96%</b>	<b>5,60%</b>	6,00%	6,21%
B	5,75%	6,51%	6,97%	7,21%
CCC	7,04%	7,98%	8,52%	8,74%

Zum Zeitpunkt in einem Jahr wird der dann relevante zukünftige Cash Flow mit Hilfe der Forwards diskontiert. Für die Anleihe entstehen nun Barwerte in Abhängigkeit von der Ratingkategorie in der Zukunft. Dies sei an den Krediten für Lucky und Unlucky beispielhaft für die möglichen Bonitätsstufen in einem Jahr A und BBB gezeigt.

$$\text{Wert}_{\text{Lucky}_A_{\text{einJahr}}} = 4,4 + \frac{4,4}{1 + 4,19\%} + \frac{104,4}{(1 + 4,76\%)^2} = 103,75$$

$$\text{Wert}_{\text{Lucky}_BBB_{\text{einJahr}}} = 4,4 + \frac{4,4}{1 + 4,35\%} + \frac{104,4}{(1 + 4,93\%)^2} = 103,44$$

$$\text{Wert}_{\text{Unlucky}_A_{\text{einJahr}}} = 5,15 + \frac{5,15}{1 + 4,19\%} + \frac{105,15}{(1 + 4,76\%)^2} = 105,9$$

$$\text{Wert}_{\text{Unlucky}_BBB_{\text{einJahr}}} = 5,15 + \frac{5,15}{1 + 4,35\%} + \frac{105,15}{(1 + 4,93\%)^2} = 105,59$$

In der folgenden Tabelle sind die Kreditwerte der beiden Unternehmen in einem Jahr in Abhängigkeit der dann möglichen Ratingstufen dargestellt.

Tabelle 8		
KREDITWERTE IN EINEM JAHR IN ABHÄNGIGKEIT DER RATINGSTUFE		
Rating	Lucky	Unlucky
AAA	104,00	106,15
AA	103,93	106,09
A	103,75	105,90
BBB	103,44	105,59
BB	102,22	104,35
B	100,59	102,71
CCC	98,05	100,15
D	53,38	53,76

Dabei wird die Ausfallkategorie D mit der Konkursquote und der entsprechenden Forderung bei Fälligestellung von Rückzahlung plus aufgelaufenem Kupon bewertet.

$$\text{Wert}_{\text{Lucky}_D_{\text{einJahr}}} = 104,4 \cdot 51,13\% = 53,38$$

$$\text{Wert}_{\text{Unlucky}_D_{\text{einJahr}}} = 105,15 \cdot 51,13\% = 53,76$$

Gewichtet man diese Barwerte mit den Wahrscheinlichkeiten dieses Ratings in einem Jahr, können nun Forward-Erwartungswerte der Anleihen bestimmt werden. Nun kann für jeden Kredit dessen Standardabweichung berechnet werden.

Tabelle 9 <b>LUCKY URSPRUNG A</b>			
Rating	Wert	Wahrscheinlichkeit.	Wert gewichtet
AAA	104,00	0,08%	0,08
AA	103,93	2,42%	2,52
A	103,75	91,31%	94,73
BBB	103,44	5,23%	5,41
BB	102,22	0,68%	0,70
B	100,59	0,23%	0,23
CCC	98,05	0,01%	0,01
D	53,38	0,04%	0,02
Erwartungswert	103,70	Standardabweichung	1,03

Tabelle 10 <b>UNLUCKY URSPRUNG BB</b>			
Rating	Wert	Wahrscheinlichkeit.	Wert gewichtet
AAA	106,15	0,04%	0,04
AA	106,09	0,13%	0,14
A	105,90	0,64%	0,68
BBB	105,59	7,71%	8,14
BB	104,35	81,16%	84,69
B	102,71	8,40%	8,63
CCC	100,15	0,97%	0,97
D	53,76	0,95%	0,51
Erwartungswert	103,80	Standardabweichung	4,96

Um jetzt den Value at Risk für die einzelne Anleihe zu bestimmen, ist die Standardabweichung aufgrund der asymmetrischen Verteilung von Kreditrisiken als Risikomaß nicht besonders gut geeignet. Diese asymmetrische Verteilung führt zu einer grundsätzlich anderen Risikosituation. Bei Marktpreisen sind Risiko und Chance symmetrisch (d.h. normal-) verteilt, d.h. die Wahrscheinlichkeit, einen bestimmten Betrag zu verlieren, ist genauso hoch wie die Wahrscheinlichkeit, diesen Betrag zu gewinnen. Bei Krediten hingegen ist für den Kreditgeber das sub-

stanziale Risiko, sehr viel zu verlieren, sehr groß (für einen AAA-Kredit gibt es keine guten Nachrichten...), dagegen besteht nur eine kleine Chance, etwas mehr zu gewinnen (höheres Rating), allerdings auch eine sehr große Chance, daß der Kredit in der Ratingkategorie bleibt. Diese unterschiedliche Verteilung von Markt und Kreditrisiken wird in den folgenden Grafiken verdeutlicht. Besonders deutlich wird hier der einseitige „fat tail“ der Kreditrisiken, also das substanzielle Risiko viel zu verlieren, ohne die Chance zu haben viel zu gewinnen.

