

Wenzel, H.-Dieter

**Article**

## Öffentliche Kreditaufnahme und Öffentliche Investitionen im Wachstumsgleichgewicht

Kredit und Kapital

**Provided in Cooperation with:**

Duncker & Humblot, Berlin

*Suggested Citation:* Wenzel, H.-Dieter (1986) : Öffentliche Kreditaufnahme und Öffentliche Investitionen im Wachstumsgleichgewicht, Kredit und Kapital, ISSN 0023-4591, Duncker & Humblot, Berlin, Vol. 19, Iss. 4, pp. 496-521, <https://doi.org/10.3790/ccm.19.4.496>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/293067>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*



<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

# **Öffentliche Kreditaufnahme und Öffentliche Investitionen im Wachstumsgleichgewicht**

Von H.-Dieter Wenzel, München

## **I. Einleitung**

Die Finanzierung staatlicher Budgetdefizite durch öffentliche Kreditaufnahme war Thema einer Vielzahl von Veröffentlichungen der letzten Jahre. Das hat dazu geführt, daß Effizienz- und Stabilitätscharakteristika alternativer Budgetfinanzierungsformen heute relativ deutlich unterscheidbar sind und auch auf unterschiedliche Modellansätze vergleichsweise robust reagieren, wenn man als Grundmuster solcher dynamischer Wirkungsanalysen den Referenzrahmen einer gegebenen (nicht unbedingt konstanten) Ausgaben- und Steuerstruktur öffentlicher Haushalte heranzieht<sup>1</sup>. Eine solche Vorgehensweise erscheint durchaus sinnvoll und soll auch hier nicht in Frage gestellt werden.

Was indes weniger sinnvoll erscheint und eher eine Konsequenz des Wunsches nach analytisch handhabbarer Modellkomplexität sein dürfte, ist die in der Regel vorgenommene Vernachlässigung der Produktivitäts- und Kapazitätseffekte öffentlicher Ausgaben. Denn öffentliche Ausgaben haben neben einer möglichen Verdrängung privater Ausgaben und daraus resultierender Verringerung der gesamtwirtschaftlichen Kapitalstockbildung auch gegenläufige, das Kapitalstockwachstum begünstigende Effekte.

Akzeptiert man diese Sichtweise, so ist auch die ausgabeninduzierte Schuldenfinanzierung öffentlicher Haushalte ein Bestimmungsfaktor des Wirtschaftswachstums.

Ziel dieses Beitrages ist es, für eine wachsende Wirtschaft solcherart Interdependenzen zwischen öffentlicher Kreditaufnahme und investiv wirkenden öffentlichen Ausgaben explizit zu erfassen und in die Bewertung langfristiger Wirkungen der Kreditfinanzierung miteinzubeziehen.

---

<sup>1</sup> Man vergl. z. B. *H.-D. Wenzel (1983)*.

Wir operationalisieren diese Fragestellung durch Verwendung eines einfachen neoklassischen Wachstumsmodells. Hier betrachten wir als Referenzsituation gleichgewichtige Wachstumspfade und ziehen als Beurteilungskriterium staatlicher Aktivität die Verwirklichung konsummaximaler Wachstumspfade heran. Als staatliche Aktionsparameter stehen Steuern, Ausgaben und öffentliche Kredite zur Verfügung.

Ein wesentliches Problem besteht natürlich darin, einen investiv wirkenden Anteil der öffentlichen Gesamtausgaben zu operationalisieren. Von der Logik unserer Argumentation kann man sich dazu aber weder auf die Finanzstatistik noch auf die VGR stützen. Da wir keine Theorie der Produktivität öffentlicher Aufgaben anbieten wollen und können, gehen wir deshalb pragmatisch vor und unterstellen, daß ein fiktiver Anteil der öffentlichen Gesamtausgaben investiv wirksam ist, und das bedeutet, in voller Höhe zur gesamtwirtschaftlichen Kapitalstockbildung beiträgt.

Damit kommt die Unbestimmtheit öffentlicher Investitionen in der parametrischen Fixierung einer Anteilsquote zum Ausdruck, deren Bedeutung für die Existenz und Stabilität kreditfinanzierter konsummaximaler Wachstumsgleichgewichte analysiert werden kann. Wir gehen dazu folgendermaßen vor. Im nächsten Abschnitt wird ein Modell entwickelt, in welchem die Eigenschaften kreditfinanzierter Wachstumsgleichgewichte dargestellt und die Bedeutung öffentlicher Investitionen für die Existenz konsummaximaler Pfade analysiert werden kann. Im darauffolgenden Abschnitt stehen die dynamischen Realisierungsprobleme solcher Wachstumsgleichgewichte im Vordergrund und es werden notwendige und hinreichende Bedingungen für die Stabilität konsummaximaler Pfade abgeleitet.

Im dritten Abschnitt werden die Ergebnisse zusammengefaßt und abschließend bewertet.

## **II. Eigenschaften kreditfinanzierter Wachstumsgleichgewichte mit öffentlichen Investitionen**

### *1. Das Modell*

Wir verdeutlichen unsere Überlegungen an einem einfachen neoklassischen Wachstumsmodell und gehen aus von einer linear homogenen *Cobb-Douglas*-Produktionsfunktion

$$(1) \quad Y = F(K(t), N(t))$$

mit einer konstanten Produktionselastizität des Kapitals von  $0 < \alpha < 1$ , wobei  $Y$  das Brutto sozialprodukt,  $K$  den Kapitalstock und  $N$  die Arbeit in Effizienzeinheiten<sup>2</sup> bezeichnet, die gemäß

$$(2) \quad N(t) = N(0) e^{nt}, N(0) > 0,$$

mit der natürlichen Wachstumsrate  $0 < n < 1$  wächst. Bezeichnet  $D$  das staatliche Budgetdefizit und  $B$  die akkumulierte öffentliche Schuld (Staatsverschuldung), so gilt bei Kreditfinanzierung von Defiziten

$$(3) \quad \dot{B} = D,$$

wenn wir kurzlaufende Schuldtitel des Staates unterstellen. Das Budgetdefizit ergibt sich mit

$$(4) \quad D = G - T + rB$$

als Saldo von Staatsausgaben für Güter und Dienstleistungen  $G$ , den mit dem Zinssatz  $r$  erfolgenden Zinszahlungen auf die öffentliche Schuld und den Steuereinnahmen  $T$ , die mit proportionalem Steuersatz gemäß

$$(5) \quad T = \tau(Y + rB), 0 \leq \tau < 1,$$

vom Faktor- und Zinseinkommen anfallen. Die privaten Ersparnisse  $S$  seien mit

$$(6) \quad S = sY^v, 0 < s < 1,$$

ein durch eine konstante Sparrate  $s$  bestimmter Anteil des verfügbaren Einkommens  $Y^v$

$$(7) \quad Y^v = Y + rB - T.$$

Wird die gesamtwirtschaftliche Ersparnis inklusive staatlicher Investitionen  $I^{st}$  zur Kapitalakkumulation eingesetzt, so ist diese durch

$$(8) \quad \dot{K} = S - D + I^{st}$$

<sup>2</sup> Bei dieser Formulierung des arbeitssparenden Technischen Fortschritts wird nicht explizit zwischen Wachstum des Faktors Arbeit und Technischem Fortschritt unterschieden. Der später verwendete Terminus Pro Kopf bezieht sich auf Arbeit in Effizienzeinheiten. Man beachte, daß damit über das Wachstum des Faktors Arbeit selbst keine Aussage getroffen ist. Insbesondere ist  $n > 0$  mit stagnierendem oder sogar rückläufigem Arbeitseinsatz kompatibel.



bestimmt, wenn wir annehmen, daß staatliche und private Investitionen vollkommene Substitute<sup>3</sup> sind und beide zur Akkumulation eines gesamtwirtschaftlichen Kapitalstocks  $K$  beitragen. Unterstellen wir schließlich, daß mit

$$(9) \quad I^{st} = \kappa G, \quad 0 \leq \kappa \leq 1,$$

die öffentlichen Investitionen einen durch den Parameter  $\kappa$  bestimmten Anteil an den Güterausgaben ausmachen<sup>4</sup>, so läßt sich das Wachstumsmodell auf die beiden Gleichungen

$$(10.1) \quad \dot{B} = G - \tau Y + (1 - \tau) \tau B$$

$$(10.2) \quad \dot{K} = s(1 - \tau)(Y + \tau B) - \dot{B} + \kappa G$$

reduzieren, woraus in Pro-Kopf-Notation

$$(11.1) \quad \dot{b} + nb = g - \tau f(k) + (1 - \tau) \tau b$$

$$(11.2) \quad \dot{k} + nb = s(1 - \tau)(f(k) + \tau b) - (\dot{b} + nb) + \kappa g$$

folgt, wenn wir durch die Kleinschreibung von im Text definierten Großbuchstaben deren Pro-Kopf-Wert bezeichnen<sup>5</sup>.

