

Ambrosi, Gerhard Michael

**Article**

## Die Substitutionselastizität und die Keynesche Aggregierte Angebotsfunktion

Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften (ZWS) - Vierteljahresschrift der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, Verein für Socialpolitik

**Provided in Cooperation with:**

Duncker & Humblot, Berlin

*Suggested Citation:* Ambrosi, Gerhard Michael (1978) : Die Substitutionselastizität und die Keynesche Aggregierte Angebotsfunktion, Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften (ZWS) - Vierteljahresschrift der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, Verein für Socialpolitik, ISSN 0342-1783, Duncker & Humblot, Berlin, Vol. 98, Iss. 3, pp. 295-310, <https://doi.org/10.3790/schm.98.3.295>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/291411>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*



<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

# Die Substitutionselastizität und die Keynesche Aggregierte Angebotsfunktion\*

Von Gerhard Michael Ambrosi\*\*

Die Aggregierte Angebotsfunktion wird im Hinblick auf ihre produktions-theoretischen Annahmen interpretiert und algebraisch diskutiert, ihre beschäftigungstheoretischen Implikationen werden aufgezeigt.

## I. Einleitung

Einer der dunkelsten Aspekte der Keyneschen Theoriebildung ist das Konzept der „Aggregierten Angebotsfunktion“, demzufolge eine funktionale Beziehung zwischen dem gewinnmaximalen Wert der Produktion und dem entsprechenden Einsatz an Arbeit besteht<sup>1</sup>. Bis zum heutigen Tag gibt es in der wirtschaftswissenschaftlichen Literatur keine generell akzeptierte Interpretation dieses analytischen Instruments<sup>2</sup>.

Gegenwärtig existieren zwei alternative Auffassungen dieser Funktion<sup>3</sup>. Die eine Sichtweise, die beispielsweise von *A. H. Hansen* (1953, S. 30) und von *Patinkin* (1976, S. 88) vertreten wird, geht davon aus, daß die entsprechende graphische Darstellung *generell* durch eine 45°-Linie zu erfolgen hätte. Die andere Auffassung, beispielsweise von

---

\* Der Verfasser dankt den Teilnehmern des wirtschaftstheoretischen Seminars von Prof. Dr. Klaus Jaeger, Freie Universität Berlin, für kritische Anmerkungen bei einer früheren Behandlung der vorliegenden Problematik.

\*\* Freie Universität Berlin, Fachbereich Wirtschaftswissenschaft (FB 10), Inst. für Quantitative Ökonomik und Statistik, Garystraße 20, D-1000 Berlin 33.

<sup>1</sup> Die deutsche Übersetzung verwendet für diese Funktion den ungebräuchlichen Ausdruck „Funktion des gesamten Angebotes“ (siehe *Keynes* 1936, S. 21).

<sup>2</sup> So erklärte kürzlich *C.A.E. Goodhart* (1977, S. 305 f.) bezüglich der eingehenden interpretatorischen Bemühungen von *Patinkin* (1976): „Keynes' ... opacity has always seemed to me at its worst in the case of Keynes' aggregate supply function. I remained just as confused as before after reading *Patinkin's* [interpretation].“ Symptomatisch ist auch die Tatsache, daß *Patinkin* (1977) seine vorherigen Ausführungen zur Aggregierten Angebotsfunktion teilweise widerrief, gleichzeitig aber ohne nähere Erläuterungen betonte (a.a.O. S. 158 Fußn. 2), daß nach wie vor seine Auffassung dieser Funktion von derjenigen von *Davidson* und *Smolensky* (1964) abweicht.

<sup>3</sup> Für eine kommentierte Literaturübersicht bezüglich der Diskussion bis 1960 siehe *Wells* (1960, S. 536 Fußn. 2).

*Wells* (1960), *Weintraub* (1961, S. 23), *Davidson* (1972, S. 48) vertreten, postuliert einen Kurvenverlauf, der (von der Beschäftigungsachse aus betrachtet) strikt konvex ist. *Davidson* und *Smolensky* (1964, S. 126 ff.) nehmen in gewisser Hinsicht in dieser Diskussion eine Mittelstellung ein, indem sie zugestehen, daß die Aggregierte Angebotsfunktion unter gewissen Bedingungen eine Gerade ist, wenn nämlich die zugrundeliegenden Produktionsbedingungen durch eine Cobb-Douglas-Funktion charakterisiert werden können.

Da *Keynes* (1936, S. 22) über die Aggregierte Angebotsfunktion die gesamtwirtschaftliche Beschäftigung bestimmt, erscheint es vom beschäftigungstheoretischen Standpunkt aus wünschenswert, möglichst weitgehende und prägnante Angaben über ihre Charakteristika zu machen. Es ist die Zielsetzung der vorliegenden Untersuchung, in dieser Hinsicht einige Resultate anzubieten, die über den bisherigen Diskussionsstand hinausgehen. Dabei erweist es sich, daß bisher übersehen worden ist, daß die Substitutionselastizität ein wichtiger Parameter sein kann, um diese Funktion zu charakterisieren. Schließlich werden einige beschäftigungstheoretische Überlegungen angestellt werden, die sich auf der Grundlage der vorherigen Ausführungen anbieten.

## II. Die produktionstheoretischen Annahmen der ursprünglichen Theorie von Keynes

In der herkömmlichen „keynesianischen“ Theorie wird über den bekannten „IS-LM-Apparat“ ein reales Volkseinkommen bestimmt, aus dem dann die Beschäftigungshöhe über eine Produktionsfunktion ermittelt wird<sup>4</sup>. Es ist bekannt, daß diese Vorgehensweise der Bestimmung des Beschäftigungsniveaus nichts mit derjenigen von *Keynes* gemein hat<sup>5</sup>. Dennoch kann nicht behauptet werden, *Keynes* habe die herkömmlichen produktionstheoretischen Annahmen negiert. Wiederholt postulierte er eine funktionale Abhängigkeit zwischen ausgebrachter Produktmenge und eingesetzter Arbeitsmenge<sup>6</sup>. *Keynes* ging auch durchaus nicht davon aus, daß Arbeit der einzige Produktionsfaktor ist, der für ein Unternehmen von Bedeutung ist<sup>7</sup>. Es erscheint somit als gerecht-

<sup>4</sup> Siehe hierzu beispielsweise *Blaug* (1968), S. 635 und *Gäfgen* (1973), S. 17.