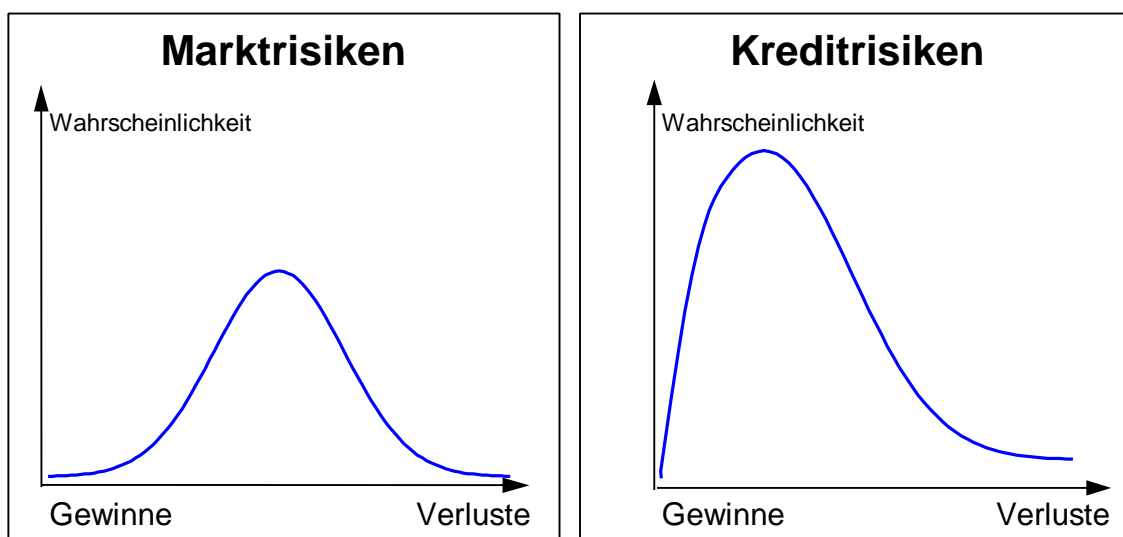


Abbildung 6: **Marktrisiken vs. Kreditrisiken**

Das Risiko kann daher besser mit einem 5%-(alternativ 1%-) Percentil quantifiziert werden. Dabei sucht man aufsteigend die kleinsten Barwerte und kumuliert deren Wahrscheinlichkeiten so lange, bis die kumulierten Wahrscheinlichkeiten mindestens 5% (1%) betragen. Der Barwert der entsprechenden Ratingkategorie ist dann der Minimalwert in einem Jahr. So ist der Kredit von Lucky mit 95% (99%) Wahrscheinlichkeit mindestens 103,44 (102,22) wert. Dies ergibt sich aus den kumulierten Wahrscheinlichkeiten mit  $(0,04\%+0,01\%+0,23\%+0,68\%+5,23\%) > 5\%$ , die zur Risikokategorie BBB (99% BB) führen. Um den aktuellen Minimalwert zu berechnen, wird der Minimalwert in einem Jahr nun mit dem Spotsatz der Bonitätsstufe für ein Jahr abgezinst. Der Value at Risk, also der Betrag, der mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% (99%) maximal verloren wird, ergibt sich aus der Differenz zwischen dem Marktwert der Anleihe und dem aktuellen Minimalwert.

$$\text{Minimalwert}_{\text{Lucky}95\%} = \frac{103,44}{1 + 3,89\%} = 99,57$$

$$\text{Minimalwert}_{\text{Lucky}99\%} = \frac{102,22}{1 + 4,32\%} = 97,99$$



$$\text{Value\_at\_Risk}_{\text{Lucky}95\%} = \text{Marktwert} - \text{Minimalwert}_{\text{Lucky}5\%} = 99,98 - 99,57 = 0,41$$

$$\text{Value\_at\_Risk}_{\text{Lucky}99\%} = \text{Marktwert} - \text{Minimalwert}_{\text{Lucky}1\%} = 99,98 - 97,99 = 1,99$$

$$\text{Minimalwert}_{\text{Unlucky}95\%} = \frac{102,71}{1 + 4,93\%} = 97,88$$

$$\text{Minimalwert}_{\text{Unlucky}99\%} = \frac{100,15}{1 + 5,84\%} = 94,62$$

$$\text{Value\_at\_Risk}_{\text{Unlucky}95\%} = 100,03 - 97,88 = 2,15$$

$$\text{Value\_at\_Risk}_{\text{Unlucky}99\%} = 100,03 - 94,62 = 5,41$$

### 3. Ermittlung der Korrelation

Läßt man die Korrelationseffekte außer acht, bedeutet dies für das Kreditportfolio im Wert von 200,01 Mio. einen Value at Risk von  $0,41 + 2,15 = 2,56$  Mio. auf dem Konfidenzniveau von 95% (7,4 Mio. bei 99%). Dies dürfte das Risiko aber eher überschätzen, denn die Konkurse sind im Zeitablauf nicht gleichmäßig verteilt, sondern es gibt starke Zusammenhänge zur Konjunktur und der Branche. Die Korrelation der Ausfälle muß also in die Analyse einbezogen werden.

