

Amann, Erwin; Jäger, Albert

**Article**

## Staatsschuldenarithmetik: Zwei unerfreuliche Beispiele

Kredit und Kapital

**Provided in Cooperation with:**

Duncker & Humblot, Berlin

*Suggested Citation:* Amann, Erwin; Jäger, Albert (1989) : Staatsschuldenarithmetik: Zwei unerfreuliche Beispiele, Kredit und Kapital, ISSN 0023-4591, Duncker & Humblot, Berlin, Vol. 22, Iss. 2, pp. 221-234,  
<https://doi.org/10.3790/ccm.22.2.221>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/293140>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*



<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

# Staatsschuldenarithmetik: Zwei unerfreuliche Beispiele

Von Erwin Amann und Albert Jäger, Wien

## I. Einleitung

Die ökonomischen Effekte von öffentlichen Defiziten und Verschuldung sind ein vieldiskutiertes, aber auch mit vielen Emotionen befrachtetes Thema der Nationalökonomie. Während die Crowding-Out Debatte der 60iger und 70iger Jahre zwischen „Keynesianern“ und „Monetaristen“ primär die konjunkturellen Auswirkungen fiskalpolitischer Maßnahmen zum Gegenstand hatte, stellt die Diskussion der letzten Jahre die mittel- bis langfristigen Effekte von Defiziten und Verschuldung in den Vordergrund<sup>1</sup>. Eine Reihe von Autoren hat die Implikationen der intertemporalen Budgetbeschränkung des Staates aufgegriffen, wenn die Realzinsen langfristig über der realen Wachstumsrate des Outputs liegen. Diese Fragestellung besitzt auch empirische Relevanz, da sich einige Länder derzeit mit außergewöhnlich hohen Budgetdefiziten und Staatsschuldenquoten, hohen Realzinssätzen, aber gleichzeitig niedrigen Wachstumsraten konfrontiert sehen<sup>2</sup>.

*Sargent* und *Wallace* (1981) diskutieren die Implikationen für die Inflationsrate, wenn die Fiskalpolitik einen exogenen Pfad für das Budgetdefizit vorgibt<sup>3</sup>. Unter diesem Politikregime mit dominanter Fiskalpolitik besitzt die Geldpolitik keine Kontrolle über die langfristige Inflationsrate. Die Geldpolitik muß sich an die Seignorageerfordernisse der Budgetpolitik anpassen, da die Finanzierung des exogenen Budgetdefizits über Wertpapiere nicht unbeschränkt möglich ist.

*Blanchard* (1984) analysiert das Problem der Wahrung der Solvenz des Staates, wenn keine Finanzierung des Budgetdefizits über die Inflationssteuer möglich ist<sup>4</sup>. Das primäre Budgetdefizit (Defizit ohne Zinszahlungen)

---

<sup>1</sup> Vgl. die Überblicksartikel von *Buiter* (1985) sowie *Modigliani* (1987).

<sup>2</sup> Vgl. *Chouraqui* et al. (1986). Eine illustrative Diskussion der Anpassungsproblematik an Hand konkreter Daten liefert der OECD-Länderbericht 1987/1988 für Irland.

<sup>3</sup> Für weitere Beiträge zu dieser Fragestellung vgl. unter anderem *McCallum* (1984) und *Spaventa* (1987).

<sup>4</sup> Vgl. dazu auch *Bisham* (1987). Der „Klassiker“ zu Fragen langfristiger Schuldendynamik ist natürlich *Domar* (1944). In seinen Modellen ist jedoch die intertemporale

muß in diesem Falle so weit reduziert werden, daß es mit einer nicht explodierenden Staatsschuldenquote konsistent ist. Dieses prinzipielle Ergebnis läßt jedoch die Implikationen unterschiedlicher Anpassungsstrategien offen. Diese Frage wird von Blanchard nur cursorisch erörtert.

Ein empirisch ausgerichteter Zweig dieser Literatur beschäftigt sich *Hamilton* und *Flavin* (1986) folgend mit der Frage, ob die beobachteten Budgetdefizite in Ländern wie USA und Kanada als „außer Kontrolle“ betrachtet werden müssen<sup>5</sup>. Die Evidenz wird von den meisten Autoren dahingehend interpretiert, daß die Fiskalpolitik dieser Länder in der Vergangenheit mit der Einhaltung einer intertemporalen Budgetbeschränkung konsistent war.

Diese Arbeit versteht sich als Erweiterung der Analyse von *Blanchard* (1984). Diskutiert werden zwei einfache Modelle, die den Zusammenhang zwischen der Anpassung an das langfristig die Staatsschuldenquote stabilisierende Defizit, den „Grenzen der Staatsverschuldung“ und den Realzinsen illustrieren. Das erste Modell operiert mit einer exogen vorgegebenen Beschränkung für die Höhe der langfristigen Relation zwischen Staatsschuld und Output und konzentriert sich auf den Zusammenhang zwischen Anpassungsgeschwindigkeit und Solvenz des Staates. Das zweite Modell geht von der Annahme aus, daß der Realzinssatz von den erwarteten Budgetdefiziten abhängt. Dieses Modell generiert endogen eine obere Schranke für die Staatsverschuldung.