<sup>3</sup> Diese Annahme dient lediglich der Vereinfachung der Darstellung. Die realistischere Annahme, daß ein „staatlicher Kapitalstock“ als Vorleistung in die private Produktion eingeht, führt jedoch nicht zu qualitativen Veränderungen der Analyseergebnisse.

<sup>4</sup> Diese Modellierung öffentlicher Investitionen kann als Umsetzung einer zum „Entwurf eines Gesetzes über die Grundsätze des Haushaltsrechts des Bundes und der Länder“ gegebenen Begründung interpretiert werden, wonach „unter dem Begriff ‚Ausgaben für Investitionen‘ . . . öffentliche Ausgaben für Maßnahmen zu verstehen [sind], die bei makroökonomischer Betrachtung die Produktionsmittel der Volkswirtschaft erhalten, vermehren oder verbessern“; vgl. Bundestagsdrucksache V/3040 (1968), Tz 134, S. 47. – Zudem entspricht die Einführung von Anteilsquoten durchaus den Intentionen des Beirates, nach dessen Meinung es „denkbar wäre – von Rezessionen abgesehen –, die Staatsverschuldung z.B. auf einen bestimmten Prozentsatz der Staatsausgaben oder des Sozialprodukts zu begrenzen“; vgl. Wissenschaftlicher Beirat beim BMF (1980), S. 47.

Die quantitative Bestimmung des produktiv wirkenden Anteils staatlicher Güterausgaben wirft natürliche Meßprobleme auf. Ohne solche lösen zu wollen (und zu können), ist es dennoch von Interesse, den qualitativen Effekt dieses wie auch immer zu messenden Parameters  $\kappa$  zu analysieren. Von eigentlicher Bedeutung ist nur die Annahme der Konstanz von  $\kappa$ . Und selbst dies gilt nur für den dynamischen Aspekt unserer Analyse, so daß es insgesamt gerechtfertigt erscheint, in einer ersten Näherung staatliche Investitionseffekte derart vereinfachend zu modellieren.

<sup>5</sup> Die Produktionsfunktion  $f(k) = Y/N (=: y)$  habe die üblichen Eigenschaften  $f(0) = 0$ ,  $f(k) > 0$  für  $k > 0$ ,  $f(\infty) = \infty$ ,  $f'(0) = \infty$ ,  $f'(k) > 0$  für  $k > 0$ ,  $f'(\infty) = 0$ ,

Ein durch

$$(12) \quad \dot{k} = \dot{b} = 0$$

bestimmtes Wachstumsgleichgewicht mit gleichgewichtiger Kapitalintensität  $\hat{k} > 0$  und gleichgewichtiger Staatsverschuldung  $\hat{b}$  erhält man als Lösung von (11) und (12) in Abhängigkeit von den fiskalischen Instrumentparametern  $g$  und  $\tau$ , wenn wir annehmen, daß

$$(13) \quad f'(\hat{k}) = r$$

im jeweiligen Gleichgewicht der Zinssatz  $r$  gleich der volkswirtschaftlichen Profitrate ist, die in unserem Modell der Grenzproduktivität des Kapitals entspricht<sup>6</sup>.

Sollen alle ineffizienten Lösungen ausgeschlossen werden<sup>7</sup>, und soll von den Steady-state-Lösungen nur die konsummaximale Lösung realisiert werden, so kann nur noch eines von zwei fiskalischen Instrumenten exogen vorgegeben werden. Als Golden-rule-Lösungen (GR-Lösungen) werden Wachstumspfade mit maximalem Konsum bezeichnet. Der Steady-state-Konsum ist durch

$$(14) \quad c(\hat{k}) = f(\hat{k}) - n\hat{k} - g(1 - \alpha).$$

bestimmt<sup>8</sup>, so daß bei gegebener Ausgabenquote die GR-Kapitalintensität aus

$$(15) \quad f'(k^*) = n$$

folgt.

---

$f''(k) < 0$  für  $0 < k < \infty$ , wobei Funktionswerte an der Stelle  $\infty$  natürlich durch entsprechende Limiten definiert sind.

<sup>6</sup> Für die Verzinsung der staatlichen Kreditaufnahme sind natürlich auch andere Annahmen als (13) denkbar. Da wir jedoch in unserem realorientierten Ansatz auf eine Theorie der Zinsbildung verzichten, ist es naheliegend, im steady-state den Zinssatz auf öffentliche Kredite mit der volkswirtschaftlichen Profitrate in Übereinstimmung zu bringen.

<sup>7</sup> Dabei bleiben die im Fall zu niedriger Kapitalintensitäten entstehenden Abdiskontierungsprobleme unberücksichtigt.

<sup>8</sup> In (14) ist  $c(\hat{k})$  der private und  $g(1 - \alpha)$  der öffentliche Pro-Kopf-Konsum. Da der öffentliche Konsum somit parametrisch konstant ist, braucht bei der Konsummaximierung nicht zwischen beiden unterschieden zu werden: die den privaten Konsum maximierende Kapitalintensität maximiert auch die Summe von privatem und öffentlichem Konsum. Diese Eigenschaft der optimalen Kapitalintensität erspart in unserem Modell weitergehende Überlegungen über den „privaten Nutzen“ des öffentlichen Konsums.

Die Beziehungen zwischen der GR-Lösung und den fiskalischen Instrumentparametern werden im folgenden Korollar dargestellt. Es zeigt sich, daß bei der Festlegung der fiskalischen Instrumentparameter  $g$  und  $\tau$  nur ein Freiheitsgrad existiert und alle GR-Quoten sodann eindeutig durch die Modellparameter  $s$ ,  $\alpha$ ,  $\kappa$  und  $n$  bestimmt sind.

*Korollar 1:* Entspricht der Zinssatz für öffentliche Kredite der Grenzproduktivität des Kapitals, so gibt es bei vorgegebener Ausgabenquote  $g$  und  $0 \leq \kappa \leq 1$  auf dem GR-Pfad eine eindeutige, durch den Investitionsanteil  $\kappa$  und die Parameter  $s$ ,  $\alpha$  und  $n$  bestimmte Beziehung zwischen Schulden- und Ausgabenquote sowie Ausgabenquote und Steuersatz<sup>9</sup>. Dabei ist

$$(16) \quad b_Y = \frac{s - \alpha - (s - \kappa) g_Y}{n(1 - s)}$$

und

$$(17) \quad g_Y = \frac{(1 - \alpha) \tau}{1 - s(1 - \tau) - \kappa \tau}$$

Beweis: Auf dem GR-Pfad wird bei konsummaximaler Kapitalintensität  $k^*$  produziert. Diese erhält man nach Maximierung von (14) aus (15). Für linear homogene Produktionsfunktionen mit konstanter Produktionselastizität des Kapitals von  $0 < \alpha < 1$  folgt mit (15) die GR-Bedingung  $f(k^*)/k^* = n/\alpha$ .

Berücksichtigt man zusätzlich, daß mit (13) der Zinssatz für öffentliche Kredite der Grenzproduktivität des Kapitals entspricht, so folgen (16) und (17) aus (11) und (12).  $\square$

*Folgerung 1:* Unter den Voraussetzungen von Korollar 1 ist die Defizitquote mit

$$(18) \quad d_Y = n b_Y$$

gleich der Zinsquote und sind die Ausgaben mit

$$(19) \quad g_Y = \tau(1 + d_Y)$$

gleich der Steuerquote<sup>10</sup>.

<sup>9</sup> Zur Vereinfachung der Notation benutzen wir hier und im folgenden häufig Outputquoten und indizieren diese mit  $Y$ .

<sup>10</sup> Man beachte, daß wegen der Übereinstimmung von Grenzproduktivität des Kapitals und Zinssatz für öffentliche Kredite der GR-Pfad durch  $G = T$  gekennzeichnet

Beweis: (18) folgt daraus, daß mit (3) eine vollständige Kreditfinanzierung der Defizite unterstellt wurde. Die Zinsquote ist durch  $rb_Y$  bestimmt. Wegen  $r = n$  entspricht sie somit der Defizitquote. Mit (18) folgt (19) aus der Steueraufkommensdefinition (5).  $\square$

Trotz des noch bestehenden Freiheitsgrades zur Festlegung einer der fiskalischen Instrumentparameter sind nicht alle der oben angegebenen GR-Lösungen realisierbar, wenn man sich auf ökonomisch sinnvolle Lösungen beschränkt und die Konsistenzforderung eines positiven privaten Konsums und positiver privater Investitionen beachtet<sup>11</sup>. Diese Restriktionen führen zu Ober- und Untergrenzen der ‚feasible‘ fiskalischen Instrumentparameter; ohne Ergänzung der Annahmen seien diese für die Ausgabenquote abgeleitet.