Korrelationen sind bereits im Marktpreisbereich schwierig zu bestimmen und kaum handelbar. Das Datenmaterial für die Korrelation bei Ausfällen ist originär kaum existent. Um trotzdem auf diese entscheidende Portfoliowirkung nicht verzichten zu müssen, werden die Gedanken der Optionsbewertung einbezogen.

Schon sehr früh wurde versucht, Kredite mit Hilfe der Optionspreistheorie (Merton, 1974) zu bewerten. Dabei wird die Position des Kreditgebers auf Basis seines Cash Flows interpretiert. Ist das Unternehmen bei Kreditfälligkeit wertvoller als die Kreditsumme, wird der Kredit zurückgezahlt. Ist dagegen die Kreditsumme größer als der Wert des Unternehmens, bekommen die Gläubiger das Unternehmen zur Verwertung. Tabellarisch bedeutet dies:

Tabelle 11 <b>AUSZAHLUNGSMATRIX KREDITGEBER</b>	
	<b>Ergebnis für Kreditgeber</b>
Unternehmenswert > Kreditsumme	Kreditsumme
Unternehmenswert < Kreditsumme	Unternehmenswert

Betrachtet man ein Unternehmen, das nur einen Kredit aufgenommen hat, kann man die Situation des Kreditgebers mit Hilfe einer risikolosen Zahlung (Bond) in Höhe der Kreditsumme und einem verkauften Put auf das Unternehmen mit einem Strikepreis in Höhe der Kreditsumme duplizieren. Liegt der Unternehmenswert über dem Kreditbetrag, wird der Put wertlos verfallen und der Kreditgeber besitzt den Bond. Im anderen Fall wird der Put ausgeübt: der Wert des Bonds muß an den Putbesitzer (Unternehmensinhaber) als Strike gezahlt werden, dafür erhält er das Unternehmen. Mit der Position aus Bond und verkauftem Put kann also der Wert des Kredits dupliziert werden.

Tabelle 12		
<b>AUSZAHLUNGSMATRIX BOND UND VERKAUF EINES PUT MIT STRIKE „KREDITSUMME“</b>		
	<b>Wirkung</b>	<b>Ergebnis der Position</b>
Unternehmenswert > Kreditsumme	Put verfällt wertlos	Bond = Kreditsumme
Unternehmenswert < Kreditsumme	Put wird ausgeübt: zahlt Bond, bekommt Unternehmen	Unternehmenswert

Der Wert des Fremdkapitals ist somit abhängig vom Wert des Eigenkapitals. In effizienten Märkten wird der Eigenkapitalwert durch den Marktpreis der Aktie relativ gut wiedergespiegelt. Daher erscheint es sinnvoll, die Korrelation für das Kreditrisiko in bezug auf Branchen und Länder mit Hilfe der Korrelation der entsprechenden Aktienindizes zu approximieren. Jedes Unternehmen wird nach seinen Umsatzzahlen in verschiedene Branchen und Länder zerlegt. Auf dieser Basis können dann mit Hilfe der Indexkorrelationen die gemeinsamen Ausfallrisiken geschätzt werden, um so die Exposure in bezug auf Klumpenrisiken (Länder, Branchen, Großkredite) besser analysieren zu können.

Das Datenmaterial, das am umfangreichsten zur Verfügung steht, sind die Branchenindizes für Aktien (dies ist zwar nicht genau der Wert des Unternehmens, kann aber als Approximation genutzt werden). Betrachten wir die Unternehmen Lucky (A) und Unlucky (BB). Luckys Renditeentwicklung kann zu 90% auf die Entwicklung der amerikanischen Foodindustrie zurückgeführt werden, 10% sind spezifisch für Lucky und weisen keine Korrelationen zu anderen Unternehmen auf. Folglich kann die Rendite erklärt werden mit  $w$  als Gewichtung:

$$r_{Lucky} = W_{1\_Lucky} \cdot r_{US\_Food} + W_{2\_Lucky} \cdot r_{Lucky\_spezifisch}$$

Ausgehend von folgender Korrelationsmatrix für die Branchenindizes muß bei der Gewichtungsverteilung von Unlucky etwas mehr Mühe aufgewendet werden. Unlucky hat Umsätze von 75% in der amerikanischen und 25% in der deutschen Automobilindustrie. 20% der Bewegung ist unternehmensspezifisch.

Tabelle 13 KORRELATION DER BRANCHENINDIZES				
Index	Standardabweichung	Korrelationen		
		US Food	US Auto	D Auto
US Food	2,00%	1	0,4	0,3
US-Auto	2,00%	0,4	1	0,5
D - Auto	1,25%	0,3	0,5	1

80% der Bewegungen von Unlucky sind somit abhängig vom Index. Um die Gewichtungsfaktoren zu berechnen, ist zunächst die Volatilität zu bestimmen. Zuerst muß allerdings die Gesamtvolatilität auf eins normiert werden, um später die Normalverteilung nutzen zu können. Dazu wird als erstes die Volatilität des für Unlucky relevanten Index - bestehend aus 75% US-Auto und 25% D-Auto - berechnet.