Die Implikationen dieser Modelle sind unerfreulich im folgenden Sinne: Je schneller die Anpassung der Fiskalpolitik an das langfristig die Solvenz des Staates sichernde Niveau erfolgt, desto geringer wird die langfristig notwendige Reduktion des primären Budgetdefizits ausfallen. Durch eine schnelle Anpassung werden jedoch kurzfristige ökonomische oder politische Kosten anfallen (Arbeitslosigkeit, Popularität), die durch eine verzögerte Anpassung zumindest teilweise in die Zukunft verschoben werden.

## II. Ein Staatsschuldenmodell mit exogener Überschußbeschränkung

Ausgangspunkt der Analyse ist die Budgetidentität des Staates

$$(1) \quad \dot{D}_t = r D_t - V_t .$$

$D$  bezeichnet die Staatsschuld,  $r$  einen konstanten Zinssatz und  $V$  den primären Budgetüberschuß des Staates definiert als Budgetüberschuß ohne

Budgetbeschränkung immer per Annahme erfüllt, da er annimmt, daß die Zinszahlungen über höhere Steuern finanziert werden.

<sup>5</sup> Vgl. unter anderem *Hakkio* und *Rush* (1986) sowie *Smith* und *Zin* (1987).

Zinszahlungen. Wenn  $V$  negativ ist, liegt ein primäres Budgetdefizit vor. Alle Größen sind real. Die Möglichkeit der Finanzierung des Budgetdefizits über die Geldmenge ist ausgeschlossen. Wird (1) durch den Output  $Y$  dividiert, erhalten wir nach Umformung

$$(2) \quad \dot{d}_t = (r - y) d_t - v_t.$$

$y$  bezeichnet die als konstant angenommene reale Wachstumsrate des Outputs. Die Kleinbuchstaben  $v$  und  $d$  indizieren, daß Budgetüberschuß und Verschuldung in Prozenten des Outputs ausgedrückt werden. Die Analyse geht im weiteren von der Annahme aus, daß der Realzinssatz strikt über der Outputwachstumsrate liegt.

Betrachten wir zuerst die folgende Fragestellung: Auf welchem konstanten Wert  $\bar{v}$  muß die primäre Budgetüberschußquote für einen gegebenen Ausgangswert der Verschuldungsquote ( $d_o$ ) fixiert werden, um die langfristige Solvenz des Staates zu sichern? Dazu benötigen wir eine Definition des Begriffs „langfristige Solvenz“. Die Lösung der Differentialgleichung (2) für ein beliebiges aber konstantes  $v$  ist

$$(3) \quad d_t = (d_o - v/(r - y)) \exp((r - y)t) + v/(r - y)$$

wobei „exp“ die Exponentialfunktion bezeichnet. Die einzige stabile und damit die langfristige Solvenz garantierende Lösung bildet  $\bar{v} = (r - y) d_o$ . „Langfristige Solvenz“ bedeutet daher in dieser Arbeit, daß die Schuldenquote nicht exponentiell wächst bzw. äquivalent dazu, daß die Finanzierung der Zinszahlungen langfristig nicht ausschließlich durch Neuverschuldung erfolgen darf. Beispielsweise würde sich der langfristig zur Stabilisierung der Schuldenquote notwendige Budgetüberschuß  $\bar{v}$  bei  $d_o = .5$ ,  $r = .05$  sowie  $y = .02$  auf 1.5 % des Outputs belaufen.

Praktisch relevanter ist jedoch der Fall einer stetig erfolgenden Anpassung des Budgetüberschusses an den langfristig die Schuldenquote stabilisierenden Wert. Dieser Zielwert wird im weiteren als SPS für „solvency preserving surplus“ bezeichnet. Unterstellt wird die folgende einfache lineare Anpassungsregel an den SPS

$$(4) \quad \dot{v}_t = \beta.$$

Gleichung (4) bedeutet, daß der primäre Budgetüberschuß mit der konstanten Rate  $\beta$  angepaßt wird<sup>6</sup>. Im Unterschied zum Fall der sofortigen

<sup>6</sup> Blanchard (1984) verwendet eine proportionale Anpassungsregel von der Form  $\dot{v}_t = \beta(\bar{v} - v_t)$ . Dadurch werden die formalen Ableitungen etwas vereinfacht. Es ist



Anpassung hängt nun die Höhe des SPS entscheidend von der Anpassungsgeschwindigkeit  $\beta$  ab, der als wirtschaftspolitisch fixierter Parameter betrachtet wird. Diese Abhängigkeit entsteht, weil bei nicht sofortiger Anpassung an den SPS die Staatsschuldenquote beim Übergang zu ihrem langfristig stabilen Wert weiter erhöht wird und damit auch langfristig höhere Zinszahlungen anfallen.