<sup>5</sup> Vgl. *Minsky* (1975), S. 39 f.: „In *The General Theory* Keynes ... was very careful not to use an aggregate-production function in deriving the demand for labor. He first defined an aggregate supply function, ...“.

<sup>6</sup> So unterstellte *Keynes* (1936, S. 240) beispielsweise, daß „die Produktion einer Industrie eine Funktion ... der von ihr beschäftigten Arbeiter ist“. Vgl. auch *Keynes* (1936), S. 39.

<sup>7</sup> Dies könnte man eventuell aufgrund der Formulierungen von Fußnote 6) meinen. Vgl. aber *Keynes* (1936), S. 230 Fußn. 1: „... wir sind nicht so einfältig, uns in Wirklichkeit zu weigern, mit zusätzlicher Arbeit angemessene Hinzufügungen anderer Faktoren, insofern sie verfügbar sind, zu verbinden.“

fertigt, bei der *Keynes*-Exegese die Existenz einer „neoklassischen“ Produktionsfunktion

$$(1) \quad Q = F(N, K^*) \text{ mit } F_N > 0; F_{NN} < 0$$

zu unterstellen, wobei  $Q$  ein Symbol für die Ausbringungsmenge ist,  $N$  für den Arbeitseinsatz steht und  $K^*$  Kapitaleinkünfte darstellt, deren Verfügbarkeit kurzfristig als fix vorgegeben erachtet wird. Zwar hatte *Keynes* seine Produktionsfunktionen explizit nur auf disaggregierter Ebene formuliert, doch war er durchaus bereit, gelegentlich von „der“ Produktion als einer aggregierten Globalgröße zu sprechen<sup>8</sup>. Die Ableitungsbedingungen in (1) besagen, daß angenommen wird, daß bei Konstanz des Kapitaleinsatzes das Grenzprodukt der Arbeit fällt. Tatsächlich betonte *Keynes* einmal in einem Brief an *B. Ohlin* unter Bezugnahme auf die *Allgemeine Theorie*, daß er diese Annahme immer als „one of the very few incontrovertible propositions“ angesehen habe<sup>9</sup>.

Unterstellt man, daß die Produktionsfunktion (1) homogen vom Grade Eins ist — womit man zwar einerseits die folgenden algebraischen Manipulationen vereinfacht, aber andererseits eindeutig über die ursprünglichen Ausführungen von *Keynes* hinausgeht —, so gilt bekanntlich<sup>10</sup>

$$(2) \quad NF_{NN} = -KF_{KN} \text{ bzw. } KF_{KK} = -NF_{NK} .$$

Die Produktionsfunktion läßt sich dann in einem bestimmten Punkt mit der Substitutionselastizität<sup>11</sup>

$$(3) \quad \sigma = \frac{F_N F_K}{F F_{NK}} > 0$$

und den Produktionselastizitäten<sup>12</sup> für Arbeit ( $\alpha$ ) und Kapital ( $\beta$ )

$$(4) \quad 0 < \alpha \equiv \frac{F_N N}{F} < 1; \quad 0 < \beta \equiv \frac{F_K K}{F} < 1$$

charakterisieren, wobei  $\alpha + \beta$  bei linearhomogenen Produktionsfunktionen gleich Eins ist.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß nach der vorliegenden Interpretation davon ausgegangen wird, daß *Keynes* die „neoklassischen“ Produktionsannahmen weitgehend akzeptiert hatte. Folglich erscheint es legitim, auch in die *Keynes*sche Analyse das Konzept der Substitu-

<sup>8</sup> Siehe beispielsweise *Keynes* (1936), S. 241 und S. 257.

<sup>9</sup> Siehe *Moggridge* (Hrsg.) (1973 b), S. 190.

<sup>10</sup> Siehe hierzu beispielsweise *Ferguson* (1969), S. 94 ff.

<sup>11</sup> Siehe *Ferguson* (1969), S. 96, Gleichung 5.2.11.

<sup>12</sup> Siehe *Ferguson* (1969), S. 76, Gleichung 4.3.24.

tionselastizität einzuführen, das traditionellerweise eher mit der neoklassischen Theorie in Beziehung gesetzt wird.

### III. Die Aggregierte Angebotsfunktion bei Konstanz der Kapitaldienste

Die Aggregierte Angebotsfunktion unterscheidet sich von der Produktionsfunktion im wesentlichen dadurch, daß sie als abhängige Größe einen „Wert“ im Sinne eines Skalarproduktes aus Preis und Menge ausweist, während die Produktionsfunktion eine reine Mengengröße erklärt. Wird der Wert in *Keynes'* Lohneinheiten gemessen, d. h. werden die Geldwerte mit einem Nominallohnsatz normiert, so existiert laut *Keynes* (1936, S. 49 Fußn. 2) die Funktionalbeziehung

$$(5) \quad Z_w = \Phi(N)$$

als Aggregierte Angebotsfunktion, wobei  $Z_w$  den Wert des aggregierten Angebotes darstellt.

Generell kann man sagen, daß die algebraischen Charakteristika dieser Funktion bei gegebenen Produktionsbedingungen entscheidend davon abhängen werden, welche Annahmen man über die Preisbestimmung macht. Wird Grenzproduktivitätsentlohnung des Faktors Arbeit unterstellt und davon ausgegangen, daß kurzfristig Arbeit der einzige variable Faktor ist, so gilt für  $Z_w$ :

$$(6) \quad Z_w \equiv \frac{p}{w} Q = F/F_N \quad \begin{array}{l} p = \text{Güterpreis} \\ w = \text{Nominallohnsatz} \end{array}$$

