ECONSTOR
Make Your Publications Visible.

A Service of

ZBW Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft
Leibniz Information Centre for Economics

Cabezas, Eduardo; Navarro, Fabián; Pérez, Danny; Torres, Gina

Working Paper

Estimación de las especies monetarias en circulación para una economía dolarizada: El caso de Ecuador

IDB Working Paper Series, No. IDB-WP-1502

Provided in Cooperation with:
Inter-American Development Bank (IDB), Washington, DC

Suggested Citation: Cabezas, Eduardo; Navarro, Fabián; Pérez, Danny; Torres, Gina (2023) : Estimación de las especies monetarias en circulación para una economía dolarizada: El caso de Ecuador, IDB Working Paper Series, No. IDB-WP-1502, Inter-American Development Bank (IDB), Washington, DC,
https://doi.org/10.18235/0005218

This Version is available at:
https://hdl.handle.net/10419/299494

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/igo/

WWW.ECONSTOR.EU

Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft

Banco Interamericano de Desarrollo

DOCUMENTO DE TRABAJO DEL BID Nº IDB-WP-1502

Estimación de las especies monetarias en circulación para una economía dolarizada:

El caso de Ecuador

Eduardo Cabezas
Fabián Navarro
Danny Pérez
Gina Torres

Banco Interamericano de Desarrollo
Departamento de Investigación y Economista Jefe

Octubre 2023

BID
Banco Interamericano de Desarrollo

Estimación de las especies monetarias en circulación para una economía dolarizada:

El caso de Ecuador

Eduardo Cabezas
Fabián Navarro
Danny Pérez
Gina Torres

Banco Central del Ecuador

Octubre 2023

Catalogación en la fuente proporcionada por la
Biblioteca Felipe Herrera del
Banco Interamericano de Desarrollo

Estimación de las especies monetarias en circulación para una economía dolarizada: el caso de Ecuador /
Eduardo Cabezas, Fabián Navarro, Danny Pérez, Gina Torres.
p. cm. — (Documento de Trabajo del BID ; 1502)
Incluye referencias bibliográficas.
1. Liquidity (Economics)-Ecuador. 2. Banks and banking, Central-Ecuador. 3. Demand for money-Ecuador. I. Cabezas, Eduardo. II. Navarro, Fabián. III. Pérez, Danny. IV. Torres, Gina. V. Banco Interamericano de Desarrollo. Departamento de Investigación y Economista Jefe. VI. Serie.
IDB-WP-1502

http://www.iadb.org

Copyright © 2023 Banco Interamericano de Desarrollo. Esta obra se encuentra sujeta a una licencia Creative Commons IGO 3.0 Reconocimiento-NoComercial-SinObrasDerivadas (CC-IGO 3.0 BY-NC-ND) (http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/igo/legalcode) y puede ser reproducida para cualquier uso no-comercial otorgando el reconocimiento respectivo al BID. No se permiten obras derivadas.

Cualquier disputa relacionada con el uso de las obras del BID que no pueda resolverse amistosamente se someterá a arbitraje de conformidad con las reglas de la CNUDMI (UNCITRAL). El uso del nombre del BID para cualquier fin distinto al reconocimiento respectivo y el uso del logotipo del BID, no están autorizados por esta licencia CC-IGO y requieren de un acuerdo de licencia adicional.

Después de un proceso de revisión por pares, y con el consentimiento previo y por escrito del BID, una versión revisada de esta obra podrá reproducirse en cualquier revista académica, incluyendo aquellas referenciadas por la Asociación Americana de Economía a través de EconLit, siempre y cuando se otorgue el reconocimiento respectivo al BID, y el autor o autores no obtengan ingresos de la publicación. Por lo tanto, la restricción a obtener ingresos de dicha publicación sólo se extenderá al autor o autores de la publicación. Con respecto a dicha restricción, en caso de cualquier inconsistencia entre la licencia Creative Commons IGO 3.0 Reconocimiento-NoComercial-SinObrasDerivadas y estas declaraciones, prevalecerán estas últimas.

Note que el enlace URL incluye términos y condiciones adicionales de esta licencia.

Las opiniones expresadas en esta publicación son de los autores y no necesariamente reflejan el punto de vista del Banco Interamericano de Desarrollo, de su Directorio Ejecutivo ni de los países que representa.

Resumen

La presente investigación desarrolla una metodología para la estimación de las especies monetarias en circulación (EMC) en economías dolarizadas, como es el caso de la ecuatoriana. Este enfoque se basa en el coeficiente de preferencia por la liquidez (CPL), el cual se define como la razón entre la cantidad de dinero en circulación (latente) y los depósitos de ahorro y a la vista (observables). Este indicador latente puede obtenerse a través de: i) las EMC calculadas por el Banco Central del Ecuador (BCE) bajo la metodología de Vera (2007); ii) la cantidad de dinero demandada de acuerdo con las funciones de dinero estructurales estimadas bajo modelos de cointegración con quiebres estructurales, y iii) la razón entre los retiros de efectivo y el saldo en depósitos de ahorro de los bancos privados. La estimación se realiza a través de un modelo estado-espacio con métodos bayesianos, en donde el CPL es una variable latente que se descompone en ciclo y tendencia. Una vez obtenido el CPL como variable latente, se utilizan los depósitos de ahorro y a la vista para obtener las EMC. Los resultados muestran que las EMC informadas por el BCE son superiores a las obtenidas en esta investigación. Dentro de los factores que podrían explicar este resultado se encuentran las salidas netas de efectivo por fronteras, los cambios en la legislación tributaria y en el Código Orgánico Monetario y Financiero –anterior al año 2020– que permitía las inversiones domésticas por parte del BCE en títulos de deuda del gobierno central.

Palabras clave: demanda de dinero, preferencia de liquidez, cointegración, modelo estado-espacio, especies monetarias en circulación.

Códigos JEL: E17, E41, E42, E52

Agradecimientos a Manuel González-Astudillo por su colaboración y guía para la elaboración de esta investigación y a Daniela Cadena por su aporte. También agradecemos a Kamila Aguirre, Diego Tapia y Fabián Villarreal por su revisión y comentarios.

Responsabilidad: Las opiniones vertidas en este trabajo de investigación, no representan la visión del Banco Central del Ecuador, es responsabilidad absoluta y exclusiva de los autores.

Abstract

This research develops a methodology to estimate the currency in circulation (EMC, by its acronym in Spanish) for the case of a dollarized economy such as the Ecuadorian. This approach is based on the liquidity preference coefficient (LPC), which is defined as the ratio between amount of money in circulation (latent) and the demand and savings deposits (observable). This latent indicator is reported by means of: i) the EMC currently calculated by the Central Bank of Ecuador under the methodology of Vera (2007); ii) the quantity of money demanded according to structural money demand estimated under cointegration models with structural breaks; and iii) the ratio between cash withdrawals and balance in savings deposits in private banks. The estimation is done through a state-space model with Bayesian methods, where the CPL is a latent variable of the economy that is decomposed into cycle and trend. Once the LPC is obtained as the latent variable, savings and demand deposits are used to obtain the EMCs. The results show that the EMC reported actually by the BCE are higher than those obtained in this research. Among the factors that could explain this result are net cash outflows across borders, changes in tax legislation and in the Organic Monetary and Financial Code before 2020, wich allowed to the BCE to make domestic investments in Central Government debt securities.

Key words: money demand, liquidity preference, cointegration, state-space models, currency in circulation.
JEL Codes: E17, E41, E42, E52

1. Introducción

Los responsables de las políticas públicas disponen de varios instrumentos para maximizar el bienestar de la población y minimizar la volatilidad cíclica sobre la actividad económica que generan los *shocks* negativos que se pueden presentar en la economía. Sin embargo, en países que han implementado regímenes cambiarios extremos como la dolarización, estas herramientas se ven limitadas dado que se pierden ciertos instrumentos de política económica (p. ej., monetarios, cambiarios y otros), lo que podría llevar a escenarios de vulnerabilidad en el corto plazo. Más aún, como los bancos centrales de este tipo de economías dejan de tener control directo sobre la nueva moneda o divisa de curso legal, la posibilidad de cuantificar la oferta monetaria prácticamente es nula.

Esta investigación tiene como objetivo proponer una metodología para la cuantificación de las especies monetarias en circulación (EMC) para una economía dolarizada –como Ecuador y cualquier otra que no disponga de moneda propia–, a partir de la estimación de un modelo econométrico de características estado-espacio. Para ello, el punto inicial consiste en plantear que el coeficiente de preferencia por la liquidez (CPL) de la economía, definido como la razón entre las EMC y la suma de depósitos de ahorros y depósitos a la vista, es una variable latente que puede ser recuperada a partir de una descomposición en ciclo y tendencia por medio de un sistema de variables observadas y latentes. Una vez obtenido el CPL, se pueden determinar las EMC por medio de la multiplicación de este indicador por la suma de los depósitos anteriormente indicada, y que puede verse en las estadísticas del sistema financiero.

En enero del año 2000, Ecuador adoptó el dólar estadounidense como moneda de curso legal. A partir de la metodología propuesta por Vera (2007), el Banco Central del Ecuador (BCE) posee una aproximación del monto de las EMC. Bajo esta metodología, se consideran

los siguientes canales de ingreso y salida de divisas para la economía ecuatoriana: i) la variación neta de billetes y monedas que el BCE recibe y envía al sistema de la Reserva Federal de Estados Unidos (FED, por sus siglas en inglés)[1]; ii) la variación de caja (tenencia en efectivo) de las bóvedas del BCE, y iii) la variación de caja de las bóvedas de las otras sociedades de depósito (OSD)[2].