$$s' = \sqrt{0,75^2 \cdot s_{USAuto}^2 + 0,25^2 \cdot s_{DAuto}^2 + 2 \cdot 0,75 \cdot 0,25 \cdot r_{USAuto\_DAuto} \cdot s_{USAuto} \cdot s_{DAuto}} = 0,0168$$

Auf Basis der Volatilität  $\sigma'$  wird als nächstes die 80%ige Abhängigkeit zu index-induzierten Schwankungen für die normierte Gewichtung einbezogen.

$$0,8 \cdot \frac{0,75 \cdot s_{USAuto}}{s'} = 0,715 = w_{Unlucky\_USAuto}$$

$$0,8 \cdot \frac{0,25 \cdot s_{DAuto}}{s'} = 0,149 = w_{Unlucky\_DAuto}$$

Es wird davon ausgegangen, daß die unternehmensspezifischen Komponenten nicht korreliert sind, so daß der Assetzusammenhang von Lucky und Unlucky allein mit Hilfe der Indizes wie folgt bestimmt werden kann.

$$r_{Lucky\_Unlucky} = 0,9 \cdot 0,715 \cdot r_{USFood\_USAuto} + 0,9 \cdot 0,149 \cdot r_{USFood\_DAuto} = 0,3$$

#### 4. Ermittlung der gemeinsamen Übergangswahrscheinlichkeiten

Mit Hilfe der Korrelationen können zusammengesetzte Eintrittswahrscheinlichkeiten errechnet werden. Dieser Prozeß wird im folgenden für ein Zweikreditportfolio illustriert. Es wurde bereits optionstheoretisch gezeigt, daß es einen Zusammenhang zwischen dem Wert des Unternehmens, dessen Volatilität und der Ausfallwahrscheinlichkeit gibt. Dies muß jedoch hier auf verschiedene Ratingkategorien übertragen werden. Mit Hilfe der historischen Ausfallwahrscheinlichkeiten und der Annahme normalverteilter Unternehmensrenditen kann auf Basis der Fläche unter der Normalverteilung (Ausfallwahrscheinlichkeit) auf ein Renditeintervall des nächsten Jahres geschlossen werden, welches mit der jeweiligen Ratingkategorie assoziiert ist. Da hier nur die Korrelationen interessant sind, kann die Standardnormalverteilung benutzt werden. Für ein ursprünglich BB geratetes Unternehmen liegt die Ausfallwahrscheinlichkeit bei 1,06% (vgl. Tab. 1). Übertragen auf das Renditemodell ergibt sich also  $1,06\% = N(\text{Rendite Default})$ . Der Standardnormalverteilungswert beträgt damit -2,30. Das bedeutet, bei einer negativen Abweichung von der erwarteten Rendite um 2,3 Standardabweichungen ist das Unternehmen bankrott. Um jetzt den Verteilungswert für ein Downrating auf CCC zu erhalten, wird wieder die historische Wahrscheinlichkeit von 1% benutzt. Die Wahrscheinlichkeit, daß das Unternehmen CCC oder schlechter ist, ergibt sich aus der Kumulation der Wahrscheinlichkeiten und der Berechnung des zugehörigen Normalverteilungswertes  $2,06\% = N(\text{CCC}) = -2,04$ . Inhaltlich bedeutet dies, daß bei einer negativen Renditeabweichung zwischen 2,04 und 2,3 Standardabweichungen das Unternehmen in einem Jahr mit CCC geratet sein wird. Entsprechend ergibt sich die folgende Tabelle für die beiden Unternehmen.

Tabelle 14 SCHWELLENWERTE FÜR RENDITEABWEICHUNGEN		
Zukünftiges Rating	Schwellenwert Lucky A	Schwellenwert Unlucky BB
AAA		
AA	3,16	3,35
A	1,96	2,93
BBB	-1,54	2,40
BB	-2,34	1,37
B	-2,77	-1,26
CCC	-3,29	-2,07
D	-3,35	-2,35

In dieser Form ist es nun gelungen, einen Zusammenhang zwischen Rating und Renditeschwankungen aufzustellen. Diese werden zuerst dazu benutzt, gemeinsame Verteilungen für die Rendite zu erarbeiten, um dann mit Hilfe dieser Verteilungen wieder auf das Rating zurückzuschließen.

Die Schwellenwerte geben an, um wieviel Standardabweichungen die realisierte Rendite von der erwarteten Rendite abweichen muß, um zu einem Übergang in die nächste Ratingkategorie zu führen. Mit Hilfe der Korrelation kann nun auf die gemeinsame Verteilung geschlossen werden. Dazu wird eine bivariate Normalverteilung benötigt. Während bei der Normalverteilung die Fläche unter der Kurve die Wahrscheinlichkeit angibt, wird hier der Raum unter dem „Hut“ als Wahrscheinlichkeitsmaß benutzt. Bei einer Korrelation von Null liegen zwei Normalverteilung im Raum übereinander, so daß sich das folgende symmetrische Gebilde ergibt.