Die Annahme der Grenzproduktivitätsentlohnung bezeichnete *Keynes* (1936, S. 5) als „erstes klassisches Postulat“, und er erklärte ausdrücklich, er sei bereit, sie für seine eigene Analyse zu akzeptieren<sup>13</sup>. In ähnlichem Sinne erklärte *Keynes* (1936, S. 230) im Zusammenhang mit einer Auseinandersetzung mit dem theoretischen Ansatz von *Pigou* (1933), daß sein eigener „Wert der Produktion . . . in Größen der Lohneinheit“ gleichzusetzen sei mit einem entsprechenden *Pigouschen* Quotienten aus Produktionsfunktion und Grenzproduktivitätsfunktion. Nichts anderes drückt aber Gleichung (6) aus, die somit als durchaus in Übereinstimmung mit *Keynes'* ursprünglichen Ausführungen gesehen werden kann. Aus ihr folgt aber unmittelbar eine Aussage über die algebraischen Charakteristika einer Beziehung zwischen  $Z_w$  und  $N$  —

<sup>13</sup> *Keynes* (1936), S. 14 f.: „Während wir die Punkte hervorheben, in denen wir vom klassischen System abweichen, dürfen wir einen wichtigen Punkt der Übereinstimmung nicht übersehen. Wir werden nämlich das erste Postulat wie zuvor beibehalten, . . .“

und somit über eine Aggregierte Angebotsfunktion —, für die man die Ableitung

$$(7) \quad \frac{\partial Z_w}{\partial N} = \frac{F_N^2 - F \cdot F_{NN}}{F_N^2} = 1 - \frac{FF_{NN}}{F_N^2} > 1$$

sowie den Elastizitätsausdruck  $\varepsilon_N^{Z_w}$  bei partieller Variation des Arbeitseinsatzes

$$(8) \quad \begin{aligned} \varepsilon_N^{Z_w} &= \frac{\partial \ln Z_w}{\partial \ln N} = \frac{\partial \ln F}{\partial \ln N} - \frac{\partial \ln F_N}{\partial \ln N} = \alpha - \frac{F_{NN}N}{F_N} \\ &= \alpha + \frac{KF_{KN}}{F_N} \frac{F_K}{F_K} \frac{F}{F} = \alpha + \frac{\beta}{\sigma} \leq 1 \end{aligned}$$

ermittelt.

Außerdem ergibt sich aus Gleichung (6), daß  $Z_w = 0$  für  $N = 0$  ist, sofern

$$(9) \quad \text{entweder } F(0, K^*) = 0 \text{ oder } F_N(0, K^*)^{-1} = 0$$

gilt. Dann geht aber die Aggregierte Angebotsfunktion durch den Nullpunkt im  $N$ - und  $Z_w$ -Raum.

Aus Gleichung (7) ersieht man, daß in kurzfristiger Analyse die Aggregierte Angebotsfunktion nur dann einen Anstiegswert von Eins haben könnte, wenn entweder a)  $F_N \rightarrow \infty$  geht oder b)  $F_{NN} = 0$  ist. Bedingung a) würde einen unendlich hohen Reallohnsatz bedeuten und scheidet als unrealistisch aus. Bedingung b) beinhaltet, daß das Grenzprodukt der Arbeit *nicht* fällt. Es ist aber oben dargelegt worden, daß *Keynes immer* annahm, daß das Grenzprodukt der Arbeit in kurzfristiger Analyse fällt. Folglich ist auch Annahme b) inakzeptabel. Somit kann die Aggregierte Angebotsfunktion — zumindest in kurzfristiger Analyse — nie als 45°-Gerade dargestellt werden, wenn man sich an *Keynes'* ursprüngliche Äußerungen hält. Diese Frage bedarf jedoch eingehenderer Untersuchung, die weiter unten (S. 303 ff.) erfolgt.

Die Ausführungen von *Davidson* und *Smolensky* (1964, S. 126) zur „Gestalt der Aggregierten Angebotsfunktion“ gehen davon aus, daß sich diese (bei gegebenem Nominallohnsatz) mit Hilfe des sogenannten „ $M/A$ -Quotienten“ ermitteln läßt, wobei  $M$  = Grenzprodukt der Arbeit ( $F_N$ ) und  $A$  = Durchschnittsprodukt der Arbeit ( $F/N$ ). Tatsächlich folgt auch im vorliegenden Ansatz aus Gleichung (6) in Verbindung mit der Definition der Produktionselastizität (4), daß

$$(10) \quad Z_w = \frac{F}{F_N} \frac{N}{N} = \frac{1}{\alpha} N$$

gilt, wobei bei vollkommenem Wettbewerb

$$(11) \quad \alpha \equiv \frac{F_{NN}}{F} = \frac{wN}{pQ} = \frac{M}{A}$$

ist. Ist  $\alpha$  konstant, so determiniert  $1/\alpha$  bzw.  $A/M$  den Anstieg der Aggregierten Angebotsfunktion, die in diesem Fall dann eine Gerade ist. Die Produktionselastizität der Arbeit wird jedoch nur ausnahmsweise konstant sein, beispielsweise beim Vorliegen einer Cobb-Douglas Produktionsfunktion, bei der sie parametrisch vorgegeben ist. In anderen Fällen kann sie mit zunehmendem Arbeitseinsatz sowohl steigen als auch fallen. Dementsprechend wird dann die Aggregierte Angebotsfunktion entweder konkav oder konvex — von der  $N$ -Achse aus gesehen — sein.

Dieser Tatbestand ist in der bisherigen Literatur noch nicht prägnant gefaßt worden<sup>14</sup>. Aus Gleichung (8) ergibt sich jedoch, daß sich mit Hilfe des Konzepts der Substitutionselastizität genauere Aussagen machen lassen. Sofern nämlich  $\sigma > 1$  ist, ist  $\varepsilon_N^{Z,w} < 1$ , da bei linearhomogenen Produktionsfunktionen  $\alpha + \beta = 1$  gilt. Geht die Aggregierte Angebotsfunktion durch den Nullpunkt (siehe Bed. (9)), dann muß demgemäß bei  $\sigma > 1$  in jedem Punkt der Aggregierten Angebotsfunktion ihr marginaler Wert kleiner als der Durchschnittswert sein. Dann muß aber die entsprechende Kurve konkav zur  $N$ -Achse verlaufen. Demgegenüber ist für  $\sigma < 1$  die kurzfristige Aggregierte Angebotsfunktion konvex. Somit kann man feststellen, daß bei Grenzproduktivitätsentlohnung und bei Zugrundeliegen einer linearhomogenen Produktionsfunktion die Höhe der Substitutionselastizität die hinreichende und notwendige Bedingung für den konkaven oder konvexen Verlauf der Aggregierten Angebotsfunktion ist.