Als letzte Annahme wird in diesem Modell schließlich unterstellt, daß der maximal erzielbare Budgetüberschuß durch eine obere Schranke  $v^*$  beschränkt ist. Diese Schranke läßt sich als Differenz zwischen den maximal möglichen Steuereinnahmen und den minimal notwendigen Staatsausgaben interpretieren. Um daher die Solvenz des Staates zu wahren, muß der SPS kleiner oder gleich  $v^*$  sein. Das komplette Modell ist daher

$$\begin{array}{ll} (2) & \dot{d}_t = (r - y) d_t - v_t & \text{Budgetidentität} \\ (4) & \dot{v}_t = \beta & \text{Anpassungsregel} \\ (5) & \bar{v} \leq v^* & \text{Überschußbeschränkung.} \end{array}$$

Die formalen Eigenschaften des Modells werden in Anhang A diskutiert. Die wichtigsten Implikationen dieses Modells lassen sich aber auch übersichtlich an Hand von Abbildung 1 diskutieren. Auf der vertikalen Achse dieser Abbildung ist der maximal mögliche Budgetüberschuß  $v^*$  abgetragen. Diesem maximalen Budgetüberschuß entspricht über die Stationaritätsbedingung für Gleichung (1) eine maximal mögliche Schuldenquote  $d^*$ , die durch die Bedingung  $d^* = (r - y) v^*$  definiert ist. Weiters ist in Abb. 1 die Gerade für Gleichung (2) unter der Stationaritätsbedingung  $\dot{d}_t = 0$  eingetragen<sup>7</sup>.

Angenommen, die historischen Ausgangsbedingungen werden durch den Punkt  $(d_o, v_o)$  oder  $A$  beschrieben. Abhängig von der Anpassungsgeschwindigkeit  $\beta$  ergeben sich verschiedene Anpassungspfade für den Budgetüberschuß und die Schuldenquote. In Abb. 1 sind vier mögliche Anpassungspfade eingezeichnet, wobei der strichliert eingezeichnete Anpassungspfad als „kritischer Anpassungspfad“ bezeichnet werden kann, da er zur gerade noch die Solvenz des Staates garantierenden Kombination  $(d^*, v^*)$  führt. Ihm entspricht eine eindeutig bestimmte „kritische Anpassungsgeschwindigkeit“  $\beta^*$  (siehe formaler Anhang).

---

jedoch interessant festzuhalten, daß lineare Anpassungsregeln in „Budgetsanierungsprogrammen“ oft explizit festgeschrieben werden. Vgl. z.B. das Koalitionsübereinkommen der österreichischen Bundesregierung vom Februar 1987, das einen linearen Abbau der Nettodefizitquote (entspricht der primären Budgetquote plus der Zinsenquote) des Bundeshaushaltes von  $-5.0\%$  (1987) auf  $-2.5\%$  (1992) vorsieht.

<sup>7</sup> Diese Gerade hat den Anstieg  $(r - y)$  und schneidet  $(d^*, v^*)$  per Konstruktion.

Anpassungsgeschwindigkeiten, die kleiner als  $\beta^*$  sind, entsprechen Pfade, wie z.B. nach *D*, die Insolvenz des Staates implizieren. Anpassungsgeschwindigkeiten, die größer als  $\beta^*$  sind, garantieren Solvenz des Staates. Der eingezeichnete Pfad nach *C* führt beispielsweise zu einem SPS von  $v_2$ , der unter dem maximal möglichen SPS  $v^*$  liegt. Schließlich illustriert der eingezeichnete Pfad nach *B* eine sofortige Anpassung und ergibt auch den geringsten SPS (eingezeichnet als  $v_1$ ).

Diese Analyse illustriert die folgende Problematik einer langfristig notwendigen Anpassung der Budgetpolitik: Je langsamer die Anpassungsgeschwindigkeit an den langfristig notwendigen Budgetüberschuß, desto höher ist die Gefahr der Insolvenz des Staates bzw. falls die Solvenz gewahrt bleibt, desto höher ist der langfristig notwendige Budgetüberschuß. Andererseits bedeutet eine schnelle Anpassung, daß die Kosten der Budget-