Es importante mencionar que la metodología actual omite canales alternativos que influyen sobre los flujos de billetes y monedas, particularmente aquellos que se desarrollan en la economía no financiera. El trabajo de Vera (2007) reconoce las debilidades metodológicas antes expuestas y asume que el circulante que se encuentra en canales ajenos al BCE y a las OSD termina finalmente en el sistema financiero y, posteriormente, en la caja del BCE, en donde se equilibra la liquidez de la economía.

Con base en este criterio, en una etapa inicial de la dolarización, las EMC, los depósitos a la vista y los depósitos de ahorro tenían un comportamiento similar cuando se los compara respecto a la actividad económica (producto interno bruto [PIB]). Sin embargo, cuando se realiza una comparación después de 2014 se advierten diferencias significativas, puesto que entre los meses de diciembre de 2000 y 2021 las EMC se incrementaron en 11,5 puntos porcentuales del PIB, mientras que los depósitos a la vista y los depósitos de ahorro se incrementaron en 5,5 y 10,7 puntos porcentuales respectivamente.

Esta problemática también se hace evidente al comparar la participación de las EMC respecto del PIB de la economía ecuatoriana con las registradas en otros países del continente. En este sentido, la figura 1 muestra la evolución de las EMC con relación al PIB de, Chile, Colombia, Ecuador, Estados Unidos y Perú, donde destaca el crecimiento significativo de este

[1]Corresponde a los billetes cuya denominación es de hasta US$20, por lo que se encuentran excluidos los de US$50 y US$100.

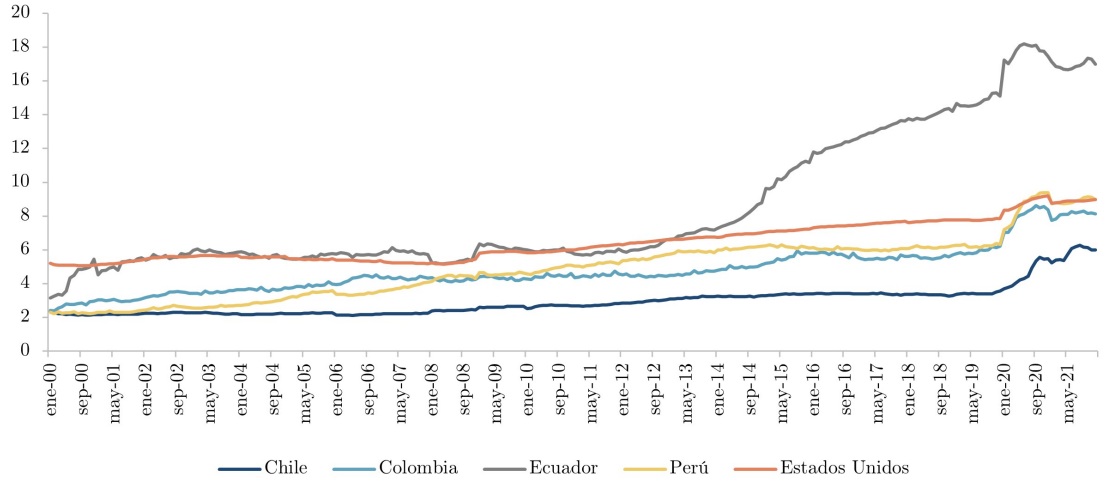
[2]Las OSD abarcan a los bancos privados, las cooperativas de ahorro y crédito, mutualistas y BanEcuador B.P.

indicador para el caso ecuatoriano a partir de 2015, un comportamiento que no se advierte en el resto de los países[3].

Para los demás países considerados en el análisis, la pendiente cambia significativamente desde el primer trimestre de 2020, debido a que los responsables de las políticas públicas incrementaron la oferta monetaria para contrarrestar los efectos negativos de la COVID-19 sobre la actividad real. Si bien Ecuador, debido a su esquema de dolarización, no pudo llevar adelante una política monetaria expansiva, también mostró un comportamiento similar, lo que podría estar ligado al significativo financiamiento de organismos multilaterales que inyectó una mayor liquidez a las economías.

Figura 1: Evolución de la participación de las EMC respecto al PIB

En porcentaje, 2000-2021



Fuente: Banco Central del Ecuador, Banco Central de Chile, Banco de la República de Colombia, Banco Central de Reserva del Perú y Sistema de la Reserva Federal de Estados Unidos.

Si se tiene en cuenta el comportamiento de las EMC mencionado, y que los agregados monetarios –particularmente en lo referente a la oferta monetaria (M1) y la liquidez total (M2)– dependen de esta variable para su determinación, es posible concluir que tales agregados también reflejarían cambios de tendencia no acordes con la actividad económica. Lo

[3]Se utilizó el método X12-ARIMA para realizar un ajuste estacional a las series de tiempo.

anterior hace visible la necesidad de contar con una metodología alternativa para la estimación de las EMC, ya que permitiría, por un lado, conocer la cantidad de dinero en poder de los actores económicos y, por el otro, cuantificar con precisión los demás agregados monetarios.

Si bien la metodología de cálculo vigente parece cuantificar las EMC de manera congruente hasta 2014 (véase la figura 1), no sucede lo mismo a partir de 2015, fecha en que se evidencia un cambio drástico en el nivel de esta variable. Tampoco es posible asociar estas marcadas diferencias con los acontecimientos de los sectores real y monetario, puesto que Ecuador se ha visto inmerso en varios *shocks*, entre los que destacan procesos deflacionarios, contracción económica, deterioro de la calidad del empleo y una apreciación del dólar frente a las demás monedas. Estos sucesos podrían traducirse en una menor demanda de dinero por parte de los actores económicos y, por consiguiente, en una menor cantidad de las EMC en su poder. Sin embargo, en Ecuador la tendencia de esta variable con respecto al nivel de actividad económica ha sido creciente en el tiempo.

La estructura del presente trabajo incluye siete secciones. Después de la introducción, se realiza una revisión de la literatura existente respecto de la estimación de las EMC en economías dolarizadas o en países pertenecientes a uniones monetarias. La sección 3 presenta el modelo empleado para la estimación por medio del CPL, mientras que la sección 4 describe las fuentes de información y los datos utilizados. En la sección 5 se aborda el proceso metodológico para la estimación del CPL y los resultados del modelo se presentan en la sección 6. Finalmente, la sección 7 reúne las conclusiones y recomendaciones del presente estudio.

2. Revisión de la literatura

Hay muchos estudios sobre la manera de estimar las demandas de saldos reales de dinero y preferencias por liquidez en las economías con moneda propia como: Kessy (2011), Siddiki (2000), Rodríguez (2009), Orellana (1999). No obstante, las investigaciones son más bien escasas en relación con las economías dolarizadas o que forman parte de una unión monetaria. Para los países de América Latina que cumplen esta condición, el trabajo que destaca es el de Vera (2007) para el caso de Ecuador, descrito en la introducción.

Para el caso de El Salvador, Soto (2014) destaca la importancia sobre la gestión de especies monetarias por parte del Banco Central de Reserva de El Salvador, en particular a partir de la vigencia de la Ley de Integración Monetaria en 2001, la cual establece al dólar estadounidense como la moneda de curso legal. El principal objetivo del presente estudio fue, como se expresó, determinar las variables que influyen en la demanda de especies monetarias. A partir de modelos autorregresivos y de media móvil (ARMA), modelos multivariantes (como vectores autorregresivos [VAR]) y modelos de corrección de errores (VEC), con series diarias y mensuales, se buscó identificar las variables económicas que influyen en la demanda de especies monetarias y pronosticar la demanda de dólares en el corto plazo. Los resultados sugieren que las variables que influyen en el comportamiento de la demanda real de dinero son el crecimiento de la economía –medido a través del índice de volumen de actividad económica–, el índice de precios al consumidor, los depósitos y créditos de los bancos y las remesas de las familias.

Para el caso europeo, Dias (2019) propone una metodología para estimar el valor efectivo en circulación de euros para una muestra de 12 países. Dentro de dicho esquema, el autor plantea tres métodos distintos: i) la extrapolación de las monedas heredadas; ii) la estima-

ción indirecta del efectivo en circulación fuera de la zona euro por parte del Banco Central Europeo, y iii) una función de demanda de dinero estructural para cada país, en la cual se toma como referencia a un país de la Unión Europea que no pertenezca a la zona euro. La principal conclusión del estudio es que no existe un único método que garantice los resultados de las estimaciones y se sugiere una validación teórica y empírica de las metodologías empleadas.

Por su parte, Stix (2013) realizó un estudio con enfoque microeconométrico para determinar las razones por las cuales los hogares de los países más pobres del este y sur de Europa poseían una considerable parte de sus activos en dinero en efectivo (preferencia por la liquidez), y no como depósitos en bancos comerciales. Para este fin, se utilizaron datos provenientes de encuestas de hogares, con una muestra de 17.000 personas de diez países europeos. Los resultados sugieren que la preferencia por el efectivo dependía de la confianza en el sistema financiero y la seguridad de los depósitos.