#### IV. Die Aggregierte Angebotsfunktion bei Variabilität der Kapaldienste

Die bisherige Annahme konstanter Kapaldienste ist sicherlich höchstens auf entsprechend definierter kurzfristiger Betrachtungsebene gerechtfertigt. Wie wird die kurzfristige Aggregierte Angebotsfunktion beeinflusst, wenn die Einsatzmengen anderer Produktionsfaktoren als Arbeit — hier repräsentiert durch die Variable  $K$  — variiert werden? In der Literatur finden sich zu dieser Frage kaum Ausführungen<sup>15</sup>. Im vorliegenden Rahmen lassen sich hierzu folgende Aussagen machen.

<sup>14</sup> Davidson und Smolensky (1964, S. 126) erwähnen zwar die Möglichkeit konkaver Aggregierter Angebotsfunktionen, schließen sie dann aber wieder aus und kommen zu dem Schluß, diese Funktion sei „either linear or convex to the employment axis“ (a.a.O., S. 128).

Über das totale Differential von Gleichung (6) ermittelt man die Ableitung

$$(12) \quad \frac{dZ_w}{dN} = \underbrace{\frac{F_N^2 - F_{NN}F}{F_N^2}}_{> 1} + \underbrace{\frac{F_N F_K - F_{NK}F}{F_N^2}}_{\cong 0} \underbrace{\frac{dK}{dN}}_{\cong 0} \cong 1$$

In diesem Falle ist es äußerst schwierig, auf der Grundlage der bisherigen Annahmen definitive Aussagen über den Wert dieser Ableitung zu machen. Zwar ist aus Gleichung (7) bekannt, daß der erste Bruch in (12) größer als Eins sein muß. Der zweite Bruch kann aber sowohl positiv als auch negativ sein. In dieser Lage kann es für die Strukturierung der Überlegungen nützlich sein, im langfristigen Kontext die Bewegung im  $N$ - und  $Z_w$ -Raum zu zerlegen, und zwar in eine kurzfristige Bewegungskomponente entlang einer der zuvor diskutierten Aggregierten Angebotsfunktionen und in eine langfristige Komponente, durch die diese Kurven aufgrund von Variationen des Kapitaleinsatzes verschoben werden. Es wird dann klar, daß sich die Schwierigkeiten im Zusammenhang mit einer Diskussion der Ableitung (12) daraus ergeben, daß ein zusätzlicher Kapitaleinsatz sowohl zu einer Verschiebung der kurzfristigen Kurven zur  $N$ -Achse als auch zur  $Z_w$ -Achse führen kann. Dies läßt sich auf zweierlei Art belegen.

Hält man in der  $Z_w$ - $N$ -Ebene den Wert von  $N$  konstant, so ergibt sich aus (6) der partielle Elastizitätsausdruck

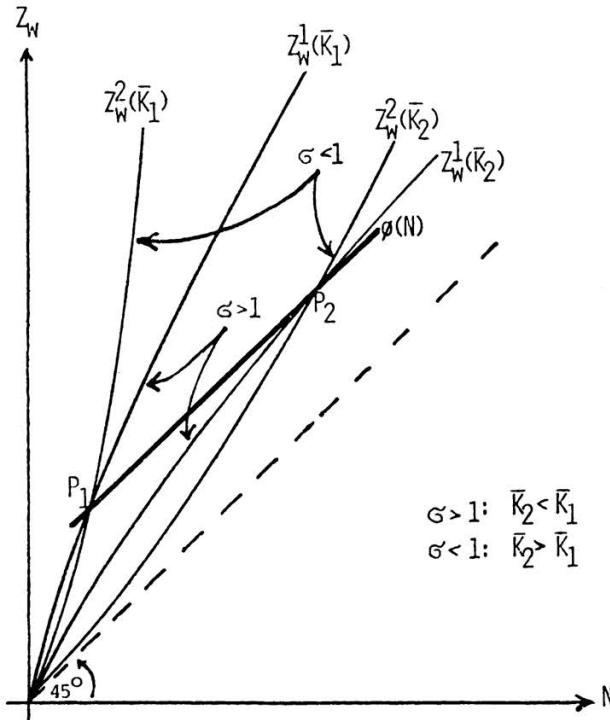
$$(13) \quad \begin{aligned} \varepsilon^{Z_w} &= \frac{\partial \ln Z_w}{\partial \ln K} = \frac{\partial \ln F}{\partial \ln K} - \frac{\partial \ln F_N}{\partial \ln K} = \beta - \frac{F_{NK}K}{F_N} \\ &= \beta - \frac{F_{NK}K}{F_N} \frac{F_K}{F_K} \frac{F}{F} = \beta - \frac{\beta}{\sigma} \cong 0, \end{aligned}$$

dessen Wert offensichtlich von der Größe von  $\sigma$  abhängt. Man entnimmt (13), daß dieser Ausdruck bei  $\sigma > 1$  positiv ist und daß folglich bei konstantem Arbeitseinsatz eine Erhöhung von  $K$  mit einer Erhöhung von  $Z_w$  einhergeht, d. h. daß die ursprüngliche Aggregierte Angebotsfunktion zur  $Z_w$ -Achse verschoben wird. Ist  $\sigma < 1$ , so führt eine Erhöhung der Kapaldienste zu einer Bewegung der ursprünglichen Kurve zur  $N$ -Achse. Diese Bewegungen werden in der folgenden Figur 1 dargestellt, wobei eine Verlagerung von  $Z_w^1(\bar{K}_2)$  auf  $Z_w^1(\bar{K}_1)$  dem ersteren

<sup>15</sup> Bei Davidson (1972, S. 111 ff.) gibt es ein Kapitel über „Accumulation and Growth in Effective Demand“, in dem jedoch nicht auf die Rolle der Substitutionselastizität bei der Bestimmung der Auswirkungen der Akkumulation auf die Aggregierte Angebotsfunktion eingegangen wird.