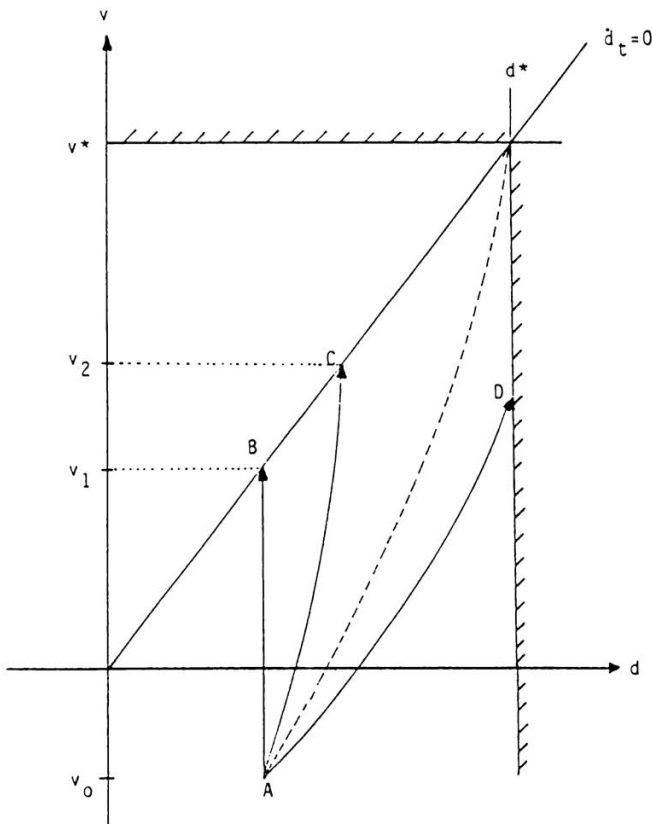


Abb. 1: Anpassungspfade bei exogener Überschufbeschränkung

konsolidierung (ökonomische oder politische Kosten) auch schneller anfallen, was unerwünscht sein kann.

Ein unbefriedigender Aspekt des analysierten Modells besteht in der exogenen Vorgabe eines maximalen SPS, der die „Grenzen der Staatsverschuldung“ exogen vorgibt. Das zweite Modell dieser Arbeit diskutiert eine Erweiterung, die eine endogene Grenze der Staatsverschuldung generiert.

### III. Ein Modell mit endogener Überschubbeschränkung

Im Gegensatz zum Modell des Abschnittes II. wird nun angenommen, daß der reale Zinssatz vom SPS ( $\bar{v}$ ) abhängt

$$(6) \quad r_t = r^* + p(\bar{v}) \quad \text{mit} \quad p'(\bar{v}) > 0.$$

Der Realzinssatz ergibt sich daher als Summe einer exogen fixierten „Prime Rate“  $r^*$  und einem Aufschlag  $p(\bar{v})$  der strikt positiv von der Höhe des langfristig notwendigen Budgetüberschusses abhängt. Zur Vereinfachung wird im folgenden eine lineare Aufschlagregel unterstellt<sup>8</sup>

$$(7) \quad p(\bar{v}) = \lambda \bar{v} \quad \text{mit} \quad \lambda > 0.$$

Wieso sollte der Realzinssatz vom langfristig notwendigen Budgetüberschuss, oder äquivalent dazu, von der erwarteten Sequenz zukünftiger Defizite abhängen? Eine Möglichkeit ist  $p(\cdot)$  als Risikoprämie zu interpretieren, da bei steigendem SPS eine höhere Wahrscheinlichkeit der Insolvenz des Staates besteht. Die zweite und von *Blanchard* (1985)<sup>9</sup> ausgearbeitete Interpretation geht davon aus, daß die zukünftigen Steuerverpflichtungen aufgrund höherer Defizite von den privaten Akteuren mit einem Zinssatz diskontiert werden, der höher als der Realzinssatz ist. Durch diese Annahme wird *Ricardo*-Neutralität der Staatsverschuldung ausgeschlossen und es kann gezeigt werden, daß höhere erwartete Defizite zu einem höheren Realzinssatz führen.

Das vollständige Modell dieses Abschnitts besteht aus den folgenden Gleichungen

<sup>8</sup> Diese Aufschlagregel ist eine schwache Annahme in dem Sinne, daß man intuitiv ein exponentielles Ansteigen des Zuschlagfaktors mit steigendem SPS vermuten würde.

<sup>9</sup> Vgl. *Blanchard* (1985). Eine empirische Arbeit von *Feldstein* (1986) kommt für die USA zu dem Ergebnis, daß eine mittelfristige Erhöhung der Nettodefizitquote um 1.2 Prozentpunkte erhöht.

- (2)  $\dot{d}_t = (r - y) d_t - v_t$  Budgetidentität  
 (4)  $\dot{v}_t = \beta v_t$  Anpassungsregel  
 (6)  $r_t = r^* \lambda \bar{v}$  Zinssatzbestimmung.

Im stationären Zustand ergibt sich für das Gleichungssystem der folgende Zusammenhang zwischen Schulden- und Überschußquote

(7)  $v = (r^* - y) d / (1 - \lambda d)$  mit  $d > (1/\lambda)$ .

Gleichung (7) impliziert, daß die Schuldenquote in diesem Modell nach oben beschränkt ist. Die langfristige Solvenz des Staates ist nur gewährleistet, wenn die Schuldenquote strikt kleiner  $(1/\lambda)$  bleibt; d. h. beispielsweise, wenn der Aufschlagfaktor  $\lambda$  gleich .5 ist, dann ist die obere Grenze für die Schuldenquote gleich 2.