*Korollar 2:* Unter den Voraussetzungen von Korollar 1 ist ein GR-Pfad genau dann konsistent, wenn

$$(20.1) \quad 0 \leq g_Y(1 - \kappa) < 1 - \alpha$$

und

$$(20.2) \quad 0 \leq \kappa g_Y < \alpha$$

gelten<sup>12</sup>.

Beweis: Aus (14) erhält man bei Ausnutzung der GR-Identität

$$f(k^*)/k^* = n/\alpha$$

mit

$$c_Y = 1 - \alpha - g_Y(1 - \kappa)$$

die GR-Quote des privaten Konsums, der somit genau dann positiv ist, wenn (20.1) erfüllt ist. Weiter ist im GR-Pfad die gesamtwirtschaftliche Investitionsquote durch  $\alpha$  gegeben. Also ist

---

net ist, wie unmittelbar aus (19) gefolgert werden kann. Diese Einschränkung wäre leicht aufzuheben, so daß auch GR-Pfade mit  $G \neq T$  möglich wären, wovon wir zur Vereinfachung der Darstellung jedoch absehen.

<sup>11</sup> GR-Pfade, die diesen beiden Bedingungen genügen, bezeichnen wir im weiteren als konsistente GR-Pfade.

<sup>12</sup> Man beachte: für  $\kappa < \alpha$  ist (20.1) und für  $\kappa > \alpha$  (20.2) die schärfere Bedingung; für  $\kappa = \alpha$  sind beide äquivalent.



$$\begin{aligned}
 \alpha &= I/Y \\
 &= (I^{Pr} + I^{St})/Y \\
 &= I^{Pr}/Y + \kappa g_Y,
 \end{aligned}$$

woraus der zweite Teil der Behauptung folgt.  $\square$

Das bedeutet also: Der private Steady-state-Konsum ist genau dann positiv, wenn die (auf den Output bezogene) öffentliche Konsumausgabenquote niedriger ist als die Produktionselastizität des Faktors Arbeit, und die private Investition ist genau dann positiv, wenn die öffentliche Investitionsquote niedriger ist als die Produktionselastizität des Faktors Kapital. Alle weiteren Überlegungen beziehen sich auf so definierte konsistente GR-Pfade.

*Folgerung 2:* Unter den Voraussetzungen von Korollar 1 sind auf einem konsistenten GR-Pfad die folgenden Steuersatzparameter zulässig:

$$(21.1) \quad 0 \leq \tau < 1,$$

falls  $\kappa \leq \alpha$  ist, und

$$(21.2) \quad 0 \leq \tau < (1 - s) / \left( \frac{\kappa}{\alpha} - s \right),$$

falls  $\kappa > \alpha$  ist.

*Beweis:* Für  $\kappa \leq \alpha$  folgt aus (20.1) sowohl (20.2) wie (21.1), wobei letzteres mit (17) abgeleitet werden kann. Für  $\kappa > \alpha$  ist (20.2) die schärfere Restriktion, so daß daraus (20.1) folgt; (21.2) erhält man wieder mit (17).  $\square$

Damit ist unser Modell vollständig, und wir können nun die Zusammenhänge zwischen öffentlicher Kreditaufnahme und öffentlichen Investitionen im Wachstumsgleichgewicht studieren.

## 2. Der Spezialfall: Öffentlicher Investitionsanteil gleich privater Sparquote

Auf der Basis von Wachstumsgleichgewichten ist ein Vergleich der Niveaugrößen von Nettokreditaufnahme und öffentlicher Investition mit einer Gegenüberstellung entsprechender gleichgewichtiger Quoten äquivalent. Wenn wir beachten, daß

$$(22) \quad i_Y^{St} = \kappa g_Y$$

gerade die Quote öffentlicher Investitionen auf dem GR-Pfad ausdrückt, braucht  $i_Y^{st}$  nur noch mit der GR-Defizitquote  $d_Y$  verglichen zu werden<sup>13</sup>. Der Parameter  $\kappa$  als Anteil öffentlicher Investitionen an den öffentlichen Gesamtausgaben hat dabei Instrumentcharakter, da je ein Intervall  $0 \leq \kappa \leq 1$  vom Staat frei wählbar ist<sup>14</sup>.

Wir werden von der ersten Interpretation ausgehen. Bevor wir aber den allgemeinen Fall untersuchen, betrachten wir einen sehr illustrativen Spezialfall, indem wir mit  $\kappa$  den sparwirksamen Teil des öffentlichen Haushalts der privaten Sparquote gleichsetzen.

*Korollar 3:* Ist  $\kappa = s$ , und werden bei exogen vorgegebenen Pro-Kopf-Ausgaben Defizite vollständig durch Kreditaufnahme finanziert, so ist die GR-Defizitquote mit

$$(23) \quad d_Y = \frac{s - \alpha}{1 - s}$$

unabhängig von staatlichen Steuer- und/oder Ausgabemaßnahmen. Das Wachstumsgleichgewicht ist genau dann konsummaximal, wenn proportionaler Steuersatz und Ausgabenquote der Bedingung

$$(24) \quad \tau(s = \kappa) = \frac{1 - s}{1 - \alpha} g_Y(s = \kappa)$$

genügen. Die supremalen GR-Ausgabenquoten sind durch

$$(25.1) \quad g_Y(s = \kappa)_{\text{sup}} = (1 - \alpha)/(1 - s) \quad \text{für } s \leq \alpha$$

$$(25.2) \quad g_Y(s = \kappa)_{\text{sup}} = \alpha/s \quad \text{für } s > \alpha$$

und die zugehörigen supremalen GR-Steuerquoten durch

$$(25.3) \quad \tau(s = \kappa)_{\text{sup}} = 1 \quad \text{für } s \leq \alpha$$

<sup>13</sup> Da mit Annahme (3) eine vollständige Kreditfinanzierung auftretender Budgetdefizite unterstellt wird, ist die Defizitquote gleich der Nettoneuverschuldungsquote.

<sup>14</sup> Mit den schon oben angesprochenen gebotenen Einschränkungen bietet sich folgende alternative Interpretation an: Der genaue Wert von  $\kappa$ , d. h. dem investiv wirkenden Anteil an den Staatsausgaben, ist unbekannt. Und wie groß müßte dieser Anteil sein, damit im langfristigen Gleichgewicht bei stetigem und angemessenem Wachstum die Nettokreditaufnahme kleiner, größer oder gleich der öffentlichen Investition ist?

$$(25.4) \quad \tau(s = \kappa)_{\text{sup}} = \frac{1-s}{1-\alpha} \frac{\alpha}{s} \quad \text{für } s > \alpha$$

bestimmt.

Beweis: Die GR-Defizitquote ergibt sich bei Beachtung von (18) aus (16). Für  $\kappa = s$  folgt daraus (23); (24) ergibt sich analog für  $\kappa = s$  aus (17). Beachtet man, daß (20.1) und (21.1) im Falle  $\kappa \leq \alpha$  sowie (20.2) und (21.2) im Falle  $\kappa > \alpha$  als jeweils schärfere Restriktion greifen, so erhält man daraus die supremalen Werte der Instrumentparameter, wenn  $\kappa = s$  gesetzt wird.  $\square$

Die folgende Graphik verdeutlicht für  $s = \kappa$  den Freiheitsgrad einer Fiskalpolitik im konsummaximalen Wachstumsgleichgewicht<sup>15</sup>.

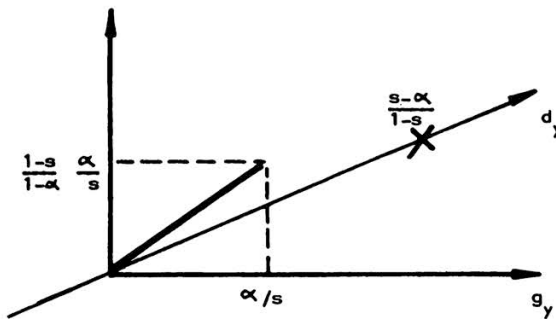


Abb. 1: GRFP für  $\alpha < s = \kappa$

Man erkennt, daß genau ein Freiheitsgrad zur Realisierung konsummaximaler Wachstumsgleichgewichte besteht. Wird beispielsweise die Ausgabenquote gemäß Korollar 2 entsprechend  $0 \leq g_Y < \alpha/\kappa$  vorgegeben, gehört dazu eine eindeutige GRFP-Steuerquote und vice versa. Das bedeutet also, daß unter der Annahme vollständiger Kreditfinanzierung von Defiziten ein GR-Pfad insbesondere nicht mit der Forderung  $g_Y = \tau_Y$  verträglich sein kann, es sei denn, wir betrachten den ökonomisch irrelevanten Fall  $g_Y = \tau_Y = 0$ , bei welchem Ausgaben öffentlicher Haushalte ausschließlich aus Zinszahlungen bestehen. Bemerkenswert ist ferner, daß von diesen fiskalischen Instrumentwerten unabhängig die GR-Defizitquote nur von den Modellparametern  $s$  und  $\alpha$  bestimmt ist. Zum anderen wird deutlich, daß langfristig eine positive Nettokreditaufnahme (im Fall  $s = \kappa$ ) nur dann möglich ist, wenn die private Sparquote  $s$  die Produktionselastizität des Kapitals  $\alpha$  übersteigt.