Fall entspricht, während der zweite Fall durch eine Bewegung von  $Z_w^2(\bar{K}_1)$  auf  $Z_w^2(\bar{K}_2)$  repräsentiert wird.



Figur 1: Kurzfristige ( $Z(\cdot)$ ;  $i = 1, 2$ ) und langfristige ( $\Phi(N)$ ) Aggregierte Angebotsfunktionen

Ähnliche Resultate erhält man, wenn nicht  $N$ , sondern  $Z_w$  konstant bei einer Variation von  $K$  gesetzt wird. Über das totale Differential von  $Z_w$  ermittelt man

$$(14) \quad \frac{dZ_w}{dK} = \frac{\partial Z_w}{\partial K} \frac{dN}{dK} + \frac{\partial Z_w}{\partial N} = 0 .$$

Multiplikation von (14) mit  $K/Z_w$  und Erweiterung mit  $N$  ergibt dann über (8) und (13) die Elastizitätsausdrücke

$$(15) \quad E_K^N = - \epsilon_K^{Z_w} / \epsilon_N^{Z_w} = - \frac{\beta(\sigma - 1)}{\sigma\alpha + \beta} \cong 0 ,$$

Die Elastizität des Arbeitseinsatzes bei Variation des Kapitaleinsatzes  $E_K^N$  ist demnach positiv oder negativ, je nachdem, ob  $\sigma \leq 1$  ist. Ist also

der Wert der gewinnmaximalen Produktion  $Z_w$  gegeben, so kann eine Erhöhung der Kapitaleinkünfte sowohl zu einer Erhöhung ( $\sigma < 1$ ) als auch zu einer Senkung ( $\sigma > 1$ ) des Arbeitseinsatzes führen. Es folgen hieraus wiederum die in Figur 1 dargestellten Drehungen der Kurven der kurzfristigen Aggregierten Angebotsfunktionen  $Z_w^1(\cdot)$  bzw.  $Z_w^2(\cdot)$ .

### V. Der Verlauf der Aggregierten Angebotsfunktion als Problem der Keynes-Exegese

Es ist zwar oben ausgeführt worden, daß die kurzfristige Aggregierte Angebotsfunktion niemals als 45°-Linie dargestellt werden kann. Dennoch muß man zur Kenntnis nehmen, daß *Keynes* (1936; S. 49 Fußn. 2) unterstellte, daß unter gewissen Bedingungen für diese Funktion  $\Phi'(N) = 1$  gelten kann. Sicherlich dürften die diesbezüglichen — sehr dunkeln — Ausführungen mit dazu beigetragen haben, daß die Intentionen der *Keynesschen* Aussagen zum Verlauf der Aggregierten Angebotsfunktion unklar blieben. *Keynes* spezifizierte nämlich nicht, auf welcher Betrachtungsebene die von ihm postulierte Beziehung gelten soll. Denkmöglich sind im vorliegenden Kontext folgende drei Ebenen:

- a) die momentane Ebene der Ermittlung eines Gleichgewichtspunktes,
- b) die kurzfristige Ebene der Bewegung entlang einer Aggregierten Angebotsfunktion bei gegebenen Kapitaleinkünften,
- c) die langfristige Ebene der zusammengesetzten Bewegung entlang einer kurzfristigen Aggregierten Angebotsfunktion bei gleichzeitiger Verschiebung dieser Funktion aufgrund von Variationen der Kapitaleinkünfte.

Aus dieser Liste scheidet aufgrund der Überlegungen auf S. 299 Punkt b) als inakzeptabel aus. Was Punkt a) anbelangt, so kann bei Grenzproduktivitätsentlohnung und bei ausschließlicher Variabilität des Faktors Arbeit davon ausgegangen werden, daß

$$(16) \quad \frac{dQ}{dN} = \frac{w}{p} \text{ bzw. } dN = \frac{p}{w} dQ$$

gilt. Da aber bei Grenzproduktivitätsentlohnung der Reallohn als exogen gegeben und damit als konstant angesetzt werden muß, ist in diesem Fall  $\frac{p}{w} dQ = dZ_w$ . Es ergibt sich somit aus der Gleichgewichtsbedingung (16) die Formulierung

$$(17) \quad dN = dZ_w \text{ bzw. } \frac{dN}{dZ_w} = 1 .$$

Zwar könnte man nun meinen, auf der Grundlage von (17) ließe sich eine 45°-Linie im  $N$ - $Z_w$ -Raum konstruieren. Es ist dies aber eine

Gleichgewichtsbedingung, die nur in einem bestimmten Punkt dieses Raumes erfüllt ist und die nicht herangezogen werden kann zur Darstellung *alternativer* gleichgewichtiger Zuordnungen von  $N$  und  $Z_w$ . *Keynes* scheint dies auch klar erkannt zu haben. Jedenfalls führte er in einem Entwurf zur *Allgemeinen Theorie* — der später jedoch keine Verwendung gefunden hat — aus, daß zwar einerseits „each day“ die Gewinnmaximierungsbedingung dazu führt, „that employment will be carried to a point at which  $\Delta D_w = \Delta N$ “, wobei  $D_w$  in jenem Kontext mit  $Z_w$  gleichgesetzt werden kann<sup>16</sup>. *Keynes* spricht hierbei also offensichtlich Gleichgewichtsbedingung (17) an. Er setzt jedoch hinzu, daß aufgrund von „decreasing returns for a given capital equipment“ bei einer Variation von  $N$  der Zuwachs von  $N$  geringer ausfallen wird als der entsprechende Zuwachs von  $D_w$  bzw. von  $Z_w$ . Folglich muß in diesem Kontext  $dN/dZ_w$  kleiner als Eins bzw. der reziproke Wert größer als Eins sein. Offensichtlich verweist diese *Keynes*-Stelle auf unsere Beziehung (7). Durch sie wird akzeptiert, daß die kurzfristige Aggregierte Angebotsfunktion nie durch eine 45°-Linie wiedergegeben werden kann, sondern immer steiler als diese verläuft<sup>17</sup>. Es bleibt folglich nur der Schluß übrig, *Keynes*' Postulat, daß  $\Phi'(N) = 1$  anzusetzen sei, beziehe sich auf die Ebene der langfristigen Betrachtung c). In der Tat ergibt sich bei simultaner Variation von Kapital und Arbeit, daß durch-