In Abbildung 2 ist analog zur Abbildung 1 das Phasendiagramm für das Modell dieses Abschnittes dargestellt. Die senkrechte Linie gibt die implizierte Schranke für die langfristige Schuldenquote wieder. Die Linie für  $\dot{d} = 0$  verläuft nun nicht mehr als Gerade wie in Abb. 1, sondern nähert sich in einer Hyperbel der oberen Schranke für die Schuldenquote. Wieder bedeutet Punkt A eine historische Ausgangssituation für eine gegebene Schulden- und Defizitquote  $(d_o, v_o)$ . Die strichlierte Linie nach C bezeichnet den kritischen Anpassungspfad, der gerade noch Stabilität der Schuldenquote sicherstellt. Diesem Pfad ist wieder eine kritische Anpassungsgeschwindigkeit  $\beta^*$  zugeordnet, die stabile von instabilen Anpassungspfaden trennt (vgl. Anhang B). Die instabilen Anpassungspfade sind allerdings a priori keine praktisch möglichen Anpassungspfade, da sie einen unendlichen Budgetüberschuß (bei endlicher Schuldenquote!) implizieren. Ein stabiler Pfad (B) ist in Abb. 2 repräsentativ eingezeichnet.

Auch dieses Modell illustriert das Dilemma zwischen Anpassungsgeschwindigkeit der Budgetpolitik, dem langfristigen SPS und der möglichen Insolvenz des Staates. Der interessante Aspekt dieses Modells besteht aber darin, daß die maximal mögliche Schuldenquote des Staates nach oben beschränkt ist. Hinzu kommt, daß durch den Einbau eines „vicious circle“ Elements in das Modell, langsamere Anpassungsgeschwindigkeiten zu einer überproportionalen Steigerung der langfristig notwendigen Budgetüberschüsse führen.



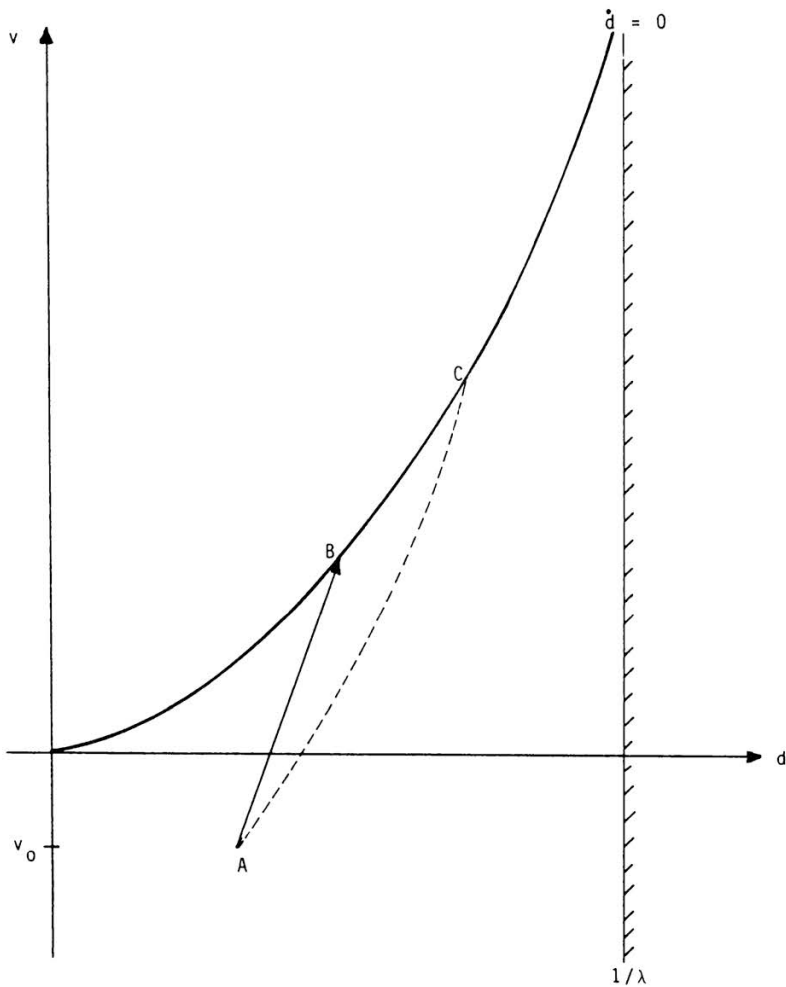


Abb. 2: Anpassungspfade bei endogener Überschußbeschränkung

### Anhang A

Im folgenden wird zuerst gezeigt, daß für das Modell des Abschnitts II eine eindeutig bestimmte kritische Anpassungsgeschwindigkeit  $\beta^*$  existiert. Das Modell des Abschnitts II besteht aus folgenden Gleichungen

- (1)  $\dot{d}_t = (r - y) d_t - v_t$
- (2)  $\dot{v}_t = \beta$
- (3)  $\bar{v} \leq v^*$ ,

wobei  $\bar{v}$  den primären Budgetüberschuß im stationären Zustand und  $v^*$  den maximal möglichen Budgetüberschuß bezeichnet.