Otra investigación, realizada por Kessy (2011), propuso explicar el alcance de la dolarización financiera en la República Unida de Tanzania y las posibles opciones de políticas para atenuar su efecto. Dentro de los principales resultados de este estudio, se encontró que las variables que determinan la decisión de los actores económicos para demandar el dólar estadounidense sobre la moneda nacional incluían los rendimientos esperados sobre los depósitos en moneda extranjera (basados únicamente en la condición de paridad de la tasa de interés, y no en la tasa esperada de depreciación de la moneda local y los diferenciales de tasas de interés) y la razón de flujos de moneda extranjera sobre el PIB.

3. El modelo

El modelo estado-espacio planteado para estimar el CPL se encuentra conformado por un conjunto de ecuaciones de medida (variables observables) y de transición (variables no observables), en donde el objetivo es extraer la tendencia y el ciclo del CPL que recibe la principal atención en el modelo econométrico. Sin embargo, al estar determinada en función de las especies monetarias en circulación, es también, por definición, no observable (latente), razón por la cual debe ser estimada con base en un conjunto de CPL obtenidos a partir de variables observables. De esta forma, el CPL que debe estimarse para obtener las EMC con frecuencia mensual, denotado c_{t_m}, se encuentra definido a través de componentes no observables de tendencia (τ_{t_m}) y ciclo (x_{t_m}), como se muestra a continuación:

$$c_{t_m} = \tau_{t_m} + x_{t_m}. \tag{1}$$

Las EMC estimadas en esta investigación se obtienen a partir de multiplicar el CPL en la ecuación (1) por la suma de los depósitos de ahorro y a la vista de las OSD, D_{t_m}, que son observables y se asumen medidos sin error en cada período. En la ecuación (1), el componente de tendencia del CPL, τ_{t_m}, es un proceso I(2), puesto que la tendencia tiene una raíz unitaria, así como también un *drift* que cambia en el tiempo (ver anexo D), y se representa por medio de la siguiente ecuación:

$$\tau_{t_m} = \mu_{t_m-1} + \tau_{t_m-1} + \eta_{t_m}, \qquad \tau_0 \sim N(\mu_0, \sigma_0^2), \qquad \eta_{t_m} \sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma_\eta^2). \tag{2}$$

El componente del *drift*, o medida de desplazamiento gradual de la tendencia, μ_{t_m-1}, tiene su propia ley de movimiento, reflejada en la siguiente ecuación:

$$\mu_{t_m} = \mu_{t_m-1} + \nu_{t_m}, \qquad \nu_{t_m} \sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma_\nu^2). \tag{3}$$

Por su parte, el componte cíclico seguirá un proceso autorregresivo de orden 2 que permite obtener el comportamiento necesario para modelar series de tiempo que fluctúen alrededor de una tendencia de forma cíclica, de la manera siguiente:

$$x_{t_m} = \phi_1 x_{t_m-1} + \phi_2 x_{t_m-2} + \varepsilon_{t_m}, \qquad \varepsilon_{t_m} \sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma_\varepsilon^2). \tag{4}$$

Estos componentes no observables (τ_{t_m} y x_{t_m}) son informados por cuatro variables observables: c_{1,t_m}, c_{2,t_q}, c_{3,t_q} y c_{4,t_m}, donde el subíndice (t) representa el tiempo, mientras que (m) y (q) determinan la frecuencia de las series y son mensuales y trimestrales, respectivamente. La primera variable informativa es $c_{1,tm}$, que es el CPL calculado como la razón entre las EMC actualmente estimadas por el BCE bajo la metodología de Vera (2007), denotado EMC_{1,t_m}, y D_{t_m}, con frecuencia mensual desde enero de 2000 hasta diciembre de 2021:

$$c_{1,t_m} = \frac{\text{EMC}_{1,t_m}}{D_{t_m}}. \tag{5}$$

La especificación para $c_{1,tm}$ aparece en la ecuación (6) y está estructurada por la tendencia del CPL (τ_{t_m}) y su ciclo (x_{t_m}), más una perturbación (u_{1,t_m}) que le permite a $c_{1,tm}$ desviarse de c_t, como se muestra a continuación:

$$c_{1,t_m} = \tau_{t_m} + x_{t_m} + u_{1,t_m}. \tag{6}$$

Se asume que el componente aleatorio sigue un proceso autorregresivo de orden 1, con una persistencia denominada ρ_1, cuya especificación es la siguiente:

$$u_{1,t_m} = \rho_1 u_{1,t_m-1} + e_{1,t_m}, \qquad e_{1,t_m} \sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma_{e_1}^2). \tag{6.1}$$

Particularmente, la varianza del error u_{1,t_m} es cero antes de 2015 y positiva después de ese período, de acuerdo con la información sobre la cointegración de las series que se detalla en el

modelo de demanda de dinero simple de la subsección 5.2. La segunda variable informativa, c_{2,t_q}, es el CPL que se obtiene luego de estimar las EMC a partir de una ecuación de demanda de saldos reales, $\widehat{L_2}(y_{t_q}, \pi_{t_q})$, en frecuencia trimestral. Esta demanda de saldos reales depende del valor agregado bruto (VAB) no petrolero[4], y_{t_q}, y de la tasa de inflación[5], π_{t_q}, como se indica a continuación:

$$c_{2,t_q} = \frac{\widehat{\text{EMC}}_{2,t_q}}{D_{t_q}}, \qquad \widehat{\text{EMC}}_{2,t_q} = P_{t_q}\widehat{L_2}(y_{t_q}, \pi_{t_q}), \tag{7}$$

donde P_{t_q} es el nivel de precios. Esta variable en frecuencia trimestral es el promedio de su contraparte mensual latente, c_{2,t_m}, de forma tal que el modelo estado-espacio tiene frecuencias mixtas, del siguiente modo:

$$c_{2,t_q} = \frac{1}{3}\left(c_{2,t_m} + c_{2,t_m-1} + c_{2,t_m-2}\right). \tag{8}$$

Al mismo tiempo, c_{2,t_m} está en función de la tendencia y el ciclo de c_t, a partir de la siguiente especificación:

$$c_{2,t_m} = \delta_2 + \alpha_2\tau_{t_m} + \beta_2 x_{t_m} + u_{2,t_m}, \tag{8.1}$$

donde el término de error u_{2,t_m} es un proceso AR(1) similar al de la ecuación (6.1). Los parámetros de la ecuación (8.1) tienen características particulares para poder obtener variabilidad en el coeficiente de preferencia de liquidez para $c_{2,tm}$. Es así que δ_2 es la desviación promedio en el nivel de $c_{2,tm}$ respecto a $c_{1,tm}$. También, α_2 permite que $c_{2,tm}$ reaccione de manera distinta a la tendencia del CPL latente dado por c_t y, finalmente, β_2 permitirá que esto ocurra con respecto al ciclo. De forma análoga, en la ecuación (9), la variable informativa,

[4]El VAB es la diferencia entre la producción y la demanda intermedia de la respectiva actividad económica y está conformado por todas las ramas de actividad, a excepción de la extracción y refinación de petróleo, así como de los servicios relacionados con la actividad petrolera.

[5]Se procede a determinar el índice promedio de cada trimestre y, luego, para obtener la inflación, la variación anual.

c_{3t_q}, es el CPL construido a partir de una demanda de saldos reales ampliada con frecuencia trimestral:

$$c_{3,t_q} = \frac{\widehat{\text{EMC}}_{3,t_q}}{D_{t_q}}, \qquad \widehat{\text{EMC}}_{3,t_q} = P_{t_q}\widehat{L_3}(y_{t_q}, \pi_{t_q}, Z_{3,t_q}), \tag{9}$$

donde Z_{3,t_q} contiene el tipo de cambio nominal con Perú y el flujo salidas de migrantes[6]. Tal como con c_{2,t_q}, esta variable en frecuencia trimestral es el promedio de su contraparte mensual latente, c_{3,t_m}, de forma tal que el modelo estado-espacio tiene frecuencias mixtas:

$$c_{3,t_q} = \frac{1}{3}\left(c_{3,t_m} + c_{3,t_m-1} + c_{3,t_m-2}\right). \tag{10}$$

Además, c_{3,t_m} está en función de la tendencia y el ciclo de c_t, a partir de la siguiente especificación:

$$c_{3,t_m} = \delta_3 + \alpha_3\tau_{t_m} + \beta_3 x_{t_m} + u_{3,t_m}, \tag{10.1}$$

donde el término de error u_{3,t_m} es un proceso AR(1) similar al de la ecuación (6.1). Análogamente, los parámetros de la ecuación (10.1) tienen características particulares con el objetivo de obtener variabilidad en el coeficiente de preferencia de liquidez para c_{3,t_m} con respecto a c_{t_m}. Es así que δ_3 es la desviación promedio en el nivel de c_{3,t_m} en relación a c_{1,t_m}. Además, α_3 permite que c_{3,t_m} reaccione de manera distinta a la tendencia del CPL latente y, finalmente, β_3 lo permite con respecto al ciclo.

Finalmente, en cuanto a la información que va a recibir el estado-espacio, la ecuación (11) incorpora información de los bancos privados, los que representan el mayor volumen de transacciones del sistema financiero. La variable c_{4,t_m} es una serie de tiempo que inicia en enero de 2015 y termina en diciembre de 2021, tiene frecuencia mensual y representa el

[6]Las variables adicionales a la ecuación de demanda de saldos reales tienen como objetivo recoger la presión sobre las EMC, más allá de los componentes convencionales.