<sup>15</sup> Im weiteren mit Golden Rule Fiscal Policy (GRFP) bezeichnet.

Bevor wir einen Vergleich der GR-Werte von öffentlicher Kreditaufnahme und öffentlicher Investition vornehmen, soll auch für die Defizitquote mit

$$(26) \quad 0 \leq d_Y < 1$$

die Konsistenzforderung eingeführt werden, daß im langfristigen Gleichgewicht der Finanzierungssaldo das Sozialprodukt nicht übersteigt.

*Korollar 4:* Ist  $s = \kappa$ , so existiert genau dann eine GR-Defizitquote, die der Restriktion (26) genügt, wenn gilt

$$(27) \quad \alpha < s < (1 + \alpha)/2 .$$

Der Beweis folgt unmittelbar aus (23). □

Das folgende Theorem faßt die in den obigen Korollaren abgeleiteten Ergebnisse zusammen und verdeutlicht für den Fall  $s = \kappa$  die Beziehungen zwischen Kreditaufnahme und öffentlicher Investition im konsummaximalen langfristigen Gleichgewicht.

*Theorem 1:* Der Zinssatz für öffentliche Kredite entspreche der Grenzproduktivität des Kapitals und der Investitionsanteil  $\kappa$  der privaten Sparquote. Ferner seien die Konsistenzbedingungen (20) und (27) erfüllt. Dann existiert ein konsistenter GR-Pfad mit einer Defizitquote  $0 \leq d_Y < 1$ . Dabei ist die Defizitquote mit

$$(28) \quad d_Y \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} i_Y^s$$

genau dann kleiner, gleich oder größer als die Quote öffentlicher Investitionen, wenn gilt

$$(29) \quad s - \alpha \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} (1 - s) s g_Y .$$

Beweis: Nach Korollar 2 sind wegen (20) GR-Konsum und -Investition positiv, und nach Korollar 4 impliziert (27) eine konsistente Defizitquote gemäß (26). Nach Korollar 3 ist für  $s = \kappa$  die Ungleichung (28) äquivalent mit

$$\frac{s - \alpha}{1 - s} \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} \kappa g_Y ,$$

und daraus folgt die Behauptung für  $s = \kappa$ . □

Die Konsequenz von Theorem 1 ist, daß im konsummaximalen Wachstumsgleichgewicht öffentliche Investitionen nicht notwendigerweise die



Nettokreditaufnahme übersteigen müssen. Bejaht man die auf den ersten Blick ökonomisch intuitiv einleuchtende These, daß eine mit deficit-spending gleichgesetzte intertemporale Lastverschiebung auf Kosten künftiger Generationen dadurch vermieden werden soll, daß zumindestens in gleicher Höhe künftige Generationen „begünstigende“ öffentliche Investitionsausgaben zu tätigen sind, so ist das hier abgeleitete Ergebnis bemerkenswert. Denn nach Theorem 1 kann eine die öffentlichen Investitionen übersteigende Nettokreditaufnahme unter Umständen ja gerade dann notwendig sein, wenn als Optimalitätskriterium der maximal mögliche Konsum zukünftiger Generationen zugrunde gelegt wird. Mit anderen Worten: Selbst wenn Kriterien wie „intergenerationale Gerechtigkeit“ im staatlichen Zielkatalog eine Rolle spielen, ist die Differenz zwischen Nettokreditaufnahme und öffentlicher Investition allein kein verlässlicher Indikator für den Grad der Zielrealisierung. Eine brauchbare Aussage läßt sich nur bei Beachtung aller gesamtwirtschaftlichen Daten (die Nachfrage- und Produktionsstruktur betreffend) ableiten. Und dieses Ergebnis gilt nicht nur für temporäre Entwicklungen des Budgets, sondern insbesondere im langfristigen konsummaximalen Gleichgewicht.

So sind insbesondere für den Fall geringer staatlicher Ausgabequoten eine Vielzahl von Parameterkonstellationen konstruierbar, bei denen im konsummaximalen GR-Pfad mit  $d_Y > i_Y^{\text{st}}$  eine die öffentliche Investition übersteigende öffentliche Kreditaufnahme notwendig ist. In allen diesen Fällen bedeutet jede Abweichung von dieser Regel<sup>16</sup> einen Effizienzverlust insofern, als zukünftige Generationen nicht über die maximalen Konsummöglichkeiten verfügen können. Das folgende Ergebnis zeigt, daß die Lösungsmenge von Theorem 1 nicht leer ist, da es sogar Parameterkonstellationen gibt, für die bei jeder beliebigen (mit konsistentem GR-Pfad verträglichen) Ausgabenquote  $g_Y$  die GR-Lösungen – unter der Annahme  $s = \kappa$  – durch höhere Defizit- als Investitionsquoten gekennzeichnet sind.

*Folgerung 3:* Es gelte (20) und  $s = \kappa$ . Dann ist auf dem konsistenten GR-Pfad mit

$$i_Y^{\text{st}} < d_Y < 1$$

die Defizitquote größer als die Quote öffentlicher Investitionen, falls

$$(30) \quad \sqrt{\alpha} < s < (1 + \alpha)/2$$

erfüllt ist.

<sup>16</sup> Da unter den Annahmen von Theorem 1 die Defizitquote eindeutig aus den Modellparametern abzuleiten ist, kann diese Regel nur durch eine Investitionsquotenerhöhung via Ausgabensteigerung verletzt werden.

Beweis: Es ist  $d_Y > \kappa \Leftrightarrow d_Y > s \Leftrightarrow s^2 > \alpha \Leftrightarrow s > \sqrt{\alpha}$  .

Aus der zweiten Ungleichung in (30) folgt nach Korollar 4, daß die Defizitquote kleiner als eins ist. Wegen der Ausgabenbeschränkung (20) ist immer  $g_Y < 1$  sichergestellt, so daß aus (30)

$$i^{\frac{1}{Y}} = \kappa g_Y < d_Y < 1$$

folgt. □

Die Ungleichung (30) ist z.B. für die Parameterkombinationen  $\alpha = 0,16$  und  $0,4 < s < 0,58$  erfüllt. Setzt man entsprechende Kombinationen von  $\alpha$  und  $s$  in  $d_Y$  ein, so folgt, daß für beliebige Ausgabenquoten  $0 < g_Y < \alpha/s$  im GR-Pfad die Defizitquote die Investitionsquote übersteigt<sup>17</sup>.

Dieses interessante Resultat ist natürlich an überaus restriktive Voraussetzungen geknüpft. Die eine ist, daß ein konstanter Teil staatlicher Güterausgaben investiv verwandt wird und staatliche Investitionen neben den privaten in vollem Umfang den gesamtwirtschaftlichen (gleich privaten) Kapitalstock erhöhen. Diese Annahme ist zwar sehr vereinfachend; eine plausible Gestaltung dürfte aber die Kernaussage unseres Theorems qualitativ unverändert lassen, solange wir Steady-state-Betrachtungen anstellen.

Dies gilt nicht für eine andere, für das Ergebnis sehr wesentliche Annahme, daß die private Sparquote nicht kleiner ist als die Produktionselastizität des Kapitals<sup>18</sup>. Hier ist empirisch eher das Gegenteil zu erwarten. Wir wollen daher im folgenden die vereinfachende Annahme fallenlassen und stattdessen unterstellen, daß die private Sparquote niedriger als  $\alpha$  ist. Würde in diesem Fall an der ebenfalls stark vereinfachenden Annahme  $s = \kappa$  festgehalten<sup>19</sup>, gäbe es nach (23) keine positive Nettokreditaufnahme und damit keine positive Staatsverschuldung im langfristigen konsummaximalen Gleichgewicht.

Daher soll auch  $\kappa$ , der Anteil öffentlicher Investitionen an den öffentlichen Gesamtausgaben (für Güter und Dienstleistungen), im weiteren als Instrumentparameter behandelt werden, so daß wir uns den Fragen widmen können:

<sup>17</sup> Wegen  $s = \kappa > \alpha$  greift in diesem Fall die Ausgabenbeschränkung (20.2).