Die lineare Form der Anpassungsregel (2) impliziert, daß von einer gegebenen Kombination  $(d_o, v_o)$  aus das stationäre  $\bar{v}$  bis zu einem bestimmten Zeitpunkt  $T$  erreicht wird und dann konstant bleibt. Integration von Gleichung (2) liefert

$$(4) \quad \begin{aligned} v_t &= v_o + \beta t && \text{für } t \leq T \\ v_t &= \bar{v} && \text{für } t \geq T. \end{aligned}$$

Und für (1) erhalten wir als Lösung

$$(5) \quad \begin{aligned} d_t &= (d_o - v_o/(r - y) - \beta/(r - y)^2) \exp((r - y)t) + \\ &\quad (v_o + \beta t)/(r - y) + \beta/(r - y)^2 \quad \text{für } t \leq T \\ d_t &= \bar{d} \quad \text{für } t \geq T. \end{aligned}$$

Um Stabilität zu garantieren, muß bei  $(r - y) > 0$  die Bedingung

$$(6) \quad \begin{aligned} d_o - v_o/(r - y) - \beta/(r - y)^2 < 0 \text{ oder äquivalent dazu} \\ \beta > k = d_o(r - y)^2 - v_o(r - y) \end{aligned}$$

erfüllt sein.

Im stationären Zustand, der zum Zeitpunkt  $T$  erreicht wird, gilt

$$(7) \quad \bar{v} = (r - y) \bar{d}.$$

Wegen (4) gilt

$$(8) \quad \bar{v} = v_o + \beta T$$

Zusammen mit dem Anpassungspfad (5) erhalten wir eine Formel für diesen Überschuß bei gegebenen Anfangsbedingungen  $(v_o, d_o)$ , der zum Zeitpunkt  $T$  erreicht wird

$$(9) \quad \bar{v} = v_o - \beta/(r - y) \ln(1 - k/\beta).$$

Damit gilt

$$(10) \quad \frac{\delta \bar{v}}{\delta \beta} < 0 \text{ wenn } 0 < k < \beta.$$

Für jede Schranke  $v^*$  gibt es dann ein eindeutig bestimmtes kritisches  $\beta^*$ , welches die Realisierung dieser Defizitquote gerade noch garantiert.

### Anhang B

Zweck der folgenden Ausführungen ist zu zeigen, daß auch für das Modell des Abschnitts III. eine kritische Anpassungsgeschwindigkeit  $\beta^*$  eindeutig bestimmt werden kann. Das Modell des Abschnitts III. ist gegeben durch

$$(11) \quad \dot{d}_t = (r^* - y + \lambda \bar{v}) d_t - v_t$$

$$(12) \quad \dot{v}_t = \beta.$$

Die Lösung der Gleichungen (11) und (12) erfolgt formal wie im vorhergehenden Modell und wir erhalten mit  $R = r^* - y + \lambda \bar{v}$

$$(13) \quad d_t = (d_o - v_o/R - \beta/R^2) \exp(Rt) + (v_o + \beta t)/R + \beta/R^2 \quad t \leq T$$

$$(14) \quad d_t = \bar{v}/R \quad t \geq T$$

und

$$(15) \quad \bar{v} = v_o + \beta T.$$

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird  $v_o = 0$  angenommen. Dann erhalten wir nach Einsetzen von (15) in (13) und (14) für  $t = T$  und logarithmieren

$$(16) \quad (r^* - y + \lambda \bar{v}) \bar{v} = -\beta \ln(1 - (d_o(r^* - y + \lambda \bar{v})^2)/\beta)$$

Die rechte Seite der Gleichung (16) ist stets positiv, somit muß für jede Lösung auch die linke Seite positiv sein ( $\bar{v} > 0$ ).

Da das Argument des Logarithmus ebenfalls nur positive Werte annehmen kann ( $\beta > d_o \cdot (r^* - y + \lambda \bar{v})^2$ ) beschränken sich die Lösungen auf den strichlierten Bereich (Abb. 3).

Durch die Transformation

$$\beta = c \cdot (r^* - y + \lambda \bar{v})^2$$

erhalten wir für jedes  $c > \bar{c} > d_o \left( d_o < \frac{1}{\lambda} \right)$  genau eine Lösung der Gleichung (16):

$$(17) \quad \bar{v}(c) = - \frac{c(r^* - y) \ln \frac{c - d_o}{c}}{1 + \lambda c \ln \frac{c - d_o}{c}} \quad \beta(c) = \frac{c(r^* - y)^2}{\left(1 + \lambda c \ln \frac{c - d_o}{c}\right)^2}$$

wobei  $\bar{c}$  durch die Gleichung

$$(18) \quad 1 + \lambda \bar{c} \ln \frac{\bar{c} - d_o}{\bar{c}} = 0 \quad \text{eindeutig bestimmt ist.}$$

Für  $c \rightarrow \infty$  nähert sich die Lösungskurve der Gerade

$$(19) \quad \bar{v} = \hat{v} = \frac{d_o(r^* - y)}{1 - \lambda d_o} \quad (\beta \rightarrow \infty)$$

für  $c \rightarrow \bar{c}$  nähert sie sich asymptotisch der Kurve

$$(20) \quad \beta = \bar{c}(r^* - y + \lambda \bar{v})^2$$

Da  $\frac{\delta^2 \beta}{\delta c^2} > 0$ , liefert (17) ein eindeutig bestimmtes Minimum  $\beta^* = \beta(c^*)$ , die minimale Anpassungsgeschwindigkeit.