CPL que se obtiene de las cifras de retiros de efectivo y saldos de cuentas de ahorros que informa la Superintendencia de Bancos del Ecuador. Esta variable también está en función de la tendencia y el ciclo del CPL que se pretende estimar:

$$c_{4,t_m} = \delta_4 + \alpha_4 \tau_{t_m} + \beta_4 x_{t_m} + u_{4,t_m}, \tag{11}$$

donde el término de error u_{4,t_m} es un proceso AR(1) similar al de la ecuación (6.1). De la misma forma, los parámetros de la ecuación (11) tienen el propósito de permitir variabilidad en el coeficiente de preferencia de liquidez para c_{4,t_m} con respecto a c_{t_m}. Es así que δ_4 es la desviación promedio en el nivel de c_{4,t_m} respecto a c_{1,t_m}. También, α_4 permite que c_{4,t_m} reaccione de manera distinta con respecto a la tendencia de c_{t_m} y, finalmente, β_4 lo permitirá con relación al ciclo.

4. Datos

Para abordar la propuesta metodológica se empleó información del BCE en lo correspondiente al VAB, los indicadores monetarios y el tipo de cambio con Perú. Los datos asociados a bancos privados (retiros de efectivo de cuentas de ahorro y saldos de cuentas de ahorro) se obtuvieron de la Superintendencia de Bancos del Ecuador. Finalmente, las series de inflación y el flujo de salida de migrantes fueron proporcionados por el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INEC). De acuerdo con la información disponible para cada variable, el período de análisis del presente estudio se extiende desde enero de 2000 hasta diciembre de 2021. En este sentido, y con base en la naturaleza de las series, como se detalló anteriormente, se combinaron datos de frecuencia mixta, al considerar series mensuales y trimestrales.

5. Estimación del coeficiente de preferencia por liquidez

El conjunto de relaciones dinámicas –tanto de medida como de transición– para la obtención del CPL se encuentra representado desde la ecuación (1) a la ecuación (11). Para esto se emplean métodos bayesianos, ya que se requiere estimar un número considerable de parámetros (22), lo que complejiza la tarea de obtenerlo a través de una estimación por medio de máxima verosimilitud. El modelo utiliza parámetros asociados a las distintas formas funcionales y permite incorporar su incertidumbre. Con el fin de obtener un conjunto de muestras aleatorias para la estimación de los coeficientes, se utiliza el muestreo de Gibbs[7]. El procedimiento de estimación contempla los siguientes pasos:

- se realiza la representación matricial del sistema de ecuaciones dinámicas (ver Anexo C), teniendo como referencia el modelo estado-espacio planteado en la sección 3;
- se alcanzan los estados simulados;
- se obtienen las muestras para los parámetros del modelo utilizando el esquema convencional para la distribución *posterior*, que parte de la distribución normal-gamma inversa; con los nuevos parámetros se recalculan los estados y, en función de la tendencia y el ciclo, se consigue el CPL estimado; y finalmente
- se obtienen las EMC a partir de la multiplicación del CPL y la suma de los depósitos de ahorro y a la vista.

[7]Asimismo, con el propósito de reunir un conjunto de muestras aleatorias que permita estimar los coeficientes y las variables latentes, el muestreo de Gibbs emplea simulaciones del suavizador de Durbin y Koopman (2002).

5.1. Distribución *prior* y *posterior*

En la Tabla 1 se muestran las medias y las varianzas de las distribuciones *prior* de los coeficientes asociados al modelo, los cuales parten inicialmente del criterio de experto. A continuación, se explican los parámetros utilizados para cada una de las diferentes distribuciones *prior*. En cuanto a los parámetros del ciclo ϕ_1 y ϕ_2, están alineados a la literatura relacionada con (Clark, 1987). De esta forma se garantiza la estacionariedad y se obtiene un comportamiento cíclico para x_{tm}. En relación a las varianzas de los parámetros del ciclo, cuyo valor es de $0,1^2$ respectivamente, permiten que las muestras de los parámetros ϕ_1 y ϕ_2 se concentren alrededor de la media y, de esa forma, no se generen fluctuaciones que afecten el comportamiento del ciclo.

Para los parámetros ρ_i, $i = 1, 2, 3, 4$, que representan la persistencia para todos los *shocks*, se asume un valor de 0,9, a lo que hay que agregar que tienen una convergencia lenta hacia su valor medio y que los CPL observados pueden desviarse de manera persistente de los valores implicados debido al CPL latente. En cuanto a los coeficientes δ_i, $i = 1, 2, 3, 4$, para cada una de las variables observables se muestra la desviación promedio en el nivel respecto al CPL c_{1,t_m}. Es así que δ_2 tiene un valor medio de -28,47, δ_3 de 4,66 y δ_4 de -32,24.

El parámetro α_i, $i = 1, 2, 3, 4$, permite que el CPL i reaccione de manera distinta a la tendencia, y su valor se encuentra centrado en 1; por lo que tendría una elasticidad de la misma proporción que la tendencia y, con el mismo criterio, el coeficiente β_i, $i = 1, 2, 3, 4$, lo realiza respecto al ciclo. Para las distribuciones de σ_i^2, $i = 1, 2, 3, 4$, el parámetro de forma ($a = 2$) permite que la varianza no esté definida (o sea infinita) y el parámetro b de escala

permite que la distribución esté centrada en la media *prior*.

Tabla 1: Estimaciones de los parámetros para el modelo

Parámetro	Distribución prior	Media dist. posterior	Desvest dist. posterior
ϕ_1	N(1,5;0, 1^2)	1,48	0,06
ϕ_2	N(-0,6;0, 1^2)	-0,55	0,07
ρ_1	N(0,9;0, 2^2)	0,97	0,10
δ_2	N(-28,47;10^2)	-16,99	6,31
α_2	N(1;2^2)	1,38	0,47
β_2	N(1;2^2)	0,21	0,14
ρ_2	N(0,9;0, 2^2)	0,59	0,15
δ_3	N(4,66;10^2)	-14,87	6,38
α_3	N(1;2^2)	1,40	0,48
β_3	N(1;2^2)	0,28	0,15
ρ_3	N(0,9;0, 2^2)	0,59	0,16
δ_4	N(-32,24;10^2)	-31,75	8,76
α_4	N(1;2^2)	1,66	0,58
β_4	N(1;2^2)	0,16	0,18
ρ_4	N(0,9;0, 2^2)	0,73	0,13
σ_η^2	GI(2;0, 05^2)	0,71	0,33
σ_ν^2	GI(2;0, 01^2)	0,0001	0,0001
σ_ξ^2	GI(2;3^2)	1,32	0,38
σ_1^2	GI(2;$5^2 * (1 - 0, 9^2)$)	1,67	0,24
σ_2^2	GI(2;$5^2 * (1 - 0, 9^2)$)	0,64	0,25
σ_3^2	GI(2;$5^2 * (1 - 0, 9^2)$)	0,59	0,23
σ_4^2	GI(2;$1^2 * (1 - 0, 9^2)$)	8,40	1,64

Fuente: Los Autores.
Nota: N representa la distribución normal y GI la distribución gamma inversa. Para N, el primer parámetro representa la media y el segundo la varianza, mientras que para GI, el primer coeficiente representa la forma (a) y el segundo la escala (b). La media de la distribución es $b/(a-1)$ y la varianza es $b^2/((a-1)^2(a-2))$

5.2. Estimación

Para la estimación del modelo estado-espacio se consideran las variables observables: $c_{1,tm}$, $c_{2,tq}$, $c_{3,tq}$ y $c_{4,tm}$. Particularmente, $c_{2,tq}$ y $c_{3,tq}$ tienen como punto de partida la estimación de las demandas de dinero simple y ampliada, para lo que se emplea el método de mínimos cuadrados completamente modificados (FMOLS, por sus siglas en inglés). Su cointegración fue previamente confirmada mediante la prueba de Phillips y Ouliaris (1990), para los conceptos teóricos sobre estacionariedad y cointegración (se sugiere ver anexo A). Los resultados empíricos se presentan en el anexo B.

Para definir los períodos de cointegración se utilizó un procedimiento recursivo y secuencial. Para la demanda de dinero simple (ecuación 7), el período de cointegración comprende desde el primer trimestre de 2000 hasta el cuarto trimestre de 2014. Entonces, a partir del primer trimestre de 2015, $\widehat{EMC}_{2,t_q}$, se presentan los valores pronosticados para las EMC asumiendo el horizonte de cointegración ya mencionado.

De igual manera, para $\widehat{EMC}_{3,t_q}$, a partir de la demanda de dinero ampliada (Ecuación 9), el período de cointegración comprende desde el primer trimestre de 2000 hasta el cuarto trimestre de 2019. Además, para aislar el efecto que podría tener el tipo de cambio con Perú y el flujo de salidas de migrantes sobre la demanda de EMC, se realiza un ajuste de los valores expresados, descontando el efecto de estas variables.