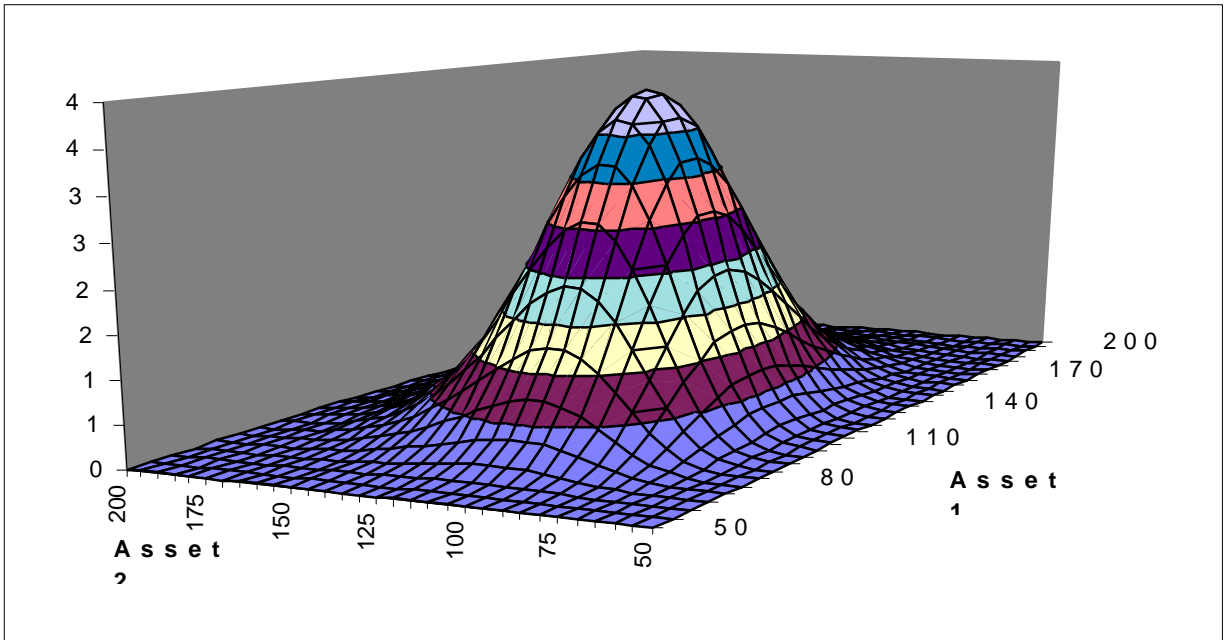


Abbildung 7: **Bivariate Normalverteilung zweier Assets mit  $r = 0$**

Bei einer positiven Korrelation dagegen (zur Verdeutlichung hier 0,7) richtet sich die Verteilung im Raum aus. Hierbei zeigt sich sofort, daß eine gleichgerichtete Bewegung der beiden Kredite deutlich wahrscheinlicher als bei einer Korrelation von Null ist.

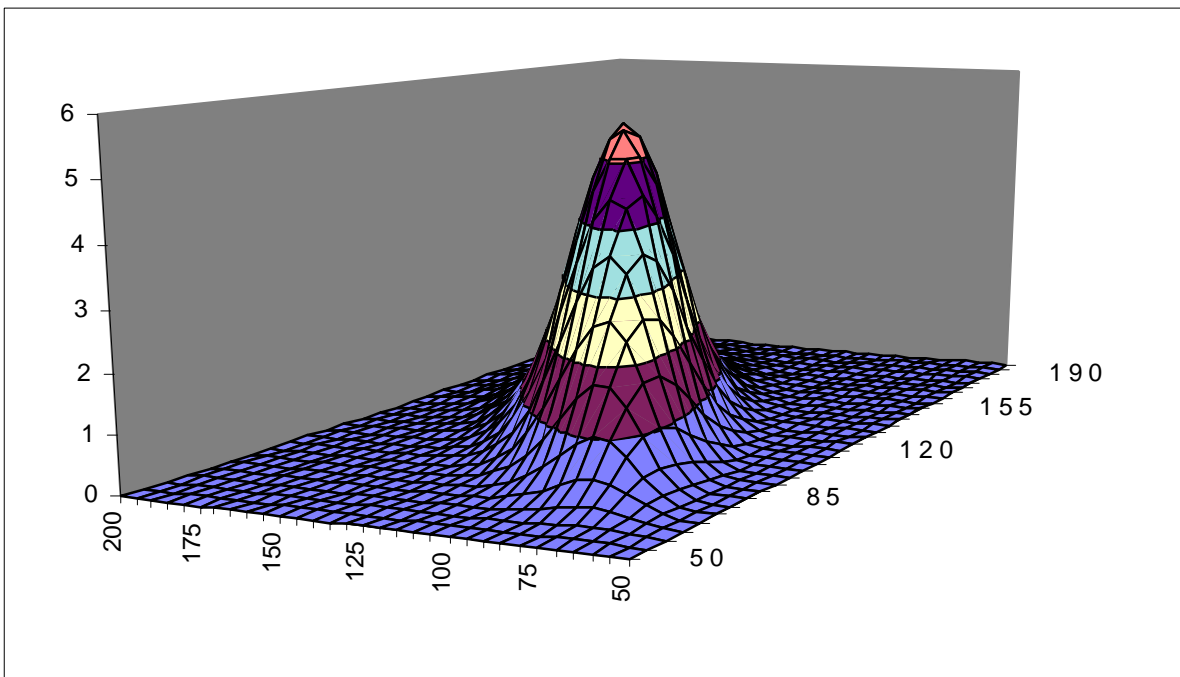


Abbildung 8: **Bivariate Normalverteilung zweier Assets mit  $r = 0,7$**

Die bivariate Verteilung wird mit  $N_2$  bezeichnet und ist abhängig von den beiden Grenzrenditen der Einzelereignisse und deren Korrelation.