$$(18) \quad \frac{dZ_w}{dN} = \frac{\partial Z_w}{\partial N} + \frac{\partial Z_w}{\partial K} \frac{dK}{dN} = 1$$

gelten kann. Multiplikation von (18) mit  $N/Z_w = \alpha$  ergibt den Elastizitätsausdruck

$$(19) \quad \epsilon_N^{Z_w} + \epsilon_K^{Z_w} E_N^K = \alpha,$$

aus dem man über (8) und (13) ermittelt, daß für  $\Phi'(N) = 1$ , d. h. für  $dZ_w/dN = 1$

$$(20) \quad E_N^K = \frac{1}{1 - \sigma} \approx 0$$

gelten muß, je nachdem, ob  $\sigma \leq 1$  ist. Es folgt also, daß im langfristigen Kontext der Variabilität der Kapitaleinkünfte eine langfristige Aggregierte Angebotsfunktion mit Anstiegswert Eins beschrieben werden kann, sofern Kapital und Arbeit immer so variieren, daß Bedingung

<sup>16</sup> Siehe *Moggridge* (Hrsg.) (1973 a), S. 426.

<sup>17</sup> Der in eckige Klammern gesetzte herausgeberische Zusatz von *Moggridge* (Hrsg.) (1973 a, S. 426) in der Passage: „... as  $N$  increases, the increase in  $N$  will be less [more?] than the increase in  $D_w$ ...“ ist offensichtlich falsch unter den von *Keynes* explizit spezifizierten Bedingungen.

(20) erfüllt ist<sup>18</sup>. Dies läßt sich in der graphischen Darstellung der Figur 1 wie folgt erläutern: Die *Keynessche* 45°-Linie wird dort mit  $\Phi(N)$  bezeichnet. Ihr Verlauf erfordert den Übergang von einer kurzfristigen Aggregierten Angebotskurve, die beispielsweise durch den Punkt  $P_1$  geht, auf eine andere kurzfristige Kurve, die im vorliegenden Fall durch  $P_2$  gehen müßte. Je nach der Höhe der Substitutionselastizität bedeutet solch ein Übergang entweder eine Zu- oder Abnahme der eingesetzten Kapaldienste.

### VI. Beschäftigungstheoretische Anwendungen der vorliegenden Analyse

Die vorliegenden Betrachtungen beziehen sich nur auf eine von mehreren Strukturgleichungen des *Keynesschen* Systems und können folglich keine umfassenden beschäftigungstheoretischen Schlußfolgerungen zulassen. Dennoch könnten sie einige Anregungen liefern, die gerade im Hinblick auf aktuelle Diskussionen der Beschäftigungspolitik eventuell nicht uninteressant sind. Hierbei ist insbesondere an das Argument zu denken, daß bei der augenblicklichen Unterbeschäftigung kein administrativer Anreiz zur Investitionstätigkeit geliefert werden sollte, da durch Investitionen *cet. par.* Produktionsfaktoren gebildet werden, die den Faktor Arbeit substituieren und folglich angeblich die Unterbeschäftigung potenzieren<sup>19</sup>. Dieses Argument wird im allgemeinen nicht umfassend analytisch untermauert. Es scheint sich auf eine Partialanalyse zu stützen, die von investitionsinduzierten Multiplikatoreffekten abstrahiert. Werden aber die Multiplikatoreffekte vernachläss-

<sup>18</sup> Die Bedingung, die *Keynes* (1936, S. 49 Fußn. 2) gibt, ist, „daß die Faktorkosten in einem stetigen Verhältnis zu den Lohnkosten stehen“. Man kann dies so interpretieren, daß  $dN$ , die *Veränderung* der Lohnkosten in Lohneinheiten, proportional ist zu der *Veränderung* der gesamten Faktorkosten. Bei einer linearhomogenen Produktionsfunktion muß der Proportionalitätsfaktor Eins betragen, um das gewünschte Ergebnis zu generieren. Da im vorliegenden Fall die Kosten der Kapaldienste in Lohneinheiten ( $r =$  Pacht-rate für Kapaldienste)

$$\frac{rK}{w} = \frac{r}{p} \frac{p}{w} K = (F_K/F_N) K$$

betragen, erhält man aus dieser Interpretation der *Keynesschen* Bedingung, daß  $dN = d((F_K/F_N) K + N)$  bzw.  $K d(F_K/F_N) = - (F_K/F_N) dK$  gelten muß. Es kann gezeigt werden, daß dieser Ausdruck ebenfalls zu Bedingung (20) führt (siehe Anhang).

<sup>19</sup> Vgl. *Schachtschabel* (1977, S. 60): „Wenn . . . immer wieder die Förderung der unternehmerischen Investitionsneigung befürwortet und gefordert wird, so ist dieser Ansatz arbeitsmarktpolitisch keineswegs zeitgerecht und erfolgversprechend. . . . Denn erfahrungs- und erwartungsgemäß werden diese finanziellen Vergünstigungen von den Unternehmen zu weiteren Rationalisierungen verwendet. Dies bedeutet aber nicht Abbau, sondern Zunahme der Arbeitslosenquote.“

sigt und werden die beschäftigungstheoretischen Aussagen, wie im herkömmlichen Keynesianismus üblich, über die Produktionsfunktion generiert, dann muß man in einer Gleichgewichtsanalyse  $dQ = 0$  setzen, und man ermittelt über (1) tatsächlich, daß

$$(21) \quad \frac{dN}{dK} = - (F_K / F_N) < 0$$

ist. Hieraus wäre zu schließen, daß eine Vermehrung der Kapitaleinkommen *cet. par.* immer die Beschäftigung senkt.