<sup>18</sup> Insbesondere ist bei  $s = \kappa$  die steady-state-Nettokreditaufnahme nur dann positiv, wenn  $s > \alpha$  ist, wie aus (23) ersichtlich ist.

<sup>19</sup> Die Annahme  $s = \kappa$  ist für das Ergebnis von Theorem 1 nicht notwendig. Eine analoge Aussage könnte für  $s \neq \kappa$  abgeleitet werden. Da die für Theorem 1 entscheidende Annahme  $s < \alpha$  aber ökonomisch nicht relevant sein dürfte, wird darauf verzichtet.

Wie groß muß unter der Annahme  $s < \alpha$  der Anteil öffentlicher Investitionen sein, damit bei gegebener Ausgabenquote eine positive Staatsverschuldung im langfristigen GR-Pfad möglich ist? Und wie ist in einem solchen Fall die Relation zwischen optimaler Defizit- und Investitionsquote? Sind auch hier Situationen denkbar und gegebenenfalls empirisch plausibel, die im GR-Pfad eine höhere Defizit- als Investitionsquote erforderlich machen?

### 3. Der Anteil öffentlicher Investitionen als fiskalischer Instrumentparameter

Ist mit  $s < \alpha$  die private Sparquote niedriger als die Produktionselastizität des Kapitals, so impliziert jeder steady state ohne fiskalische Aktivität eine Produktion bei zu geringer Kapitalintensität<sup>20</sup>. Um den GR-Pfad maximalen Konsums realisieren zu können, ist eine GRFP nötig.

Aus (16) wird deutlich, daß in diesem Fall jedoch keine GRFP mit positiver Staatsverschuldung im langfristigen Gleichgewicht möglich ist, wenn alle Staatsausgaben (für Güter und Dienstleistungen) konsumptiv verwandt werden ( $\kappa = 0$ ). Somit kommt dem Anteil öffentlicher Investitionen an den Ausgaben eine entscheidende Funktion als fiskalischer Instrumentparameter zu. Daß selbst öffentliche Investitionen unter Umständen nicht ausreichen, um eine langfristige Staatsverschuldung zu rechtfertigen, zeigt folgendes Theorem.

*Theorem 2:* Der Zinssatz für öffentliche Kredite entspreche der Grenzproduktivität des Kapitals; ferner sei  $s < \alpha$  und der mögliche fiskalische Instrumenteinsatz durch  $0 \leq \tau, g_Y, \kappa < 1$  beschränkt. Dann existieren konsistente GR-Pfade mit positiver Schuldenquote genau dann, wenn der öffentliche Investitionsanteil  $\kappa$  gemäß

$$(31) \quad s < \alpha < \kappa$$

und die öffentliche Ausgabenquote  $g_Y$  gemäß

$$(32) \quad (s - \alpha)/(s - \kappa) < g_Y < \alpha/\kappa$$

festgelegt werden.

Beweis: Nach (16) erfordert eine positive Schuldenquote im Fall  $s < \alpha$ , daß

<sup>20</sup> Denn im Gleichgewicht ist die Investitionsquote gleich der privaten Sparquote; im konsumoptimalen langfristigen Gleichgewicht muß aber die Investitionsquote gleich der Produktionselastizität des Kapitals sein.

$$(33) \quad 0 < (s - \alpha)/(s - \kappa) < g_Y$$

erfüllt ist. Da  $g_Y \in [0,1)$  gewählt werden muß, folgt daraus insbesondere (31). Von den Konsistenzbedingungen (20) greift daher (20.2), so daß mit (33) die Bedingung (32) folgt. Andererseits sind unter den obigen Voraussetzungen (31) und (32) auch hinreichend.  $\square$

Insbesondere zeigt (31), daß  $\kappa > \alpha$  sein muß, falls bei zu niedriger Sparquote ( $s < \alpha$ ) und dementsprechend zu geringer Kapitalintensität eine Produktion auf dem GR-Pfad erreicht werden soll.

Bevor im weiteren der Zusammenhang zwischen Investitions- und Defizitquote analysiert wird, sollen die möglichen GR-Kombinationen der drei fiskalischen Instrumente  $g_Y$ ,  $\tau$ ,  $b_Y$  sowie ihre Beeinflussung durch öffentliche Investitionen graphisch verdeutlicht werden.

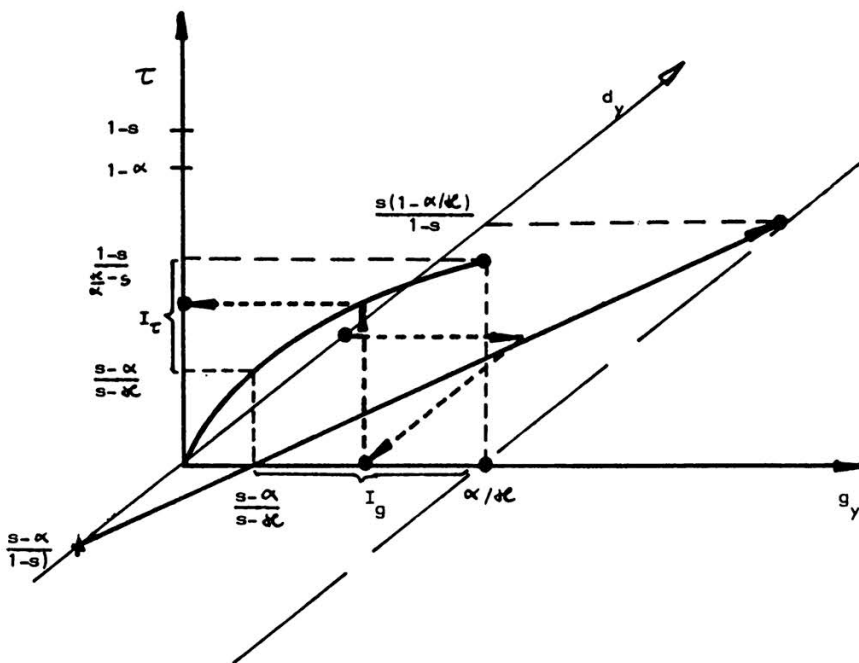


Abb. 2: GRFP für  $s < \alpha < \kappa$ <sup>21</sup>

<sup>21</sup> Das mit  $I_g$  bezeichnete zulässige Intervall für  $g_Y$  steht für die Bedingung (32). Das Intervall  $I_\tau$  enthält die zugehörigen GR-Steuersatzparameter; die Intervallgrenzen von  $I_\tau$  erhält man mit den Intervallgrenzen für  $I_g$  aus (17). Analog erhält man die Intervallgrenzen  $I_d$  mit  $I_g$  aus (16).



Wird der Investitionsanteil  $\kappa$  gemäß (31) gewählt, liegt das Spektrum möglicher GR-Ausgabequoten in  $I_g$ . Dieses Intervall verändert sich mit  $\kappa$ ; nimmt der Investitionsanteil zu, verschieben sich die Grenzen des für  $g_Y$  zulässigen Intervalls nach links, was graphisch in einer Linksdrehung der Gleichgewichtskurve in der  $d_Y, g_Y$ -Fläche zum Ausdruck kommt. Solange  $\kappa > \alpha$  gilt, existieren immer GR-Ausgabequoten aus  $I_g$ .

Dies gilt ebenso für den GR-Steuersatz. Bei einer Erhöhung von  $\kappa$  sinken Ober- und Untergrenze, aber es bleibt  $I_r \neq \emptyset$ . Dagegen steigt mit  $\kappa$  die Obergrenze der im konsistenten GR-Pfad möglichen Nettokreditaufnahme  $d_Y$ .

Mit Theorem 2 und der diagrammatischen Darstellung in Abb. 2 hat man somit ein nützliches Verfahren, um GRFP bei gegebenen öffentlichen Zielen und öffentlichem Investitionsgebaren mit empirischen Daten zu vergleichen. Zuvor soll im letzten Schritt jedoch noch die Beziehung zwischen den Quoten öffentlicher Kreditaufnahme  $d_Y$  und öffentlicher Investition  $i_Y^{st}$  im GR-Pfad aufgezeigt werden.

*Theorem 3:* Existieren für  $r = n$  und  $s < \alpha$  konsistente GRFP mit positiver Staatsverschuldung, so ist die Defizitquote immer kleiner als die Quote öffentlicher Investitionen.