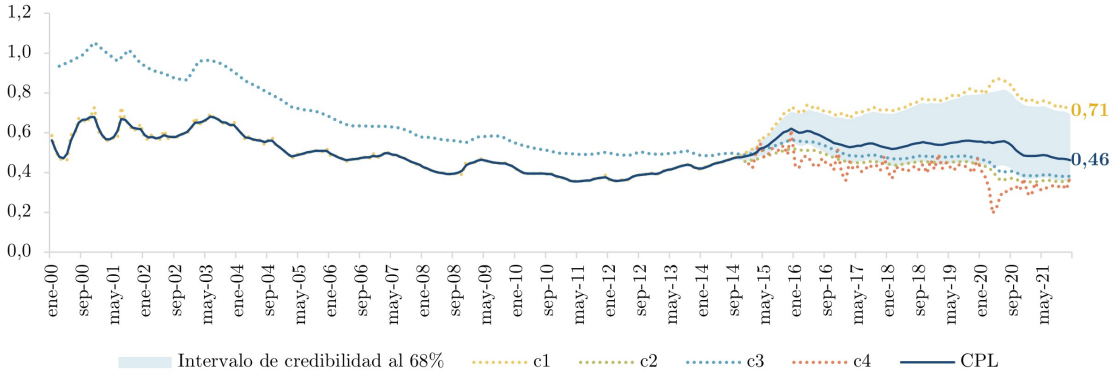
A fin de obtener la tendencia (τ) y el ciclo (x), se estima el modelo estado-espacio, que se encuentra conformado por 22 parámetros y 19 estados (ver anexo C). Para esto, se consideran 300.000 muestras de los parámetros y estados latentes, de las cuales se descartan 100.000 (*burn-in*). Además, se mantienen solamente las muestras que son múltiplo de 100 (*thinning*).

6. Resultados

Una vez obtenido el CPL y su intervalo de credibilidad al 68 %, en la figura 2, se identifica que el CPL estimado, cuyo resultado es la agregación de la tendencia (τ) y el ciclo (x), se encuentra por debajo de $c_{1,tm}$, que es la serie observable de las EMC calculadas con la metodología actual.

Figura 2: Estimación del coeficiente de preferencia de liquidez

Ratio, 2000-2021



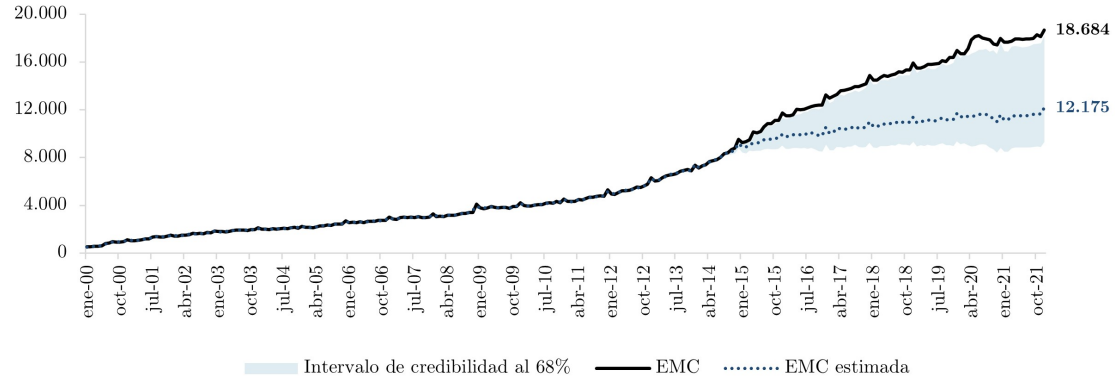
Fuente: Los Autores.

Nota: Las frecuencias de las series para los coeficientes de preferencia de liquidez son mensuales y trimestrales, y además tienen distintos horizontes temporales.

Se pueden obtener las EMC multiplicando el CPL estimado por la suma de los depósitos de ahorro y a la vista. En la figura 3 se presentan los resultados del modelo, que es posible comparar con las EMC informadas por el BCE. Se evidencia una diferencia significativa a partir del cuarto trimestre de 2014, ya que a fines de diciembre de ese año las EMC calculadas bajo la metodología utilizada representaron 1,04 veces la estimación propuesta, y, al finalizar el 2021, la razón fue de 1,53 veces.

Figura 3: Estimación de especies monetarias en circulación

En millones de USD, 2000-2021



Fuente: Banco Central del Ecuador, Autores.

Nota: La estimación realizada por medio del modelo estado-espacio bayesiano está representada por la línea punteada.

Los resultados de la metodología propuesta, a pesar de incorporar información que actualmente reporta el BCE, muestra una posible sobreestimación en el cálculo actual de las EMC. Las hipótesis que podrían explicar esta diferencia se presentan a continuación.

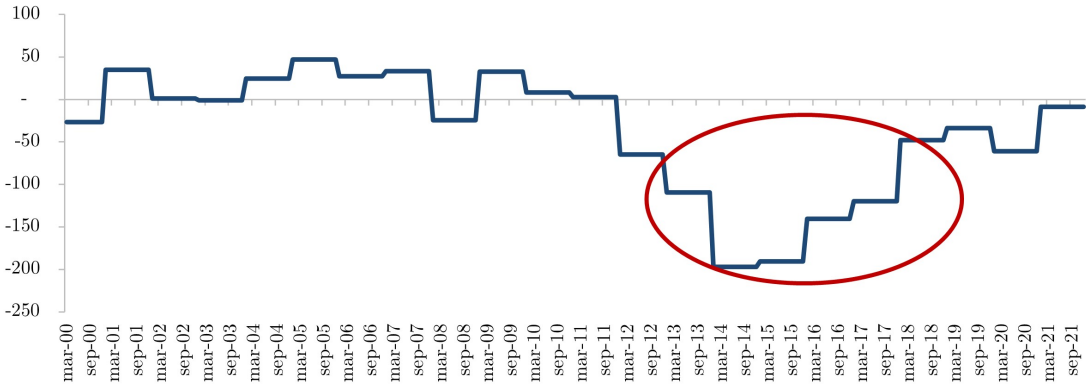
Las primeras conjeturas se orientan a los cambios en el impuesto a la salida de divisas (ISD) sobre las transacciones y transferencias realizadas desde Ecuador hacia otros países. Desde 2008 se han introducido varios cambios en el ISD, incluidas diferentes tasas impositivas y exenciones sobre transacciones en efectivo y con tarjeta de crédito en el extranjero. Estos cambios podrían haber influido sustancialmente en la salida de dólares de la economía ecuatoriana y, por lo tanto, distorsionado el cálculo de las EMC. En efecto, este impuesto pasó del 2 % en 2007 al 5 % en 2011[8].

Esto condujo a que los retiros en bóvedas del BCE aumentaran a partir de 2011 (figura 4), lo que se reflejó en una contribución al crecimiento de las EMC. El incremento del ISD pudo haber incentivado a que las personas utilicen preferentemente el efectivo y disminuyan sus consumos con tarjeta de crédito en el exterior para evitar pagar el importe correspondiente a esta obligación impositiva.

[8]Mediante el Decreto Ejecutivo n.° 298, del 22 de diciembre de 2021, se fijó el ISD en 4 %. Sin embargo, a partir del Decreto Ejecutivo n.° 643, del 10 de enero de 2023, se resolvió que dicha alícuota alcance una tasa del 2 % al finalizar el 2023.

Figura 4: Evolución del promedio mensual neto en bóvedas del BCE

En millones de USD, 2000-2021



Fuente: Banco Central del Ecuador.

Nota: El promedio mensual neto corresponde a la sumatoria de la diferencia mensual entre los depósitos y los retiros en bóvedas del BCE, dividido por 12.

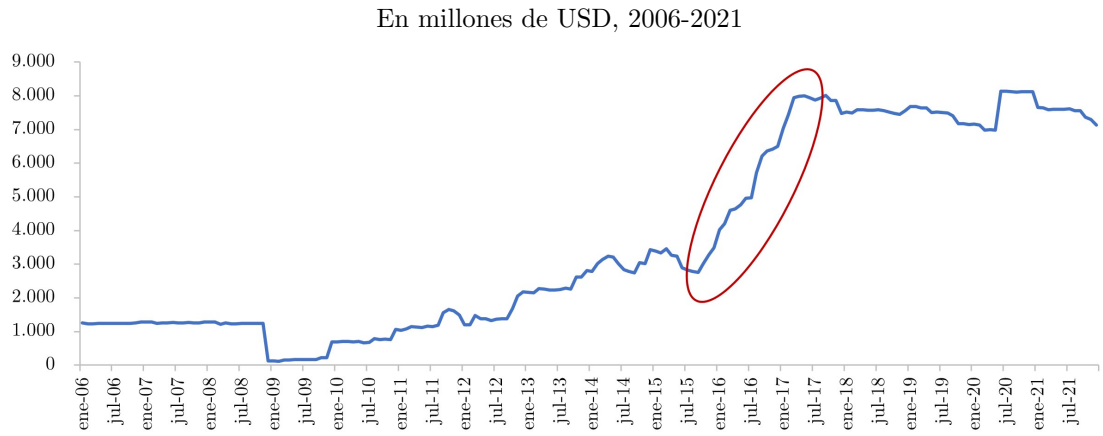
Por otro lado, la introducción de la salvaguardia de balanza de pagos entre 2015 y 2017[9] coincidió con un período de notable apreciación del dólar estadounidense con respecto a las monedas nacionales de Colombia y Perú. Esto, además, fomentó las compras transfronterizas de productos. Dado que parte de dichas compras podían pagarse en efectivo, este fenómeno bien podría sumarse al posible incentivo para utilizar efectivo con el propósito de evitar el cumplimiento del ISD.