Es läßt sich aber anhand der Aggregierten Angebotsfunktion leicht zeigen, daß diese Schlußfolgerung im ursprünglichen analytischen Rahmen von *Keynes* nicht unbedingt stichhaltig ist. Da *Keynes* sich ja bekanntlich bei seinen beschäftigungstheoretischen Aussagen nicht unmittelbar an Produktionsmengen orientierte, muß bei ihm bei Konstanz der effektiven Nachfrage nicht  $dQ$ , sondern  $dZ_w = 0$  gesetzt werden, und es ist oben (Gleichung 15) gezeigt worden, daß dann je nach der Höhe der Substitutionselastizität

$$E_K^N \geq 0$$

gilt. Es kann bei *Keynes* also selbst bei Vernachlässigung der Multiplikatoreffekte keine Rede davon sein, daß eine Vermehrung der Kapitaleinkommen *cet. par.* unweigerlich die Beschäftigung senkt. Aus (15) ergibt sich, daß dies nur dann der Fall wäre, wenn die Substitutionselastizität immer größer als Eins ist. Ist sie aber kleiner als Eins, so führt eine Vermehrung der Kapitaleinkommen *cet. par.* zu einem erhöhten Einsatz des Faktors Arbeit. Verbal formuliert, ergibt sich diese Schlußfolgerung daraus, daß ein zusätzlicher Einsatz von Kapitaleinkommen die Grenzproduktivität der Arbeit erhöht, was bei Grenzproduktivitätsentlohnung zu einer Erhöhung des Reallohnes bzw. zu einer Senkung des Güterpreises relativ zum Lohnsatz führt. Wenn aber bei einem konstanten Wert der effektiven Nachfrage (in Lohneinheiten) die Preiskomponente gesunken ist, so muß die Mengenkomponekte des Wertausdruckes ( $\frac{p}{w}Q$ ) entsprechend steigen. Die erhöhte Mengenproduktion erfordert aber einen erhöhten Arbeitseinsatz. Aufgrund dieser Zusammenhänge könnten somit die Investitionen selbst unter Vernachlässigung der durch sie bewirkten Multiplikatoreffekte die Anzahl der Arbeitsplätze nicht vermindern, sondern sogar trotz einer gewissen Substitutionalität zwischen Kapital und Arbeit erhöhen<sup>20</sup>.

<sup>20</sup> Bereits *Gustav Cassel* (1923, S. 312) hat im Zusammenhang mit einer Diskussion der Nachfrage nach Arbeit unter Berücksichtigung der „Substitution von Arbeit und Kapitaldisposition“ festgestellt, daß erhöhter Kapitaleinsatz (bei *Cassel* nicht aufgrund von administrativen Anreizen, sondern

Es ist also festzuhalten, daß das Argument, eine Erhöhung der Kapitaldienste führe bei konstanter effektiver Nachfrage zu einer „Wegrationalisierung“ von Arbeitsplätzen, im vorliegenden analytischen Rahmen nur dann Gültigkeit haben kann, wenn die Substitutionselastizität größer als Eins ist. Ob dies tatsächlich der Fall ist, kann nicht ad hoc entschieden werden, sondern müßte anhand von empirischen Erhebungen ermittelt werden.

## VII. Schlußfolgerung und Ausblick

*Keynes* gründet seine beschäftigungstheoretischen Aussagen nicht auf eine gesamtwirtschaftliche Produktionsfunktion, sondern auf eine Aggregierte Angebotsfunktion. Dennoch kann davon ausgegangen werden, daß *Keynes* die herkömmlichen „neoklassischen“ Produktionsannahmen nicht verworfen hat. Die Verwendung des „neoklassischen“ Konzepts der Substitutionselastizität in der *Keynes*-Exegese erscheint somit als legitim. Ihre tatsächliche Höhe kann eventuell beträchtliche beschäftigungspolitische Bedeutung haben. Insbesondere kann gezeigt werden, daß erhöhter Kapitaleinsatz bei konstanter effektiver Nachfrage nur dann zu einem „Wegrationalisieren“ von Arbeitsplätzen führt, wenn die Substitutionselastizität höher als Eins ist. Abgesehen von den beschäftigungspolitischen Implikationen könnten die vorliegenden Ausführungen geeignet sein, die zugegebenermaßen dunkeln Äußerungen von *Keynes* zur Aggregierten Angebotsfunktion in einigen Aspekten zu systematisieren und zu erhellen.

Abschließend sei betont, daß die vorliegenden, relativ prägnanten Aussagen auf einigen vereinfachenden Annahmen beruhen, insbesondere:

- a) Es existiert eine linearhomogene makroökonomische Produktionsfunktion,
- b) es herrscht Grenzproduktivitätsentlohnung, und
- c) die Betrachtung der Aggregierten Angebotsfunktion läßt sich aufteilen in eine kurzfristige Ebene der Kapitalkonstanz und in eine langfristige Ebene variabler Kapitaldienste.

Die bedeutend vageren Darstellungen von *Keynes* könnten darin begründet sein, daß er sich nicht auf solche Annahmen festlegen lassen wollte. Andererseits schließt er keine von ihnen *expressis verbis* aus, sondern deutet sie teilweise als akzeptabel an, wie oben insbesondere

---

aufgrund von technischem Fortschritt) zwar mit einer Verminderung der Arbeit aufgrund des Substitutionseffektes einhergehen kann, setzte aber hinzu: „Gleichzeitig werden aber die Preise der Produkte meistens stark herabgesetzt, wodurch die Nachfrage nach ihnen und somit auch die Nachfrage nach der betreffenden Arbeit absolut gesteigert wird, ...“

unter Hinweis auf *Keynes'* Akzeptierung des ersten klassischen Postulates gezeigt wurde. Somit scheint die vorliegende Vorgehensweise eine vertretbare Grundlage bei der Diskussion der Keynes'schen Aggregierten Angebotsfunktion liefern zu können.

Sicherlich wird man besonders die hier verwendete Annahme exogen gegebener Kapitaldienste für unrealistisch halten. Ihre Aufgabe würde aber die Entwicklung einer Theorie der Kapitalnachfrage — und damit der Investition — nach sich ziehen, eine Problemstellung, die über den vorliegenden Rahmen hinausgehen würde.