Beweis: Es ist  $d_Y = nb_Y$  und  $i_Y^{st} = \kappa g_Y$  und somit

$$d_Y < i_Y^{st}$$

genau dann, wenn

$$\frac{s - \alpha(s - \kappa)g_Y}{1 - s} < \kappa g_Y$$

und damit äquivalent

$$s - \alpha - (s - \kappa)g_Y < (1 - s)\kappa g_Y$$

bzw.

$$g_Y > (s - \alpha)/s(1 - \kappa). \quad \square$$

Das bedeutet: Ist die Sparquote niedriger als die Produktionselastizität des Kapitals, so muß im konsummaximalen langfristigen Gleichgewicht die Nettokreditaufnahme immer unter den Ausgaben für öffentliche Investitionen bleiben.

Wir haben also gezeigt, daß diese Instrumentkonstellation genau dann den ökonomischen Erfordernissen entspricht, wenn man den ökonomisch sehr

realistischen Fall von  $s < \alpha$  zugrunde legt. Mit Theorem 2 können wir darüber hinaus zusätzliche Informationen über die maximale Höhe der Nettokreditaufnahme sowie den im GR-Pfad erforderlichen Anteil öffentlicher Investitionsausgaben ableiten, wenn staatliche Ziele über öffentliche Ausgaben und deren Verwendung zu konsumptiven und investiven Zwecken vorgegeben sind.

Wir wollen das mit einem Zahlenbeispiel verdeutlichen.

*Beispiel 1:* Es sei  $s = 0,13$ ,  $\alpha = 0,4$ ,  $n = 0,03$ . Mit diesen durchaus plausiblen Daten<sup>22</sup> lassen sich mit Theorem 2 konsistente GRFP-Kombinationen ableiten. Diese können wir mit den für 1982 im Gutachten des Sachverständigenrates 1983/84 sinngemäß ableitbaren Daten vergleichen: So ziehen wir als Referenzwerte heran<sup>23</sup>:

$$g_Y = 47,0\%$$

$$\tau = 42,5\%$$

$$b_Y = 38,5\%$$

$$d_Y = 3,5\%$$

Nach Theorem 2 ist eine GRFP mit positiver Schuldenquote an die Bedingungen (31) und (32) geknüpft, d. h., für  $\kappa > \alpha = 0,4$  muß  $g_Y \in I_g = \left( \frac{s - \alpha}{s - \kappa}, \frac{\alpha}{\kappa} \right)$  gewählt werden.

Also muß der Investitionsanteil an den öffentlichen Gesamtausgaben mehr als 40% betragen, damit auf dem GR-Pfad überhaupt eine Nettokreditaufnahme gerechtfertigt sein kann. Wir wählen  $\kappa = 0,75$ . Damit ist  $I_g = \left( \frac{s - \alpha}{s - \kappa} = 0,435, \frac{\alpha}{\kappa} = 0,533 \right)$  das zulässige Intervall für GR-Ausgabenquoten  $g_Y$ .

Legen wir nun den hierin enthaltenen SVR-Wert von  $g_Y = 47,0\%$  als Zielwert der staatlichen Ausgabenpolitik zugrunde, so erhält man aus den Gleichungen (16) und (17) mit  $\tau = 45,87\%$ ,  $b_Y = 82,0\%$  und  $d_Y = 2,46\%$  die GRFP-Kombinationen für die staatlichen Instrumente.

Es ist überraschend, wie nahe diese GR-Werte den aktuellen Werten kommen. Dies hängt neben den Annahmen über die Parameter  $s$ ,  $\alpha$  ganz wesent-

<sup>22</sup> Zur Sparquote vgl. Gutachten SVR 1983/84, Tabelle 29\*, S. 319. Zur Kapital-  
elastizität gibt es viele empirische Schätzungen, die diese Wahl unterstützen; vgl. z. B.  
Kotz u. a. (1984), die mit einer etwas anders strukturierten Produktionsfunktion zu  
einem ähnlichen Ergebnis kommen.

<sup>23</sup> Vgl. Gutachten SVR 1983/84, Tabelle 32\*, S. 325 und Tabelle 36\*, S. 331.

lich von der Annahme über das staatliche Investitionsverhalten ab. Mit  $\kappa = 0,75$  ist der notwendige Anteil öffentlicher Investitionen an den Gesamtausgaben sehr groß. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die private Sparquote  $s$  für die GR-Lösung zu niedrig ist und die erforderliche Kapitalakkumulation über zusätzliche öffentliche Investitionen erfolgen muß. Wird dieser Regel Genüge getan<sup>24</sup>, so zeigt unser Resultat, kann die Schuldenquote vom augenblicklichen Wert von  $b_Y = 38,5\%$  auf  $b_Y = 82,0\%$  klettern, ohne daß diese der Forderung maximalen privaten Konsums widerspräche. Auf jeden Fall ist aber die Defizitquote  $d_Y = 2,46\%$  wesentlich niedriger als die Quote öffentlicher Investitionen  $i_Y^{st} = \kappa g_Y = 0,75 \times 47,0\% = 35,25\%$ ; die in der Literatur als Zinslastquote bezeichnete Größe  $d_Y/g_Y$  hat in diesem Falle einen Wert von ca. 5%.

Dieses Zahlenbeispiel darf nicht überinterpretiert werden. Denn insbesondere ist die stark vereinfachte Modellstruktur noch nicht ausreichend, um z.B. wirtschaftspolitische Empfehlungen aus den Modellrechnungen ableiten zu können. Dennoch zeigt diese auf die wesentlichen Charakteristika der Problemstellung reduzierte Modellanalyse deutlich auf, wie die Beurteilung öffentlicher Investitionen und öffentlicher Nettokreditaufnahme in die gesamtwirtschaftlichen Zusammenhänge eingebettet bleibt und an welchen Stellen eine genaue Kenntnis gesamtwirtschaftlicher Daten für verlässliche Aussagen unerlässlich ist.

### III. Realisierungsprobleme kreditfinanzierter Wachstumsgleichgewichte mit öffentlichen Investitionen

Im letzten Abschnitt wurde gezeigt, daß langfristige Gleichgewichte mit positiver Staatsverschuldung auch dann konsummaximal sein können, wenn mit  $s < \alpha$  die Kapitalelastizität die private Sparquote übersteigt. Dies war jedoch nur dadurch möglich, daß der Staat Investitionsausgaben tätigte, damit er die gesamtwirtschaftliche Investitionsquote erhöhen und die gesamtwirtschaftliche Sparquote der Produktionselastizität angleichen konnte. Alle so bestimmten GR-Lösungen waren dadurch charakterisiert, daß die öffentliche Kreditaufnahme die öffentlichen Investitionen nicht übersteigt. Damit ist die Frage der Existenz kreditfinanzierter Wachstums-

---

<sup>24</sup> Berücksichtigt man nur die investiven Nettoausgaben nach der Abgrenzung der Finanzstatistik (dazu zählen z.B. Ausgaben für Sachinvestitionen, Investitionszuschüsse und Darlehensgewährungen, aber keine Ausgaben für das Humankapital, die in öffentlichen Haushalten einen beträchtlichen Anteil ausmachen), so ist dieser Anteil sehr viel niedriger. Er beträgt für den Bund 1978 nur 14,9% an den gesamten Nettoausgaben; vgl. Wissenschaftlicher Beirat beim BMF (1980). Tabelle 1, S. 2.



gleichgewichte bei öffentlichen Investitionen beantwortet und zugleich das Problem einer optimalen Kombination von öffentlicher Kreditaufnahme und öffentlicher Investition gelöst<sup>25</sup>. Noch unbeantwortet ist die Frage nach der dynamischen Realisierbarkeit derartiger Wachstumsgleichgewichte.

Dazu ist es notwendig, eine intertemporale Regelbindung für die staatliche Einnahmen- und Ausgabenpolitik vorzugeben. Für die (ordentlichen) Steuereinnahmen unterstellen wir, daß sie mit konstantem Satz  $\tau$  vom laufenden Faktor- und Zinseinkommen anfallen, wobei der Zinssatz zu jedem Zeitpunkt der jeweiligen Grenzproduktivität des Kapitals entspreche. Für die staatliche Ausgabenpolitik untersuchen wir zwei Versionen. Die erste sei dadurch gekennzeichnet, daß im Wachstum die Pro-Kopf-Ausgaben für Güter und Dienstleistungen unverändert bleiben und die zweite dadurch, daß die Staatsquote unverändert bleibe.

In beiden Fällen sind die öffentlichen Investitionen ein parametrisch variierbarer, aber konstanter Anteil der Gesamtausgaben (für Güter und Dienstleistungen). Auftretende Finanzierungssalden sind schließlich durch (außerordentliche) Einnahmen in Form öffentlicher Kreditaufnahme auszugleichen.