Además, a partir de la desaceleración económica evidenciada en el año 2015 a causa de la caída de los precios del petróleo, el gobierno central tuvo que recurrir a nuevos mecanismos para financiar el gasto público a través de líneas de crédito interno por medio de operaciones con el BCE. En línea con el Código Orgánico Monetario y Financiero (COMF) vigente a esa fecha, en marzo del 2015 se aprobó el programa de inversión de excedentes de liquidez,

[9]Con un déficit en la balanza de pagos registrado en el cuarto trimestre de 2014, se aplicó nuevamente una salvaguardia de balanza de pagos en marzo de 2015 (en este caso, a más de 2.900 productos, y a 10 dígitos de la NANDINA), principalmente de bienes de consumo, que consistía en sobretasas arancelarias del 5 %, 15 %, 25 % y 45 %, según se tratase de consumo final, materias primas o bienes de capital. Si bien esta medida inicialmente tendría una vigencia de solamente un año, luego del terremoto de abril de 2016 se decidió extenderla hasta mayo de 2017, mes en el que fue interrumpida.

que facultaba a la institución a adquirir títulos emitidos por el gobierno central y realizar inversiones en la banca pública.

Figura 5: Evolución del saldo de las inversiones del BCE: gobierno central y sistema financiero público



Fuente: Banco Central del Ecuador.

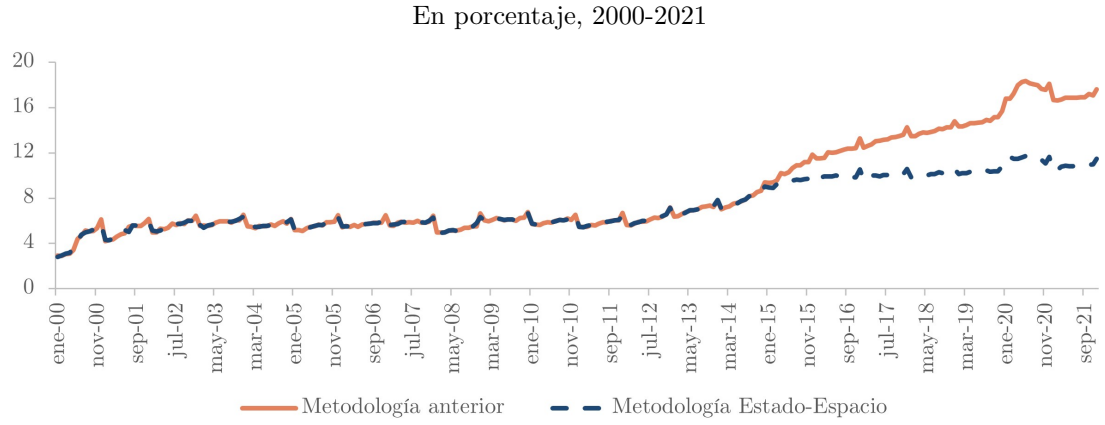
Sin embargo, el financiamiento al gobierno central y al sistema financiero público rompió el equilibrio entre los sectores externo, fiscal y monetario, ya que sin haber expandido la base de dólares reales a través del sector externo y sin que, por medio de la dinámica productiva, se haya producido una acumulación en el nivel de las reservas internacionales (RI), se terminó financiando al sector fiscal careciendo del correspondiente respaldo en reservas.

Específicamente, la figura 5 muestra que, entre diciembre de 2014 y diciembre de 2016, el total de la inversión efectuada por el BCE en el gobierno central y el sistema financiero público correspondiente al financiamiento fiscal y cuasifiscal se incrementó de forma significativa, alcanzando una cifra cercana a los US$6.500 millones. Este grupo de operaciones se enmarca dentro de la expansión del balance del BCE, puesto que incrementó el saldo de los depósitos para el sector público financiero y no financiero. Este mecanismo dirigido a proporcionar liquidez al gobierno central para el cumplimiento de sus obligaciones posteriormente se tradujo en líneas de crédito para las entidades financieras y, finalmente, en un mayor nivel

de circulación para las especies monetarias en la economía.

La corrección de las EMC a partir del modelo estimado en este trabajo es más adecuada cuando se la compara con el nivel de actividad económica (PIB). En la figura 6 se evidencia que los resultados obtenidos son similares a los informados por el BCE hasta febrero de 2015. Sin embargo, a partir de esa fecha se confirmaría la sobreestimación ya que se observa un cambio en la tendencia. A diciembre de 2021, la nueva propuesta metodológica obtiene como resultado que las EMC estimadas respecto al PIB nominal son 6,1 puntos porcentuales menores en comparación con la metodología vigente.

Figura 6: Participación de las especies monetarias en circulación respecto al PIB



Fuente: Banco Central del Ecuador.

7. Conclusiones y recomendaciones

Este trabajo de investigación puede servir como material de referencia para las estimaciones de especies monetarias en circulación en aquellas economías que mantienen un régimen monetario de dolarización o se hayan incorporado a uniones monetarias.

A través de la construcción de un modelo estado-espacio se pudo obtener el CPL por medio de una descomposición de variables no observables (tendencia y ciclo). El CPL fue obtenido a través de datos de las estadísticas del BCE, la estimación de las funciones de demanda de dinero (mediante técnicas de cointegración con cambio estructural) y la razón de retiros sobre los saldos de cuentas de ahorro de los bancos privados.

Los resultados evidencian una adecuada cuantificación de las EMC al mostrar un comportamiento similar a lo informado por el BCE hasta el año 2014. Sin embargo, a partir de 2015 se advierte una sobreestimación del cálculo de las EMC bajo la metodología actual.

En relación con estos resultados, las principales recomendaciones que pueden efectuarse incluyen la ampliación del horizonte temporal de análisis para confirmar los hallazgos sobre los períodos de cointegración; la realización de una encuesta de hogares para conocer con mayor detalle la preferencia de efectivo en combinación con variables sociodemográficas, y la puesta en marcha de un programa de marcado de billetes para cuantificar la circulación del papel moneda en la economía ecuatoriana.

Bibliografía

Anchuelo, A. (1993). Series integradas y cointegradas: Una introducción. *Revista de Economía Aplicada*, *1*.

Andino, T. (2021). La demanda de dinero: una exposición de sus principales determinantes. *Journal Business Science - ISSN: 2737-615X*, *2*.

Carrera, C. (2016). Demanda de dinero a largo plazo en los países de américa latina: un enfoque de datos de panel no estacionarios. *Monetaria*, *38*.

Clark, P. K. (1987). The Cyclical Component of U. S. Economic Activity. *The Quarterly Journal of Economics*, *102*(4), 797-814. https://doi.org/10.2307/1884282

Dias, A. C. (2019). Estimating a country's currency circulation within a monetary union. En B. f. I. Settlements (Ed.), *Are post-crisis statistical initiatives completed?* (Vol. 49). Bank for International Settlements.

Durbin, J., & Koopman, S. J. (2002). A simple and efficient simulation smoother for state space time series analysis. *Biometrika*, *89*(3), 603-616.

Erráez, J. P. (2019). Las Especies Monetarias en Circulación en el Ecuador. *Publicación Propia*, *1*(1), 1-7.

Hernandez, M., & Pasada, C. (2006). La demanda por dinero en Colombia: un poco más de evidencia en el período reciente. *Perfil de Coyuntura Económica*.

Kessy, P. (2011). Dollarization in Tanzania: Empirical evidence and cross-country experience. *IGC Working Paper, 11/0251*.

Lafuente, D. (1995). *Una ecuación de demanda de dinero para Ecuador* (inf. téc.). Banco Central del Ecuador.

Maddala, G. S., & Kim, I.-M. (1999). *Unit Roots, Cointegration, and Structural Change*. Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511751974

Noriega, A. E., Ramos-Francia, M., & Rodríguez-Pérez, C. A. (2011). Demanda por dinero en México (1986-2010). *El Trimestre Económico*, *78*. https://doi.org/10.20430/ete.v78i312.47

Orellana, W. (1999). Estimación del circulante y el multiplicador monetario en dólares. *Revista de Analisis*, *2*.

Phillips, P. C. B., & Ouliaris, S. (1990). Asymptotic properties of residual based tests for cointegration. *Econometrica*, *58*(1), 165-193.

Rodríguez, I. (2009). *Co-circulación de monedas en el Uruguay* (inf. téc.). Universidad de la República. UR. FCEA.

Siddiki, J. U. (2000). Demand for money in Bangladesh: a cointegration analysis. *Applied Economics*, *32*(15), 1977-1984. https://doi.org/10.1080/00036840050155904

Soto, P. (2014). Determinantes de la demanda de especies monetarias US dólares en El Salvador. *Documentos de Trabajo - Banco Central de la Reserva de El Salvador*.

Stix, H. (2013). Why do people save in cash? distrust, memories of banking crises, weak institutions and dollarization. *Journal of Banking and Finance*, *37*. https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2013.07.015

Vera, W. (2007). Medición del circulante en dolarización: Ecuador 2000-2007. *Cuestiones Económicas*, *23*.

Vera, W., & De la Torre, C. (2018). El dinero de alto poder en una economía dolarizada. *Cuestiones Económicas*, *28*(2).

Anexos

A. Teoría sobre estacionaridad y cointegración

Es importante mencionar que gran parte del trabajo empírico de las series temporales descansa sobre el supuesto de estacionaridad para las variables observadas[1]. Para ello, se considera que una variable Y_t es estacionaria si y sólo si sus primeros y segundos momentos son invariantes en el tiempo.