### Anhang

Nachweis, daß

$$\text{A.1} \quad K d(F_K/F_N) = - (F_K/F_N) dK$$

zu Bedingung (20) führt (siehe Fußnote 18, S. 11): Aufgrund der Quotientenregel erhält man aus A.1

$$\text{A.2} \quad K \frac{F_N d(F_K) - F_K d(F_N)}{F_N^2} = - \frac{F_K}{F_N} dK$$

Da

$$d(F_K) = F_{KK} dK + F_{KN} dN$$

$$d(F_N) = F_{NK} dK + F_{NN} dN$$

ist, erhält man nach entsprechender Ersetzung in A.2 und nach Multiplikation mit

$$\frac{F_N^2 N}{K dN}$$

den Ausdruck

$$\text{A.3} \quad NF_N F_{KN} + NF_N F_{KK} \frac{dK}{dN} - F_K NF_{NN} - F_K NF_{NK} \frac{dK}{dN} = - F_K F_N E_N^K$$

Erweitern des zweiten und vierten Ausdrucks von A.3 mit  $K$  und Umordnen ergibt

$$\text{A.4} \quad NF_N F_{KN} - F_K NF_{NN} + E_N^K (F_N KF_{KK} - KF_K F_{NK}) = - F_K F_N E_N^K$$

Hierfür kann man aufgrund der Linearhomogenität (siehe Gl.2, S. 3) auch schreiben:

$$\text{A.5} \quad F_{KN} \underbrace{(NF_N + KF_K)}_{= F} - E_N^K F_{NK} \underbrace{(NF_N + KF_K)}_{= F} = - F_K F_N E_N^K$$

Division von A.5 mit  $F_K F_N$  ergibt

$$\text{A.6} \quad \frac{F_{KN} F}{F_K F_N} (1 - E_N^K) = - E_N^K .$$

Aufgrund der Definition von  $\sigma$  (Gl.3, S. hier Blatt 25 Mitte) ergibt sich

$$\text{A.7} \quad \frac{1}{\sigma} (1 - E_N^K) = - E_N^K .$$

Umordnen zeigt dann, daß aus A.7 — und folglich aus A.1 — Bedingung (20) folgt.

### Zusammenfassung

Der Begriff der Substitutionselastizität wird in die Diskussion der Aggregierten Angebotsfunktion eingeführt. Bei gegebenem Kapitalbestand determiniert die Substitutionselastizität die Krümmung dieser Funktion. Bei Kapitalvariation bestimmt sie die Richtung der dadurch bewirkten Verlagerung. Als beschäftigungstheoretische Implikation ergibt sich, daß selbst bei Substitutionalität der Produktionsfaktoren eine Erhöhung des Kapitalbestandes die Beschäftigung eventuell nicht senkt, sondern erhöht. Weiterhin wird gezeigt, daß die Keynesische Aggregierte Angebotsfunktion nur dann einen Anstiegswert von Eins haben kann, wenn Kapital und Arbeit in ganz bestimmter Weise, die ebenfalls durch die Substitutionselastizität bestimmt wird, gemeinsam variieren.

### Summary

The concept of the elasticity of substitution is introduced in discussing Keynes's aggregate supply function. It determines the curvature of that function when capital is fixed and the direction of the shift of the function when capital is varied. The employment theoretic implication is that even when capital and labour are substitutable, a *cet. par.* increase of capital might not decrease but increase employment. The Keynesian aggregate supply function could have a unitary slope only if capital and labour vary in a very specific way which is also determined by the elasticity of substitution.

### Literatur

- Blaug, M. (1968), *Economic Theory in Retrospect*, 2. Aufl., London.  
 Cassel, G. (1923), *Theoretische Sozialökonomie*, 3. Aufl., Erlangen und Leipzig.  
 Davidson, P. und E. Smolensky (1964), *Aggregate Supply and Demand Analysis*, New York u. a.  
 Davidson, P. (1972), *Money and the Real World*, London und Basingstoke.  
 Ferguson, C. E. (1969), *The Neoclassical Theory of Production and Distribution*, Cambridge.  
 Gäfgen, G. (1973), *Keynesianismus, Preismechanismus und Ungleichgewichtsökonomik: Ein Vorwort zu Axel Leijonhufvuds Rehabilitierung von J. M. Keynes*, in G. Gäfgen (Hrsg.), *A Leijonhufvud über Keynes und den Keynesianismus*, Köln, S. 13 - 23.



- Goodhart, C. A. E.* (1977), Rezension von Patinkin (1976) *Economica* 44, S. 305 - 306.
- Hansen, A. H.* (1953), *A Guide to Keynes*, New York 1953, Zitiert nach der deutschen Übersetzung: G. Hummel (Hrsg.), A. H. Hansen, *Keynes' ökonomische Lehren*, Stuttgart und Düsseldorf.
- Keynes, J. M.* (1936), *The General Theory of Employment, Interest, and Money*. London 1936. Zitiert nach der deutschen Übersetzung: *Allgemeine Theorie der Beschäftigung, des Zinses und des Geldes*, Berlin.
- Minsky, H. P.* (1975), *John Maynard Keynes*, New York.
- Moggridge, D.* (Hrsg.) (1973 a), *The Collected Writings of John Maynard Keynes*, Bd. XIII, *The General Theory and After, Part I, Preparation*, London.
- (1973 b), *The Collected Writings of John Maynard Keynes*, Bd. XIV, *The General Theory and After, Part. II, Defence and Development*, London.
- Patinkin, D.* (1976), *Keynes' Monetary Thought. History of Political Economy* 8 (1976), S. 1 - 150. Zitiert nach dem Buch desselben Titels, Durham.
- (1977), A correction: the aggregate supply function. *History of Political Economy* 9, S. 156 - 159.
- Pigou, A. C.* (1933), *The Theory of Unemployment*, Reprint, London 1968.
- Schachtschabel, H. G.* (1977), Nur falsche Programme. *Wirtschaftswoche* 31, Nr. 30, S. 60 - 64.
- Weintraub, S.* (1961), *Classical Keynesianism, Monetary Theory And the Price Level*, New York.
- Wells, P.* (1960) *Keynes' Aggregate Supply Function: A Suggested Interpretation*. *The Economic Journal* 70, S. 536 - 542.