

Brunner, Johann K.; Falkinger, Josef

## Article

# Umlageverfahren, Kapitaldeckungsverfahren und optimales Wachstum

Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften (ZWS) - Vierteljahresschrift der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, Verein für Socialpolitik

## Provided in Cooperation with:

Duncker & Humblot, Berlin

*Suggested Citation:* Brunner, Johann K.; Falkinger, Josef (1988) : Umlageverfahren, Kapitaldeckungsverfahren und optimales Wachstum, Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften (ZWS) - Vierteljahresschrift der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, Verein für Socialpolitik, ISSN 0342-1783, Duncker & Humblot, Berlin, Vol. 108, Iss. 4, pp. 617-620,  
<https://doi.org/10.3790/schm.108.4.617>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/291695>

### Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

### Terms of use:

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*



<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

## Diskussionen

### Umlageverfahren, Kapitaldeckungsverfahren und optimales Wachstum

Zu einer Arbeit von M. Neumann

Von Johann K. Brunner und Josef Falkinger

#### I. Einleitung

In einer 1987 in den Schriften des Vereins für Socialpolitik erschienenen Arbeit<sup>1</sup> von *M. Neumann* wurde versucht, mit dem Instrumentarium der Theorie des optimalen Wachstums zu einer „gründlichen Untersuchung der gesamtwirtschaftlichen Konsequenzen alternativer Finanzierungsverfahren der Altersversorgung“ (S. 27) beizutragen. Die zentrale Schlußfolgerung dieser Untersuchung lautet: „Das Umlageverfahren führt zu einem niedrigeren Kapitalstock je Erwerbstätigen und damit auch zu einem niedrigeren Niveau des Bruttosozialprodukts je Erwerbstätigen als das Kapitaldeckungsverfahren“ (S. 39), so daß also „das Kapitaldeckungsverfahren im Vergleich zum Umlageverfahren nicht unerhebliche ökonomische Vorteile aufweist“ (S. 47).

Diese Schlußfolgerung ist falsch. Angesichts ihrer schwerwiegenden wirtschaftspolitischen Implikationen erscheint es notwendig, die Fehlerhaftigkeit der Analyse klar aufzuzeigen. Dies ist das Anliegen der vorliegenden Bemerkung. Wir beschränken uns dabei strikt auf den von Neumann verwendeten Rahmen und sehen ab von der Frage, inwiefern die Untersuchung von steady states in optimalen Wachstumsmodellen überhaupt adäquate Aussagen zur Beurteilung verschiedener Verfahren der Rentenfinanzierung angesichts demographischer Veränderungen liefern kann.

#### II. Analyse

$L$  und  $A$  bezeichnen die Zahl der Erwerbstätigen bzw. der Rentner; der Konsum pro Erwerbstätigem wird mit  $c_L$ , der Konsum pro Rentner mit  $c_R$

---

<sup>1</sup> *Neumann* (1987). Die gleichen Überlegungen erschienen schon vorher als Buch in der Reihe des Walter Eucken Instituts (*Neumann*, 1986).

bezeichnet. Bei konstanter Änderungsrate  $n$  der Zahl der Erwerbstätigen und gegebener Alterslastquote  $\psi$  ( $= A/L$ ) ist die mit  $\rho$  diskontierte Summe der Periodennutzen aller Erwerbstätigen und Rentner (identische Nutzenfunktionen  $u$  vorausgesetzt) gegeben durch

$$(1) \quad \int_0^{\infty} L(0) [u(c_L(t)) + \psi u(c_R(t))] e^{-\beta t} dt ,$$

mit  $\beta = \rho - n$ . (Modifikationen mit  $\beta = \rho - (1 - \mu)n$ ,  $0 \leq \mu \leq 1$ , wie sie Neumann diskutiert, ändern an der folgenden Argumentation nichts).

Restringiert wird (1) durch die Tatsache, daß Konsum und Bruttoinvestitionen den Gesamtoutput ergeben. In Pro Kopf-Form lautet diese Restriktion

$$(2) \quad c_L + c_R \psi + \dot{k} + (n + \delta)k = f(k) ,$$

wobei  $k$  den Kapitalstock pro Erwerbstätigem,  $\delta$  die Abschreibungsrate und  $f$  die (als linear-homogen angenommene) makroökonomische Produktionsfunktion bezeichnen.

Zur Vereinfachung setzt Neumann von Beginn an (S. 29) voraus, daß

$$(3) \quad c_R = c_L$$

gelten soll<sup>2</sup>.

Substitution von (3) in (1) und (2) ergibt ein Variationsproblem<sup>3</sup>, dessen Lösung durch das Differentialgleichungssystem

$$(4a) \quad \dot{k} = f(k) - c_L(1 + \psi) - (n + \delta)k ,$$

$$(4b) \quad \dot{c}_L = -[u'(c_L)/u''(c_L)] [f'(k) - (n + \delta + \beta)]$$

beschrieben wird. Die entsprechenden steady state-Bedingungen (für  $\dot{k} = 0$ ,  $\dot{c}_L = 0$ ) lauten

$$(5a) \quad c_L = [f(k) - (n + \delta)k]/(1 + \psi) ,$$

$$(5b) \quad f'(k) = n + \delta + \beta .$$

<sup>2</sup> Bedingung (3) entspricht übrigens dem optimalen Wachstumsprogramm, das sich ergibt, wenn man die soziale Wohlfahrtsfunktion (1) unter der Nebenbedingung (2) ohne irgendwelche weitere Restriktionen bezüglich Rentnerkonsum und Erwerbstätigenkonsum maximiert.