Es kann gezeigt werden, daß solche kreditfinanzierten Wachstumsgleichgewichte starke Instabilitätscharakteristika aufweisen, falls öffentliche Investitionen unberücksichtigt bleiben<sup>26</sup>.

Wir wollen nun prüfen, ob öffentliche Investitionen die dynamische Realisierbarkeit kreditfinanzierter Wachstumsgleichgewichte verbessern können.

Dies ist nicht der Fall, wenn die Ausgabenpolitik auf eine konstante Pro-Kopf-Quote ausgerichtet ist, wie folgendes Theorem zeigt.

*Theorem 4:* Entspricht die Verzinsung öffentlicher Kredite der Grenzproduktivität des Kapitals, und werden die Pro-Kopf-Ausgabenquote  $g > 0$  und der Anteil öffentlicher Investitionen mit  $\alpha \ 0 \leq \alpha \leq 1$  exogen vorgegeben, so sind alle kreditfinanzierten GR-Wachstumsgleichgewichte mit positiver Staatsverschuldung instabil.

Zum Beweis siehe Anhang. □

Das bedeutet: Im Unterschied zu den oben abgeleiteten Existenzaussagen über kreditfinanzierte Wachstumsgleichgewichte reicht zur Sicherung der

<sup>25</sup> Natürlich nur unter den vereinfachenden Annahmen unseres realwirtschaftlichen Grundmodells.

<sup>26</sup> Vgl. H.-D. Wenzel (1984).



Stabilität solcher Wachstumspfade auch das Investitionsinstrument nicht mehr aus.

Es soll daher nun geprüft werden, ob die Verfolgung anderer Ausgabenziele eine dynamische Realisierung des GR-Pfades möglich macht.

Wir rekurren dazu auf die zweite Version staatlicher Ausgabenpolitik und unterstellen, daß die durch

$$(34) \quad g_Y = G(t)/Y(t)$$

definierte Staatsquote im Zeitablauf konstant bleiben möge<sup>27</sup>. In diesem Fall ist die GR-Regel neu zu definieren. Dazu gehen wir aus von der Beschreibung des Steady-state-Konsums durch (14). Berücksichtigen wir (34), so enthüllt die Schreibweise

$$(35) \quad c(\hat{k}) = f(\hat{k}) - n\hat{k} - g_Y(1 - \kappa)f(\hat{k}),$$

daß bei konstantem  $g_Y$  und  $\kappa$  die Optimalitätsbedingung für die Konsummaximierung davon abhängt, ob nur der private Konsum (pro Kopf) oder aber die Summe des privaten und öffentlichen Konsums (pro Kopf) maximiert werden soll. Dies führt zu zwei alternativen GR-Konzepten, die sich durch die (notwendigen und hinreichenden) Optimalbedingungen

$$(36) \quad f'(k_1^*) = n/(1 - g_Y(1 - \kappa))$$

und

$$(37) \quad f'(k_2^*) = n$$

voneinander unterscheiden. Dabei ist  $k_1^*$  die optimale Kapitalintensität, wenn ausschließlich der private Konsum maximiert wird, und  $k_2^*$  die optimale Kapitalintensität, falls die Summe aus privatem und öffentlichem Konsum zu maximieren ist.

Im letzteren Fall ist die optimale Kapitalintensität  $k_2^*$  mit der optimalen Kapitalintensität  $k^*$  (bei Vorgabe konstanter Pro-Kopf-Ausgaben) identisch, so daß

$$k_1^* < k_2^* = k^*$$

für die optimalen Kapitalintensitäten gilt<sup>28</sup>.

<sup>27</sup> Zur Vereinfachung der Terminologie bezeichnen wir  $g_Y$  mit Staatsquote, obwohl in den Staatsausgaben die Zinsausgaben unberücksichtigt bleiben.

Wir wollen im folgenden von der Annahme der gesamtwirtschaftlichen Konsummaximierung ausgehen und implizit daher eine Gleichbewertung beider Konsumalternativen unterstellen<sup>29</sup>. Unter diesen Voraussetzungen läßt sich folgendes Theorem ableiten:

*Theorem 5:* Entspricht die Verzinsung öffentlicher Kredite der Grenzproduktivität des Kapitals, und werden die Staatsquote  $g_Y$  und der Anteil öffentlicher Investitionen  $\kappa$  exogen vorgegeben, so sind alle kreditfinanzierten GR-Wachstumsgleichgewichte genau dann stabil, wenn gilt

$$(38) \quad d_Y < g_Y \frac{[s(1-\tau) + \kappa\tau]}{1 - s(1-\tau)}.$$

Ist  $s < \alpha$ , so stellen dabei  $g_Y \in \left(\frac{s-\alpha}{s-\kappa}, \frac{\alpha}{\kappa}\right)$  sowie  $\kappa \in (\alpha, 1)$  eine konsistente GR-Lösung mit positiver Defizitquote bei einer Kapitalintensität  $k_2 = k$  sicher<sup>30</sup>.

*Beweis:* Für  $s < \alpha$  ergeben sich die Konsistenzbedingungen aus Theorem 2. Zum Nachweis der Stabilität siehe den Anhang.  $\square$

Nach Theorem 5 sind also auch im Falle einer positiven Staatsverschuldung stabile Realisationen optimaler langfristiger Gleichgewichte möglich; dann nämlich, wenn der Fiskus ein Staatsquotenziel verfolgt und die Nettokreditaufnahme der Bedingung (38) genügt.

Dies setzt natürlich voraus, daß konsistente Gleichgewichte mit positiver Schuldenquote auch existieren, was für den ökonomisch realistischen Fall  $s < \alpha$  keineswegs trivial ist, aber mit den Bedingungen von Theorem 2 immer gesichert werden kann.

In Theorem 5 sind – hinsichtlich der Stabilität – keine Einschränkungen für das Größenverhältnis von privater Sparquote und Produktionselastizität des Kapitals erforderlich, so daß die Stabilitätseigenschaft unabhängig von  $s \stackrel{\leq}{\geq} \alpha$  Gültigkeit besitzt<sup>31</sup>.

<sup>28</sup> Da die Produktionsfunktion strikt konkav angenommen wurde.

<sup>29</sup> Diese Annahme ist sicherlich nicht unproblematisch. Andererseits ist in unserem Ansatz grundsätzlich von Bewertungsproblemen und Nutzenmessungen abstrahiert worden, so daß diese Vereinfachung gerechtfertigt erscheint.

<sup>30</sup> Für den ökonomisch weniger relevanten Fall  $s > \alpha$  gilt die Stabilitätsaussage analog. Es ergeben sich nur andere (weniger restriktive) Bedingungen für  $g_Y$  und  $\kappa$  zur Sicherstellung einer konsistenten Lösung und einer positiven Defizitquote.

<sup>31</sup> Für den Fall  $s \geq \alpha$  müßten nur entsprechende Grenzen für  $\kappa$  und  $g_Y$  formuliert werden, so daß auch hier die Existenz einer konsistenten GR-Regel mit positiver GR-Defizitquote sichergestellt ist.

Weiter ist zu beachten, daß den fiskalischen Instrumentparametern eine stabilisierende Eigenschaft zukommt und insbesondere ein höherer Investitionsanteil an den Staatsausgaben auch eine höhere Staatsverschuldung im stabilen langfristigen Gleichgewicht möglich macht.

#### IV. Schlußbemerkungen

Zur Realisierung von GR-Wachstumspfaden ist das Verhältnis von Produktionselastizität des Kapitals und der privaten Sparquote von überragender Bedeutung.

So konnten wir in Theorem 1 für einen Spezialfall nachweisen, daß eine Begrenzung öffentlicher Kreditaufnahme durch öffentliche Investitionen den ökonomischen Erfordernissen eines konsummaximalen Wachstumsgleichgewichts nicht entspricht, falls die private Sparquote die Produktionselastizität des Kapitals übersteigt.

Da diese Konstellation empirisch unrealistisch sein dürfte, beschränkt sich die weitere Analyse auf den Fall einer zu niedrigen Sparquote ( $s < \alpha$ ).

In der Literatur ist gezeigt<sup>32</sup>, daß ohne Berücksichtigung öffentlicher Investitionen bei dieser Parameterkonstellation keine GR-Pfade mit positiver Staatsverschuldung existieren. Nach Theorem 2 existieren dagegen solche GR-Pfade, falls der investive Anteil staatlicher Ausgaben genügend hoch ist und ein koordinierter Einsatz des staatlichen Ausgaben- oder Steuerinstruments erfolgt.

Auf der Grundlage der Existenz solcher empirisch realistischen GR-Pfade ermöglicht Theorem 3 einen Vergleich von Nettokreditaufnahme und öffentlicher Investition. Dabei zeigt sich, daß eine positive Nettokreditaufnahmequote im Wachstumsgleichgewicht immer eine höhere Quote öffentlicher Investitionen voraussetzt.