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t \tag{A.1}$$

$$E\left(Y_t\right) = \mu < \infty$$

$$VAR\left(Y_t\right) = \gamma < \infty$$

$$Corr\left(Y_t, Y_t{-}j\right) = \rho_j = \frac{COV(Y_t, Y_t{-}j)}{\sqrt{VAR\left(Y_t, Y_t{-}j\right)}}$$

En las ecuaciones anteriores se encuentra implícito el concepto de estacionaridad, en el que los procesos no tienen memoria; en otras palabras, la media, la varianza y las covarianzas son finitas y no cambian en el tiempo, por lo que fluctúan alrededor de su promedio y sobre un espacio de varianza fijo. Estas características, deseables en una serie de tiempo, se pueden lograr con la diferenciación. Adicionalmente, cuando las variables presentan una raíz unitaria –es decir, son "no estacionarias"– y se procede a realizar una regresión lineal entre ellas, los resultados obtenidos son espurios, a menos que las variables se encuentren cointegradas. Este tema fue tratado por Granger y Newbold en 1974[2], quienes fueron los primeros en evidenciar el problema cuando sostuvieron que, dado que gran parte de las series temporales mantienen tendencias similares, al implementar modelos de regresión lineal se obtiene como resultado un

[1]Maddala, G. S. and Kim, I.-M. (1999). Unit Roots, Cointegration, and Structural Change.

[2]Granger, C. and Newbold, P. (1974). Spurious regressions in econometrics. Journal of Econometrics, 2(2):111–120

coeficiente de determinación cercano a 1, estadísticos de significancia alta para los parámetros estimados y un estadístico de Durbin-Watson cercano a 0. Las series integradas son casos particulares de las series no estacionarias. Por lo tanto, una serie Y_t es integrada de orden d, cuando es necesario diferenciarla d veces para convertirla en estacionaria. En ese sentido, se puede decir que $Y_{it} \sim (d)$ es integrada de orden d. Por su parte, la cointegración se define como una combinación lineal de variables integradas del mismo orden, que mantienen una relación estable a largo plazo, por lo que: siendo $Y_t = [Y_{1t}, Y_{2t}...Y_{nt}]'$ un vector de series de tiempo de tamaño N, este se encuentra cointegrado de orden d si se cumplen las siguientes dos condiciones:

I) $Y_{it} \sim (d)$ para cada $i = 1...n$

II) Existe un vector mayor a 0 ($\exists\ \beta_{nx1} > 0$), tal que al realizar una combinación lineal con el vector Y_t, de forma que $\beta_{nx1} * Y_t' \sim I\,(d - b)$; $b > 0$.

La idea que se encuentra detrás de la definición formal de cointegración es que a pesar de existir series no estacionarias se puede realizar una combinación lineal entre ellas para encontrar un vector estacionario. Considerando la simplificación del problema a través de un caso bivariado $Y_t = (Z_t, X_t)$, y utilizando la econometría clásica, se procede a realizar una regresión lineal entre ambas variables y se obtiene:

$$Z_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t \tag{A.2}$$

donde ε_t es ruido blanco, independiente e idénticamente distribuido, con media cero y varianza constante:

$$\varepsilon_t \sim N\left(0, \sigma^2\right) \tag{A.3}$$

Por lo tanto y dado que Z_t y X_t tienen el mismo orden de integración, se puede proceder con la estimación del modelo y probar la existencia de una raíz unitaria para la combinación lineal de ambas variables.

$$Z_t - \alpha - \beta X_t = \varepsilon_t \tag{A.4}$$

Cuando la combinación lineal de las variables Z_t y X_t son estacionarias, se encuentra que las series cointegran y, por consiguiente, guardan una relación estable de largo plazo. Este concepto se aplica sobre la ecuación de demanda real de dinero simple y ampliada para Ecuador, puesto que encontrar una relación de cointegración garantiza una estimación econométrica en niveles para las especies monetarias en circulación (EMC).

B. Ecuación de demanda de saldos reales

A continuación, las ecuaciones de demanda real de dinero planteadas por la teoría monetaria pueden ser estimadas cuando las series se encuentran cointegradas. En el ámbito de las series temporales, las aplicaciones econométricas empíricas se enfrentan a la dificultad de perder el supuesto principal de disponer de una muestra aleatoria, independiente e idénticamente distribuida. Además, para obtener parámetros consistentes, eficientes y sin sesgos, es necesario que la cantidad de datos se incremente considerablemente y alcance el límite de tender a infinito. Dadas las limitaciones de tamaño de muestra que se presentan en los datos de la economía de Ecuador, esta investigación emplea técnicas bayesianas que, además de permitir superar las limitaciones de datos, consideran la posibilidad de que los parámetros a estimar sean variantes en el tiempo. Se parte de una ecuación de demanda de saldos reales ampliada para Ecuador, por medio de la siguiente función:

$$LM_t = \alpha + \beta Y_t + \tau \pi_t + \delta i_t + \rho f_t + \sigma tc_t + \mu_t \tag{B.5}$$

La ecuación B.5, relaciona la demanda real de dinero (LM_t) con el ingreso real (Y_t), el costo de oportunidad del dinero: tasa de interés (i_t) o inflación (π_t), el tipo de cambio nominal (tc_t) y el flujo migratorio (f_t)[3] más el término de error (μ_t). Esta relación funcional se enmarca en la teoría monetaria clásica, pero con importantes modificaciones: excluye los retornos sobre activos financieros e incluye los flujos de migrantes y el tipo de cambio, dado que estos presionan sobre los movimientos de dinero físico de la economía dolarizada de Ecuador. Además, al tratarse de una relación funcional estable a largo plazo, se estima mediante mínimos cuadrados ordinarios (MCO). Para el caso de Ecuador, se dispone de trabajos empíricos previos a la dolarización, dado que en ese período el Banco Central del Ecuador (BCE) mantenía el control sobre la base monetaria. Algunos de estos trabajos se presentan en la Tabla 2[4], donde se observa que la principal variable explicativa empleada fue el producto interno bruto (PIB) o valor agregado bruto (VAB) no petrolero, que presenta una relación positiva con las diversas variables dependientes (demanda real de dinero, emisión monetaria y saldos reales). Por su parte, el costo de oportunidad del dinero, medido a través de la inflación o el índice de precios al consumidor, mantiene una relación negativa con la variable dependiente. La presente investigación busca obtener una demanda real de dinero bajo un sistema monetario fijo extremo (dolarización). Para esto se emplean datos mensuales del período 2000-2021 correspondientes a las EMC reportadas por el BCE (en valores reales), mientras que, como variables explicativas, se encuentran el VAB no petrolero y la tasa de inflación. Para el modelo ampliado se agrega el tipo de cambio con Perú y el flujo de migrantes. Los modelos, de periodicidad trimestral, fueron estimados a partir de mínimos cuadrados completamente modificados (FMOLS, por sus siglas en inglés). Para probar la cointegración de las variables incorporadas en el modelo se utilizó la prueba de Phillips-Ouliaris. Los resultados se presentan en la Tabla 3 y en ambos casos se rechaza la hipótesis nula de que las series no se encuentran cointegradas.

[3]Se considera los flujos de entradas y salidas por los pasos legales de Quito, Guayaquil, Tulcán y Huaquillas (no se consideran los flujos informales)

[4]Lafuente, D. (1995). Una ecuación de demanda de dinero para ecuador. Informe Técnico no.12, Banco Central del Ecuador.

Tabla 2: Modelos de demanda de dinero para Ecuador

	Morillo (1993)	García (1992)	Pérez (1981)	Infante (1991)
Variable dependiente				
Demanda de dinero real: LM	X			
Emisión monetaria: LM		X		
Saldos reales de M1: M1/P			X	
Variables independientes				X
Demanda de dinero rezago 1 período (LM1)	-0,213			
Producto interno bruto (PIB)	1,228		0,2397	
VAB no petrolero (VNPET)		1,10087		0,79
Inflación (INF)	-0,541	-0,002165	-34,67	
Inflación rezagada un período (INF1)	0,122			
Índice de precios al consumidor (IPC)				-0,35
Grado de restricción crediticia (CR2)			-7.071,3	
Tendencia (t)				0,05
R2	0,616	0,86	0,991	0,806
DW	1,974	2,07	2,21	1,82

Elaboración: Autores.

Fuente: Lafuente (1995).

Tabla 3: Ecuaciones de cointegración para la demanda de dinero para Ecuador

Hipótesis nula: Las series no están cointegradas	Estadístico τ	valor prob.
Modelo demanda de dinero simple Variables EMC, PIB no petrolero, Inflación	-3,9	0,048
Modelo demanda de dinero ampliada Variables EMC, PIB no petrolero, Inflación, TC Perú, flujo de migrantes	-5,4	0,006

Fuente: Autores.

La Tabla 4 presenta los resultados de los modelos estimados referentes a la demanda de dinero. El primer modelo (demanda de dinero simple) se estima con datos hasta el cuarto trimestre de 2014 (período de tiempo en el que las series cointegran) y considera, como variable dependiente, el logaritmo de las EMC, y, como variables explicativas, el logaritmo del VAB no petrolero y la inflación. Por su parte, para el segundo modelo (demanda de dinero ampliada) se utiliza la muestra hasta el tercer trimestre de 2019 (período de cointegración de las series) y se añade el logaritmo del tipo de cambio de Perú y del flujo migratorio a la especificación inicial. Los coeficientes de ambos modelos tienen los signos esperados, son

estadísticamente significativos y guardan similitud con los obtenidos para trabajos previos a la dolarización en Ecuador.