<sup>3</sup>  $H(t, c_L, k, \dot{c}_L, \dot{k}, \lambda) = L(0) [u(c_L) + \psi u(c_L)] e^{-\beta t} + \lambda (f(k) - c_L - \psi c_L - \dot{k} - (n + \delta)k)$  ist die zugehörige Hamiltonfunktion.

Soweit das von Neumann verwendete optimale Wachstumsprogramm; er unterstellt, daß es durch das Kapitaldeckungsverfahren approximativ realisiert wird.

Selbstverständlich wird sich im allgemeinen ein anderes optimales Wachstumsprogramm ergeben, wenn statt (3) eine andere Bedingung bezüglich  $c_R$  vorgegeben wird, z. B.

$$(6) \quad c_R = (\tau/\psi) f(k) ,$$

mit  $0 < \tau < 1$ . Weil in diesem Fall  $\psi c_R$ , d. i. der Rentnerkonsum pro Erwerbstätigem, einen festen Anteil  $\tau$  der Produktion pro Erwerbstätigem ausmacht, assoziiert Neumann diese Bedingung mit dem Umlageverfahren.

Verwendet man in (1) und (2) die Bedingung (6) statt (3), so ergibt sich für das optimale Wachstumsprogramm:

$$(7a) \quad \dot{k} = (1 - \tau) f(k) - c_L - (n + \delta) k ,$$

$$(7b) \quad \dot{c}_L = - [u'(c_L) ((1 - \tau) f'(k) - (n + \delta + \beta)) + u'(c_R) \tau f'(k)] / u'(c_L) .$$

Wie zu erwarten, unterscheidet sich diese Lösung von der vorhergehenden (Gleichungen 4a, b), wenn man von irgendeinem Umlageverfahren (mit beliebigem  $\tau$ ) ausgeht. Klarerweise muß zur Vergleichbarkeit  $\tau$  so gewählt sein, daß sich  $c_R = c_L$  ergibt, und dies ist ja auch die Voraussetzung, die Neumann seiner gesamten Analyse zugrunde legt (S. 29). Genau dann stimmt aber 7a, b) mit 4a, b) überein. Mit anderen Worten: Der von Neumann behauptete Unterschied zwischen Umlageverfahren und Kapitaldeckungsverfahren existiert nicht.

Der Fehler in Neumanns Vorgehen ist auch ohne technische Analyse leicht einsehbar: Man darf nicht, für ein beliebiges  $\tau$ , (6) und (3) gleichzeitig annehmen<sup>4</sup>. Entweder sind (6) und (3) identisch, dann führen sie zwangsläufig zum selben Resultat. Oder sie widersprechen sich. – Ex falso quodlibet.

### III. Schlußbemerkung

Die vorliegende Klarstellung beschränkt sich auf den Kern der Argumentation von Neumann (und betrifft damit alle darauf aufbauenden Überlegungen, insbesondere die auf S. 39 ff. angestellten Vergleiche). Nach dem Vorwort des Herausgebers des Tagungsbandes, in dem die Arbeit von Neumann

---

<sup>4</sup> Neumann geht bei der Behandlung des Umlageverfahrens faktisch so vor, daß er in die Gleichung für die Kapitalakkumulation (d. i. unsere Gleichung (2)) die Bedingung  $\psi c_R = \tau f(k)$  einsetzt, während er in der Zielfunktion die Bedingung  $c_R = c_L$  beläßt.

erschienen ist, wurden zwar verschiedene Zweifel an den speziellen Annahmen und an der Berechtigung der wirtschaftspolitischen Schlußfolgerungen aus dem Modell Neumanns vorgebracht. Dennoch wird daran festgehalten, daß – würde man die Annahmen akzeptieren – eine „oft geäußerte Vermutung in einem formalen Modell bewiesen worden wäre“ (S. 8). Dies ist unrichtig, und das sollte in dieser Bemerkung gezeigt werden<sup>5</sup>.

### Literatur

- Neumann, M.* (1986), Möglichkeiten zur Entlastung der gesetzlichen Rentenversicherung durch kapitalbildende Vorsorgemaßnahmen. Tübingen.
- (1987), Entlastung der gesetzlichen Rentenversicherung durch kapitalbildende Maßnahmen, in: B. Felderer (Hg.), Kapitaldeckungsverfahren versus Umlageverfahren. Demographische Entwicklung und Finanzierung von Altersversicherung und Familienlastenausgleich. Berlin.

---

<sup>5</sup> In *Neumann* (1986) wird das Kapitaldeckungsverfahren noch mit anderen, ebenfalls nicht annehmbaren Argumenten verteidigt. So wird den Berechnungen zur Entkräftigung des Einwands, daß das Kapitaldeckungsverfahren einen unrealistisch hohen Kapitalstock bzw. Kapitalkoeffizienten erfordere, der auf den Beginn der Erwerbstätigkeit abgezinst Kapitalwert der künftigen Renten zugrundegelegt (S. 25 f.). Nicht dieser (vergleichsweise niedrige) Kapitalwert ist jedoch für die Fragestellung relevant, sondern der aktuelle Wert des in einer Volkswirtschaft zur Pensionsfinanzierung gehaltenen Kapitalstocks.