Im letzten Abschnitt dieser Arbeit wird untersucht, inwieweit eine dynamische Analyse der Wachstumsgleichgewichte bei öffentlicher Verschuldung diese Ergebnisse stützt. Dazu wird geprüft, ob und unter welchen Bedingungen die zeitlichen Anpassungspfade der Kapitalstock- und Schuldenentwicklung stabil sind. Wird als Referenzsituation eine an konstanten Pro-Kopf-Ausgaben orientierte Fiskalpolitik herangezogen, kann in Theorem 4 gezeigt werden, daß – unabhängig vom jeweiligen Anteil öffentlicher Investitionen – alle konsummaximalen Wachstumsgleichgewichte mit positiver Staatsverschuldung instabil und mithin dynamisch nicht realisierbar

<sup>32</sup> Vgl. *H.-D. Wenzel* (1984).

<sup>34</sup> Kredit und Kapital 4/1986



sind. Dieses Ergebnis hängt ganz wesentlich von der Annahme einer auf konstante Pro-Kopf-Größen orientierten Fiskalpolitik ab. Denn wird stattdessen ein an konstanten Staatsquoten ausgerichtetes Ausgabenziel herangezogen, kann mit Theorem 5 gezeigt werden, daß unter ansonsten gleichen Voraussetzungen konsummaximale Wachstumsgleichgewichte mit positiver öffentlicher Kreditaufnahme stabil sein können. Die dynamische Realisierbarkeit solcher konsummaximaler Verschuldungswachstumspfade hängt von der Höhe des Budgetdefizits ab. Die Obergrenze des maximal möglichen Defizits erhöht sich mit steigendem öffentlichen Investitionsanteil. Dieses Ergebnis gilt unabhängig vom Verhältnis der privaten Sparquote zur Produktionselastizität des Kapitals.

Eine weitere Einschränkung staatlicher Handlungsfreiheit ist die Unmöglichkeit, im Zeitablauf an pro-Kopf-orientierten Staatsausgabenzielvorstellungen festzuhalten. Denn konsummaximale Wachstumspfade – falls sie überhaupt existieren – können erst dann dynamisch realisiert werden, wenn als Ausgabenziel eine im Zeitablauf konstante Staatsquote angestrebt wird und zugleich das Staatsschuldenwachstum – durch eine damit kompatible Wahl der Staatsquote – gemäß den Erfordernissen von Theorem 5 beschränkt bleibt.

Für den ökonomisch plausiblen Fall einer die private Sparquote übersteigenden Produktionselastizität des Kapitals bleibt insgesamt festzuhalten:

Die Begrenzung der Nettokreditaufnahme durch öffentliche Investitionen erweist sich als eine notwendige Einschränkung des staatlichen Handlungsspielraums. Wird zudem das Ausgabenziel einer konstanten Staatsquote verfolgt, so können konsummaximale Wachstumspfade auch dynamisch realisiert werden, falls das Budgetdefizit und damit die Wachstumsrate der Staatsverschuldung innerhalb der durch die Staatsquotenziele festgelegten Grenzen bleibt.

Was ist nun die Quintessenz dieser Resultate im Hinblick auf eine mögliche finanzpolitische Umsetzbarkeit? Nicht mehr und nicht weniger, als daß mit diesem Ansatz versucht wurde, die Frage der Beurteilung öffentlicher Kreditaufnahme und öffentlicher Investitionen im konsummaximalen Wachstumspfad qualitativ und empirisch meßbar auf eine Rockbottom-Struktur zu reduzieren, deren Analyse den Schluß nahelegt, daß zumindest im empirisch relevanten Parameterbereich starke Argumente für eine über öffentliche Investitionen festgelegte Verschuldungsgrenze, aber gegen deren Realisierung auf der Basis von Per-capita-Ausgabenzielen, sprechen.



## V. Anhang

### 1. Beweis zu Theorem 4

Die Dynamik der GRFP bei Kreditfinanzierung und öffentlicher Investition wird durch (11) beschrieben.

Mit (13) und (15) erhält man das um  $k^*$  linearisierte System als Funktion der GRFP mit

$$\begin{pmatrix} \dot{b} \\ \dot{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\tau n & n[(1-\tau)nA - \tau] \\ -n(1-\tau)(1-s)b & -n(1-\tau)(1-s)(1+A) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

und

$$A := -\frac{1-\alpha}{\alpha} b_Y.$$

Daraus folgt: Die Determinante Det der Koeffizientenmatrix ist mit  $\text{Det} = (1-s)(1-\tau)n^2A$  genau dann positiv, wenn  $b_Y$  negativ ist.

q.e.d.

### 2. Beweis zu Theorem 5:

Für konstante Staatsquoten  $0 < g_Y < 1$  ist das um  $k^*$  linearisierte System in Abhängigkeit von den GRFP durch

$$\begin{pmatrix} \dot{b} \\ \dot{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\tau n & n[g_Y - \tau + (1-\tau)A] \\ -(1-s)(1-\tau)n & -n[(1-s)(1-\tau)(1+A) + g_Y(1-\kappa)] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{c}_1 \\ \tilde{c}_2 \end{pmatrix}$$

beschrieben. Dabei ist die Determinante Det durch

$$\frac{\text{Det}}{n^2} = \frac{g_Y}{\tau\alpha} \{s(1-\tau)[s(1-\tau) - \alpha + \kappa\tau - 1 + \tau(1-\alpha)] + \kappa\tau^2(1-\alpha) + \alpha - \kappa\tau\}$$

bestimmt und

$$\text{Det} > 0 \Leftrightarrow d_Y < g_Y \frac{s(1-\tau) + \kappa\tau}{1-s(1-\tau)}.$$

Ferner ist die Spur der Koeffizientenmatrix negativ, falls die Determinante positiv ist.

q.e.d.

### Literatur

*Bundestagsdrucksache V/3040 (1968). Verhandlungen des Deutschen Bundestages. 5. Wahlperiode. Drucksache V/3040. Gesetzentwürfe zur Haushaltsreform. Bonn. – Jahresgutachten 1983/84 des Sachverständigenrates zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung (1983). Drucksache 10/669. Deutscher Bundestag. 10. Wahlperiode. Bonn. – Kotz, Rolf, Müller, Paul, Rothengatter, Werner (1984): The Social Rate of Discount in an Economy with Exhaustible Resources. Discussion Papers in Economics. Universität Ulm Abteilung für Wirtschaftswissenschaften. Ulm. – Wenzel, H.-Dieter (1983): Defizitfinanzierung als Instrument einer zielorientierten Finanzpolitik. Baden-Baden. – Wenzel, H.-Dieter (1984): Staatsverschuldung. Eine Last für künftige Generationen? Diskussionsschrift der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Universität Heidelberg. Nr. 93. Heidelberg. – *Wissenschaftlicher Beirat* beim Bundesministerium der Finanzen (1980). Gutachten zum Begriff der öffentlichen Investitionen. – Abgrenzungen und Folgerungen im Hinblick auf Artikel 115 Grundgesetz. In: Schriftenreihe des Bundesministeriums der Finanzen, Heft 29. Bonn.*

### Zusammenfassung

#### Öffentliche Kreditaufnahme und Öffentliche Investitionen im Wachstumsgleichgewicht

Im vorliegenden Beitrag wird analysiert, welche Bedeutung Kreditfinanzierung und Investitionsausgaben öffentlicher Haushalte für die Existenz und Stabilität konsummaximaler Gleichgewichtswachstumspfade besitzen.

Dazu werden notwendige und hinreichende Existenz- und Stabilitätssätze abgeleitet. Ein wichtiges Ergebnis ist die Instabilität kreditfinanzierter Wachstumsgleichgewichte, wenn Per-capita-Ausgabenziele verfolgt werden.

### Summary

#### Deficit Spending, Public Investment and Growth Equilibrium

Subject of this article is the importance of deficit spending and public investment activities for the existence and stability of neoclassical golden rule solutions.

In this context, sufficient and necessary conditions for the existence and stability can be derived. One main conclusion is an instability-theorem of deficit-spending if per-capita rules exist for government spending.

**Résumé****Utilisation de crédit publique et investissements publics  
dans l'équilibre de croissance**

Dans notre article, nous nous proposons d'analyser l'importance que le financement par crédit et les dépenses d'investissement des budgets publics ont pour l'existence et la stabilité des voies de croissance équilibrées de la consommation maximale.

Dans ce but, il faut dériver des conditions suffisantes et nécessaires pour l'existence et la stabilité. Un des résultats les plus importants est l'instabilité des équilibres de croissance financés par crédit, si ce sont des objectifs de dépenses par tête qui sont poursuivis.