$$\text{Prob}(x < a \text{ and } y < b) = \frac{1}{2 \cdot p \cdot \sqrt{1-r^2}} \cdot \int_{-\infty}^a \int_{-\infty}^b \exp\left[-\frac{x^2 - 2 \cdot r \cdot x \cdot y + y^2}{2 \cdot (1-r^2)}\right] \cdot dx \cdot dy$$

$$= N_2(a, b, r)$$

Als Beispiel soll die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, mit der beide Unternehmen in ihrer Ratingkategorie bleiben. Dazu wird zuerst die Wahrscheinlichkeit bestimmt, mit der die Unternehmen mindestens ihr Rating behalten.

$$N_2(A_{Lucky}; BB_{Unlucky}; r) = N_2(1,96; 1,37; 0,3) = 89,57\%$$

Um die Ratinggruppe genau zu erfassen, muß die Wahrscheinlichkeit, daß Lucky schlechter als A und Unlucky schlechter als BB ist, subtrahiert werden. Da es sich aber um einen Raum handelt, kann nicht wie bei der Standardnormalverteilung einfach subtrahiert werden. Es müssen sozusagen die Resträume bestimmt werden. Dies ergibt hier:

$$- N_2(A_{Lucky}; B_{Unlucky}; r) - N_2(BBB_{Lucky}; BB_{Unlucky}; r) + N_2(BBB_{Lucky}; B_{Unlucky}; r)$$

$$= -N_2(1,96; -1,26; 0,3) - N_2(-1,54; 1,37; 0,3) + N_2(-1,54; -1,26; 0,3)$$

$$= -10,33\% - 6,05\% + 1,5\% = -14,88\%$$

Im letzten Schritt wird nun die Wahrscheinlichkeit bestimmt, mit der beide Unternehmen in ihrer ursprünglichen Ratingkategorie bleiben.

$$\text{Wahrscheinlichkeit}(A_{Lucky}; BB_{Unlucky}) = 89,57\% - 14,88\% = 74,69\%$$

Die Ergebnisse für alle Wahrscheinlichkeiten der gemeinsamen Ratingzustände können aus der folgenden Tabelle abgelesen werden.

Tabelle 15								
VERBUNDENE ÜBERGANGSWAHRSCHEINLICHKEITEN (r = 0,3)								
	Zukünftiges Rating Lucky							
Zukünftiges Rating Unlucky	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	0,00%	0,01%	0,03%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
AA	0,00%	0,02%	0,11%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
A	0,00%	0,07%	0,58%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BBB	0,02%	0,49%	7,08%	0,11%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%
BB	0,05%	1,79%	<b>74,69%</b>	3,90%	0,47%	0,15%	0,01%	0,02%
B	0,00%	0,05%	7,29%	0,90%	0,15%	0,06%	0,00%	0,01%
CCC	0,00%	0,00%	0,81%	0,14%	0,03%	0,01%	0,00%	0,00%
D	0,00%	0,00%	0,73%	0,16%	0,03%	0,01%	0,00%	0,00%

## 5. Ermittlung des Value at Risk für das Portfolio

Da die Werte der Kredite der Unternehmen mit Hilfe der Diskontierung bekannt sind, können jetzt alle Portfoliowerte in Abhängigkeit vom zukünftigen Rating bestimmt werden. Bei acht möglichen Ratingkategorien ergibt dies 64 Kombinationsmöglichkeiten. In diesem Fall sind jedoch nur 33 mit einer positiven Wahrscheinlichkeit belegt. Es ergeben sich folgende möglichen Portfoliowerte:

Tabelle 16									
PORTFOLIOWERTE IN ABHÄNGIGKEIT DER ZUKÜNFTIGEN RATINGS									
Verbundene Portfoliowerte									
	Lucky:	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
Unlucky (BB)	Werte	104,00	103,93	103,75	103,44	102,22	100,59	98,05	53,38
AAA	106,15	210,15	210,09	209,90	209,60	208,37	206,75	204,21	159,53
AA	106,09	210,09	210,02	209,84	209,53	208,31	206,68	204,14	159,47
A	105,90	209,90	209,84	209,65	209,34	208,12	206,49	203,96	159,28
BBB	105,59	209,59	209,53	209,34	209,04	207,81	206,18	203,65	158,97
BB	104,35	208,35	208,29	208,10	207,80	206,57	204,94	202,41	157,73
B	102,71	206,71	206,64	206,46	206,15	204,93	203,30	200,77	156,09
CCC	100,15	204,15	204,08	203,90	203,59	202,37	200,74	198,20	153,53
D	53,76	157,76	157,70	157,51	157,21	155,98	154,35	151,82	107,14

Zuerst können alle Portfoliowerte eliminiert werden, die eine Wahrscheinlichkeit von Null haben.