Tabla 4: Ecuaciones de demanda de dinero para Ecuador

	Modelo (1)	Modelo (2)
Variable dependiente		
Especies monetarias en circulación:	X	X
Variables explicativas		
Producto interno bruto no petrolero (PIB no petrolero)	1,71	1,30
Inflación (INF)	-0,21	-0,0093
Tipo de cambio con Perú		1,52
Número de personas que salen del país		0,08
R2	0,98	0,99

Fuente: Autores.

Estos resultados son consistentes con los obtenidos para países que mantienen su propia moneda. Por ejemplo, Carrera (2016)[5], estima los coeficientes de la función de demanda de dinero de largo plazo en América Latina a partir de FMOLS en una muestra de 15 países. Sus resultados muestran que la elasticidad promedio de la demanda de dinero respecto al ingreso es de 0,94 y la semielasticidad promedio respecto a la tasa de interés es de -0,01. Lo anterior es consistente con la teoría económica, la cual establece una relación positiva entre la demanda de dinero y el ingreso, y una relación inversa con las tasas de interés.

Asimismo (Noriega, 2011)[6], estiman la función de demanda para M1 en México a partir de información trimestral para el período comprendido entre 1986 y 2010. Sus resultados evidencian una relación estable en el corto y largo plazo entre los saldos reales, el ingreso y las tasas de interés.

[5]Carrera, C. (2016). Demanda de dinero a largo plazo en los países de américa latina: un enfoque de datos de panel no estacionarios. Monetaria, XXXVIII.

[6]Noriega, A. E., Ramos-Francia, M., and Rodríguez-Pérez, C. A. (2011). Demanda por dinero en México (1986-2010). El Trimestre Economico, 78.

Finalmente, (Hernandez y Pasada, 2006)[7] estiman la demanda de saldos reales de dinero en Colombia para el período 1994-2006, advirtiéndose un crecimiento significativo de esta variable, el mismo que mantuvo un ritmo similar al de la oferta monetaria; esto condujo a una desaceleración de la inflación. Además, estos hallazgos también muestran una elasticidad de la demanda de dinero respecto del ingreso, los precios y la tasa de interés de 1,10, 1,16 y -0,17, respectivamente.

[7]Hernandez, M. and Pasada, C. (2006). La demanda por dinero en Colombia: un poco más de evidencia en el período reciente. Perfil de Coyuntura Economica.

C. Representación matricial

Una vez definidos los parámetros a estimarse (que surgen de las ecuaciones de medida y de transición de la representación dinámica del modelo estado-espacio), se establecen las matrices que permiten interrelacionar las variables observables y no observables. La matriz A_0 hace posible representar los parámetros contemporáneos (latente que depende de otra latente). En este caso, c_{2,t_m} y c_{3,t_m} dependen de sus parámetros persistentes en el tiempo (constante, tendencia y ciclo):

$$A_0 = \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\delta_2 & -\alpha_2 & 0 & -\beta_2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\delta_3 & -\alpha_3 & 0 & -\beta_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}_{19*19}$$

La matriz A tiene la característica de relacionar dos componentes: en el primero permite asociar las variables de estado con sus parámetros (A_1 y A_2) y, en el segundo, a los cambios contemporáneos en la tendencia, el ciclo y la constante (A_0). La matriz A se calcula como el siguiente producto:

$$A = A_0^{-1} * A_1$$

y en caso de persistencia de ρ_1

$$A = A_0^{-1} * A_2$$

Las matrices A_1 y A_2 muestran los parámetros a estimarse respecto de los coeficientes asociados al proceso autorregresivo del ciclo (x), el *drift* (μ) y las correlaciones con las perturbaciones rezagadas que cambian en el tiempo con respecto a c_{1,t_m}, c_{2,t_m}, c_{3,t_m} y c_{4,t_m}[8]:

[8]Esto se realiza para recoger solamente el efecto de la cointegración hasta el tercer trimestre de 2014.

$$A_1 = \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -\phi_1 & -\phi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_3 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_3 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_4 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{bmatrix}_{19*19}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -\phi_1 & -\phi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_3 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_3 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_4 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{bmatrix}_{19*19}$$

La matriz B_1 representa las perturbaciones asociadas a los estados:

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_\eta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\nu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{19*7}$$

Además, considera la interacción contemporánea que surge de A_0 y B_1, a partir de la siguiente relación:

$$B = A_0^{-1} * B_1$$

Por su parte, la matriz C representa las interacciones de las variables observadas c_{1,t_m}, c_{2,t_q}, c_{3,t_q} y c_{4,t_m}, con las variables de estado en las ecuaciones de medida. Estas se asocian con las perturbaciones que cambian en el tiempo al igual que la matriz A; en particular, con relación al parámetro ρ_1. Para esto se consideran las siguientes matrices:

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \delta_4 & \alpha_4 & 0 & \beta_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_4 \end{bmatrix}_{4*19}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \rho_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \delta_4 & \alpha_4 & 0 & \beta_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_4 \end{bmatrix}_{4*19}$$

Por lo que la matriz C tomaría los siguientes valores:

$$C = C_1 \text{ y en caso de persistencia de } \rho_1,\ C = C_2$$

La matriz D representa las perturbaciones de las ecuaciones de medida y viene dada por:

$$D = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \sigma_4 \end{bmatrix}_{4*2}$$

Además, es necesaria una especificación inicial para los estados, la cual se define por:

$[1\ \tau_{t_m}\ \mu_{t_m}\ x_{t_m}\ x_{t_m-1}\ u_{1,t_m}\ u_{1,t_m-1}\ c_{2,t_m}\ c_{2,t_m-1}\ c_{2,t_m-2}\ u_{2,t_m}\ u_{2,t_m-1}\ c_{3,t_m}\ c_{3,t_m-1}\ c_{3,t_m-2}\ u_{3,t_m}\ u_{3,t_m-1}\ u_{4,t_m}\ u_{4,t_m-1}]$ Sus medias y covarianzas están expresadas en las siguientes matrices: Medias de los estados $= \begin{bmatrix} 1 & 58,6 & 0,01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 45 & 45 & 45 & 0 & 0 & 93 & 93 & 93 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$\text{Cov. estados} = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0,15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5
\end{bmatrix}_{19*19}$$

Adicionalmente, los estados tienen una caracterización específica, la cual se presenta en la Tabla 5:

Tabla 5: Caracterización de estados

Estado/tipo	Estacionario	Constante	No estacionario
1		x	
τ_{t_m}			x
μ_{t_m}			x
x_{t_m}	x		
x_{t_m-1}	x		
u_{1,t_m}	x		
u_{1,t_m-1}	x		
c_{2,t_m}			x
c_{2,t_m-1}			x
c_{2,t_m-2}			x
u_{2,t_m}	x		
u_{2,t_m-1}	x		
c_{3,t_m}			x
c_{3,t_m-1}			x
c_{3,t_m-2}			x
u_{3,t_m}	x		
u_{3,t_m-1}	x		
u_{4,t_m}	x		
u_{4,t_m-1}	x		

Elaboración: Autores.

D. Distribución *posterior* μ_0 y τ_0

La ecuación de transición asociada al *drift* inicial μ_0 no posee parámetros. Sin embargo, requiere una distribución inicial que estaría dada por las siguientes ecuaciones:

$$\text{Media de } \mu_0 = 0{,}01; \text{ Varianza de } \mu_0 = \frac{1}{0{,}15^2}$$

De manera análoga, el valor inicial de la tendencia tiene los siguientes parámetros que definen su distribución:

$$\text{Media de } \tau_0 = 58,6 - \mu_0; \text{ Varianza de } \tau_0 = 1$$

Para obtener las distribuciones *posterior* de los coeficientes y de los estados μ_0 y τ_0 se parte de la regresión lineal:

$$Y_t = X_t' * \delta + \epsilon_t \text{ donde } \epsilon_t \sim i.i.d.\ N(0, \sigma_\epsilon^2),\ t = 1, 2, ..., T$$

Se emplearon distribuciones normales para los parámetros distintos a las varianzas y distribuciones gamma inversa para los parámetros de las varianzas. Los momentos de las distribuciones se describen en la siguiente tabla: Donde a_p y b_p representan los parámetros de forma

Tabla 6: Distribuciones utilizadas

Distribución	Momento 1	Momento 2
Normal	Media: $\sigma_p * (\sigma_{0p}^{-1} * \mu_{0p} + X_t' * Y_t/\sigma_{0p}^2)$	Varianza: $(\sigma_{0p}^{-1} + X_t' * X_t/\sigma_{0p}^2)^{-1}$
Gamma	Forma: $a_p + tam_{vp}$	Escala: $b_p + \xi' * \xi$

Elaboración: Autores.

y escala, respectivamente, tam_{vp} el tamaño asociado a la variable inherente a la distribución de la varianza analizada y ξ el error calculado de la regresión de las variables inherentes a la distribución de la varianza analizada. En el caso de las distribuciones gamma, las varianzas iniciales se actualizan mediante la siguiente ecuación:

$$\sigma_p = 1/valor \text{ gamma aleatorio}$$

donde el valor gamma aleatorio sigue una distribución G(a recalculado, $1/b$ recalculado)