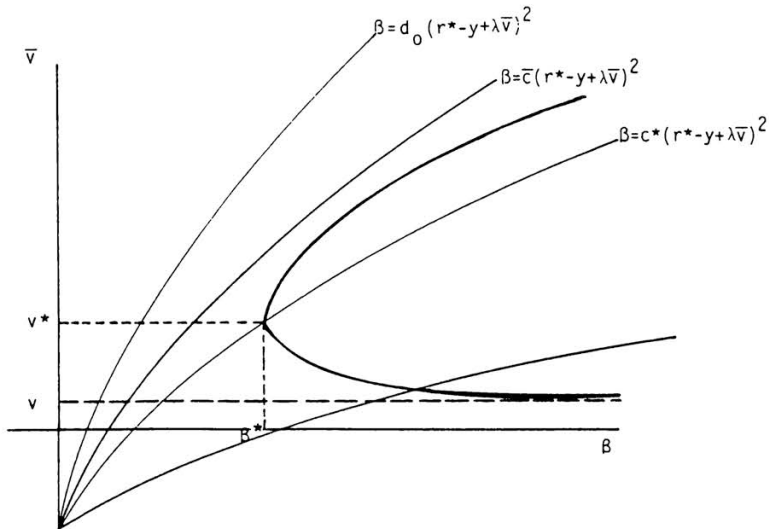


Abb. 3: Anpassungsgeschwindigkeit und SPS



Höhere Anpassungsgeschwindigkeiten führen zu niedrigerem SPS, wenn man berücksichtigt, daß der obere Ast für die Lösung des Modells irrelevant ist.

### Literatur

*Bisham, J. A.* (1987): Rising Public-Sector Indebtness: Some More Unpleasant Arithmetic; in: *Boskin, Michael J., Flemming, J. F. und Gorini, Stefano* (eds.), *Private Saving and Public Debt*, Basil Blackwell, Oxford. – *Blanchard, Olivier* (1984): Current and Anticipated Deficits, Interest Rates and Economic Activity; *European Economic Review* 25, S. 7 - 27. – *Blanchard, Olivier* (1985): Debt, Deficits and Finite Horizons; *Journal of Political Economy* 93, S. 223 - 47. – *Buiter, Willem H.* (1985): A Guide to Public Sector Debt and Deficits; *Economic Policy*, November 1985, 1, S. 14 - 79. – *Chouraqui, Jean-Claude, Jones, Brian und Montador, Robert Bruce* (1986): Public Debt in a Medium-Term Perspective; *OECD Economic Studies* 7, Autumn, S. 103 - 153. – *Domar, Evesy* (1944): The 'Burden of the Debt' and the National Income; in: *American Economic Review*, Bd. 34, S. 798 ff. Abgedruckt in: *Domar, E. D.*: *Essays in the Theory of Economic Growth*, New York, 1957, S. 35 ff. – *Feldstein, M.* (1986): Budget Deficits, Tax Rules, and Real Interest Rates. NBER Working Paper No. 1970. – *Hakkio, Craig S. und Rush, Mark* (1986): Co-Integration and the Government's Budget Deficit; *Federal Reserve Bank of Kansas City, Research Working Paper* 86-12. – *Hamilton, James D. und Flavin, Marjorie A.* (1986): On the Limitations of Government Borrowing: A Framework for Empirical Testing; *American Economic Review*, 76, September, S. 808 - 819. – *Koalitionsübereinkommen der österreichischen Bundesregierung* (1987): Wien. – *McCallum, Bennett T.* (1984): Are Bond-financed Deficits Inflationary? A Ricardian Analysis; *Journal of Political Economy*, 92, February, S. 123 - 135. – *Modigliani, Franco* (1987): The Economics of Public Deficits; in: *Sadka, E. and Razin, A.* (eds.), *Economic Policy in Theory and Practice*, New York. – *OECD Economic Surveys* (1987): Ireland; OECD. – *Sargent, Thomas J. und Wallace, Neil* (1981): Some Unpleasant Monetarist Arithmetic; *Federal Reserve Bank of Minneapolis, Quarterly Review*, 5, Fall, S. 1 - 17. – *Smith, Gregor W. und Zin, Stanley E.* (1987): Testing a Government's Present - Value Borrowing Constraint; *Queen's University, Discussion Paper* No. 695. – *Spaventa, Luigi* (1987): The Growth of Public Debt; *IMF-Staff Papers*, S. 374 - 399.