Tabelle 17									
VERBUNDENE PORTFOLIOWERTE MIT POSITIVER WAHRSCHEINLICHKEIT									
Ratingabhängige Werte									
	Lucky:	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
Unlucky (BB)	Werte	104,00	103,93	103,75	103,44	102,22	100,59	98,05	53,38
AAA	106,15		210,09	209,90					
AA	106,09		210,02	209,84					
A	105,90		209,84	209,65					
BBB	105,59	209,59	209,53	209,34	209,04	207,81			
BB	104,35	208,35	208,29	208,10	207,80	206,57	204,94	202,41	157,73
B	102,71		206,64	206,46	206,15	204,93	203,30		156,09
CCC	100,15			203,90	203,59	202,37	200,74		
D	53,76			157,51	157,21	155,98	154,35		



Jetzt werden alle Portfoliowerte aufsteigend sortiert. Anschließend werden die Wahrscheinlichkeiten kumuliert, um den Value at Risk mit 95% (99%) Wahrscheinlichkeit berechnen zu können.

Tabelle 18				
KUMULIERTE WERTE DES PORTFOLIOS				
Rangplatz	Rangkombination Lucky/Unlucky	$P_{a,b(i)}$	$P_{a,b(i)}$ kumuliert	Wert
1	B/D	0,01	0,01	154,35
2	BB/D	0,03	0,04	155,98
3	D/B	0,01	0,05	156,09
4	BBB/D	0,16	0,21	157,21
5	A/D	0,73	0,94	157,51
6	D/BB	0,02	0,96	157,73
7	B/CCC	0,01	0,97	200,74
8	BB/CCC	0,03	1	<b>202,37</b>
9	CCC/BB	0,01	1,01	202,41
10	B/B	0,06	1,07	203,30
11	BBB/CCC	0,14	1,21	203,59
12	A/CCC	0,81	2,02	203,90
13	BB/B	0,15	2,17	204,93
14	B/BB	0,15	2,32	204,94
15	BBB/B	0,9	3,22	206,15
16	A/B	7,29	10,51	<b>206,46</b>
17	BB/BB	47	10,98	206,57
18	AA/B	0,05	11,03	206,64
19	BBB/BB	3,9	14,93	207,80
20	BB/BBB	0,01	14,94	207,81
21	A/BB	74,7	89,64	208,1
22	AA/BB	1,79	91,43	208,29
23	AAA/BB	0,05	91,48	208,35
24	BBB/BBB	0,11	91,59	209,04
25	A/BBB	708	98,67	209,34
26	AA/BBB	0,49	99,16	209,53
27	AAA/BBB	0,02	99,18	209,59
28	A/A	0,58	99,76	209,65
29	AA/A	0,07	99,83	209,84
30	A/AA	0,11	99,94	209,84
31	A/AAA	0,03	99,97	209,90
32	AA/AA	0,02	99,99	210,02
33	AA/AAA	0,01	100	210,09

Der Wert des Portfolios liegt in einem Jahr mit 95% (99%) Wahrscheinlichkeit bei 206,46 (202,37). Für die Diskontierung zur Bestimmung des heutigen Value at

Risk muß nun der angemessene Diskontierungssatz ermittelt werden. Dazu werden die jeweiligen Spotsätze der Ratingkategorie mit dem Barwertanteil des Kredits am Portfolio gewichtet.

$$\frac{103,75}{206,46} \cdot 3,77\% + \frac{102,71}{206,46} \cdot 4,93\% = 4,35\%$$

$$\frac{102,22}{202,37} \cdot 4,32\% + \frac{100,15}{202,37} \cdot 5,84\% = 5,07\%$$

Auf Basis dieser Portfolio-Spotsätze werden jetzt die Werte in einem Jahr auf heute abgezinst und dem Marktpreis gegenübergestellt.

$$VAR_{Portfolio_{95\%}} = \frac{206,46}{1 + 4,35\%} - 200,01 = -2,16$$

$$VAR_{Portfolio_{99\%}} = \frac{202,37}{1 + 5,07\%} - 200,01 = -7,41$$

Der Value at Risk des Kreditportfolios beträgt bei 95% (99%) Sicherheit 2,16 Mio. (7,41 Mio.).

## 6. Simulationen zur Value at Risk-Bestimmung

Der bis jetzt verfolgte analytische Ansatz zur Bestimmung des Value at Risk ist zum Verständnis der Problematik und zur Bewertung kleiner Portfolios gut geeignet. Reale Kreditportfolios haben aber im Regelfall eine solche Vielzahl von Krediten, daß eine analytische Bewertung kaum mehr möglich ist. Daher wird das Risiko meist mit Hilfe einer Monte Carlo Simulation berechnet.

Die Vorgehensweise unterscheidet sich dabei wenig von der analytischen. Den Übergangswahrscheinlichkeiten werden weiterhin Schwellenwerte zur Übertragung aus der Normalverteilung zugeordnet.

Die Korrelationen wurden mit Hilfe der Aktienindizes ermittelt. Daraus kann nun die Korrelationsmatrix der Unternehmen aufgestellt werden.