### Zusammenfassung

#### Staatsschuldenarithmetik: Zwei unerfreuliche Beispiele

Wenn der reale Zinssatz langfristig über der realen Wachstumsrate des Outputs liegt, ergibt sich für die Budgetpolitik in einer Situation „hoher“ Defizite und Staatsschulden folgendes Dilemma: Um eine explodierende Entwicklung der Staatsschuldenquote zu verhindern, muß das primäre Budgetdefizit (= Defizit ohne Zinszahlungen) langfristig so angepaßt werden, daß die Schuldenquote stabilisiert wird. Je schneller diese Anpassung erfolgt, desto geringer wird die langfristig notwendige Reduktion des primären Budgetdefizits ausfallen. Durch eine schnelle Anpassung können jedoch auch kurzfristig hohe ökonomische Kosten durch Arbeitslosigkeit und

Wachstumsverluste anfallen. Andererseits bedingt eine langsame Anpassung der Budgetdefizite zur Vermeidung dieser Kosten, daß langfristig das primäre Budgetdefizit stärker reduziert werden muß und zum Beispiel via höhere Realzinsen ebenfalls ökonomische Kosten anfallen können.

Die vorliegende Arbeit diskutiert an Hand von zwei einfach gehaltenen Modellen dieses Dilemma. Im ersten Modell wird angenommen, daß langfristig ein exogen vorgegebener maximaler primärer Budgetüberschuß erzielt werden kann. Dieses Modell illustriert vor allem den Zusammenhang zwischen Anpassungsgeschwindigkeit der Budgetpolitik, Solvenz des Staates und langfristig notwendiger Reduktion des Budgetdefizits. Das zweite Modell koppelt die Höhe des Realzinssatzes an die langfristige Entwicklung des Budgetdefizits und führt damit einen „vicious circle“ in das Modell ein. Eine interessante Implikation dieses Modells ist, daß die langfristige Schuldenquote unter dieser Annahme nach oben beschränkt ist, das Modell also endogen eine „Grenze der Staatsverschuldung“ generiert.

## Summary

### Public Debt Arithmetic: Two Unpleasant Examples

If real interest rates remain above real growth rates of output in the long run, the current fiscal policy stance in many countries will become unsustainable. The required policies for handling this situation face the following dilemma: Primary deficits (= deficits excluding interest payments) must be adjusted to preclude an explosive development of the debt-income ratio. The more rapid this adjustment is executed, the lower will be the necessary primary budget surplus that guarantees sustainability of the debt-income ratio in the long run. But rapid adjustment will imply high short-run costs in terms of output and employment losses. Slow adjustment implies, however, that the long-run surplus has to be higher than in the case of rapid adjustment. Moreover, a slow adjustment strategy might entail other costs as well, if, e.g. real interest rates increase in response to the expected higher future debt-income ratios.

This paper discusses two models intended to illustrate the dilemma. In the first model, we assume an exogenous maximum for the primary budget surplus sustainable in the long run. This model is suited to illustrate the relationship between the speed of adjusting the deficit, the solvency of the sovereign and the sustainable long run budget surplus. The second model introduces a “vicious circle” element into the model by linking the real interest rate to future budget deficits. One implication of the second model is that the long run sustainable debt-income ratio is bounded from above without introducing an exogenous upper bound for deficits as in the first model.

## Résumé

### Arithmétique des dettes publiques: deux exemples peu réjouissants

Lorsque le taux d'intérêt réel reste à long terme supérieur au taux de croissance réel de l'output, le dilemme suivant se pose à la politique budgétaire, poursuivie dans une

situation de déficits „élevés“ et de dettes publiques: pour éviter un développement explosif du taux d'endettement public, il faut adapter à long terme le déficit budgétaire primaire (= le déficit sans paiements d'intérêts) de telle sorte que le taux d'endettement soit stabilisé. Au plus cette adaptation est rapide, au plus faible sera la réduction nécessaire à long terme du déficit primaire. Une adaptation rapide peut cependant aussi entraîner à court terme des coûts économiques élevés, provoqués par le chômage et des pertes de croissance. D'autre part, une adaptation lente des déficits budgétaires en vue de réduire ces coûts exige que le déficit budgétaire primaire soit réduit plus fortement à long terme; en plus, une stratégie d'adaptation lente peut causer également des coûts économiques, par exemple si les taux d'intérêts réels sont plus élevés.

Le présent travail discute ce dilemme à l'aide de deux modèles simplifiés. Dans le premier modèle, on suppose qu'un excédent budgétaire exogène primaire maximum peut être atteint à long terme. Ce modèle illustre avant tout le rapport entre la vitesse d'adaptation de la politique budgétaire, la solvabilité de l'Etat et la réduction nécessaire à long terme du déficit budgétaire. Le deuxième modèle associe le niveau du taux d'intérêt réel à l'évolution à long terme du déficit budgétaire et introduit ainsi un „cercle vicieux“ dans le modèle. Ce dernier a une implication intéressante: le taux d'endettement à long terme est limité vers le haut sous cette hypothèse, le modèle génère donc de façon endogène une „limite de l'endettement public“.