Tabelle 19 <b>KORRELATIONSMATRIX</b>		
	Lucky	Unlucky
Lucky	1	0,3
Unlucky	0,3	1

Mit Hilfe der Korrelationsmatrix können dann normalverteilte korrelierte Zufallszahlen für eine beliebige Anzahl von Unternehmen generiert werden. Dabei entspricht ein Set von Zufallszahlen einem Szenario. Mit Hilfe der Schwellenwerte wird dann auf die Bonität und damit auf den Wert für jedes Unternehmen im entsprechenden Szenario zurückgeschlossen.

Tabelle 20 <b>PORTFOLIOWERTE IN ABHÄNGIGKEIT VON SIMULIERTEN SZENARIEN</b>						
Szenario	Zufallszahl Lucky	Zufallszahl Unlucky	Rating Lucky	Rating Unlucky	Wert Lucky	Wert Unlucky
1	0,7353	0,8492	A	B	103,75	102,71
2	- 1,5621	- 2,0934	BBB	CCC	98,05	100,15
:	:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:	:
1000	2,0004	1,9803	AA	BBB	103,93	105,59

Zur Bestimmung der Percentile werden zuerst die Portfolioergebnisse aufsteigend geordnet. Mit 95% (99%) Wahrscheinlichkeit hat das Portfolio mindestens den Wert des entsprechenden Anteils der Szenarien. So wäre hier der Barwert des 51.- (11.-) kleinsten Barwertes der gesuchte Wert in einem Jahr. Die weitere Vorgehensweise ist mit dem analytischen Ansatz identisch.

## 7. Ausblick

Der Portfolioansatz ermöglicht es nun, Kreditvergaben im Hinblick auf die Veränderung des Portfolios zu untersuchen. Mit Hilfe dieser Überlegungen können Vorteile der Diversifikation quantifiziert, aber auch besondere Branchen- und Län-

derrisiken erkannt werden. Der Nachteil der Methode ist eine relativ aufwendige Simulation für größere Portfolios. Ein noch größeres Problem ist jedoch die Qualität der Inputdaten. Oft liegen keine oder zu ungenaue Ratings für die existierenden Kreditportfolios vor, und meist gibt es keine historischen Übergangswahrscheinlichkeiten. Während die Verfügbarkeit der Daten im Zeitablauf zunehmen wird, führt die starke saisonale Schwankung bei den Ausfällen jedoch auch langfristig zu Problemen. Der Portfolioansatz bietet aber grundsätzlich die Möglichkeit, ein deutlich tieferes Verständnis für Kreditrisiken zu entwickeln, eine sinnvolle Steuerung durch Kreditderivate zu ermöglichen und die Neuvergabe von Krediten aus der Gesamtsicht entscheiden zu können.

## Literatur

- Carty, L. V. (1996);  
Liebermann, D. Corporate Bond Default Rates 1938 - 1995,  
Moody's Investors Service, Global Credit  
Research
- J. P. Morgan (1997) CreditMetrics - Technical Dokument
- Merton, R. C. (1974) On the Pricing of Corporate Debt: The Risk  
Structure of Interest rates, Journal of Finance  
1974, S. 449-470
- Moody's (1995) Corporate Bond und Default Rates 1970 - 1994
- Schulte-Mattler, H. (1998);  
Stausber, T. Quantifizierung von Kreditrisiken unter Verwen-  
dung von Übergangswahrscheinlichkeiten, Die  
Bank 10/98
- Standard & Poor's [S&P] (1996) Credit Week, April 1996

# Arbeitsberichte der Hochschule für Bankwirtschaft

*Bisher sind erschienen:*

<u>Nr.</u>	<u>Autor/Titel</u>	<u>Jahr</u>
1	Moormann, Jürgen Lean Reporting und Führungsinformationssysteme bei deutschen Finanzdienstleistern	1995
2	Cremers, Heinz; Schwarz, Willi Interpolation of Discount Factors	1996
3	Jahresbericht 1996	1997
4	Ecker, Thomas; Moormann, Jürgen Die Bank als Betreiberin einer elektronischen Shopping-Mall	1997
5	Jahresbericht 1997	1998
6	Heidorn, Thomas; Schmidt, Wolfgang LIBOR in Arrears	1998
7	Moormann, Jürgen Stand und Perspektiven der Informationsverarbeitung in Banken	1998
8	Heidorn, Thomas; Hund, Jürgen Die Umstellung auf die Stückaktie für deutsche Aktiengesellschaften	1998
9	Löchel, Horst Die Geldpolitik im Währungsraum des Euro	1998
10	Löchel, Horst The EMU and the Theory of Optimum Currency Areas	1998
11	Moormann, Jürgen Terminologie und Glossar der Bankinformatik	1999

**Bestelladresse:**

Hochschule für Bankwirtschaft, z. Hd. Frau Ellen Glatzer,  
Sternstraße 8, 60318 Frankfurt/M.  
Tel.: 069/95946-16, Fax: 069/95946-28

Weitere Informationen über die Hochschule für Bankwirtschaft  
erhalten Sie im Internet unter [www.hfb.de](http://www.hfb.de)