



Universität Hamburg

Philipp Pohl

*Einfluss der Balanced-Scorecard-
Werteparameter auf den
Unternehmenswert in einem
Regressionsmodell am Beispiel
der Versicherungsbranche*

Working Papers on Risk and Insurance
Hamburg University

No 23
February 2008

Philipp Pohl¹

**Einfluss der Balanced-Scorecard-Werteparameter auf den
Unternehmenswert in einem Regressionsmodell am Beispiel der
Versicherungsbranche**

No 23

February 2008

ISSN 1617-8653

¹ Philipp Pohl, Universität Hamburg, Institut für Versicherungsbetriebslehre, Von-Melle-Park 5, 20146 Hamburg, Tel.: +49 40 428385503, Fax: +49 40 428385505, Email: philippohl@web.de.

Philipp Pohl

Einfluss der Balanced-Scorecard-Werteparameter auf den Unternehmenswert in einem Regressionsmodell am Beispiel der Versicherungsbranche

Abstract

In dieser Arbeit wird ein Regressionsmodell vorgestellt, das den Einfluss der Balanced-Scorecard-Werteparameter auf den Unternehmenswert schätzt. Dadurch wird es möglich, die Bedeutung der unterschiedlichen Wertstellhebel für den wirtschaftlichen Erfolg des Unternehmens exakt zu quantifizieren und im Sinne der wertorientierten Steuerung optimal zu managen. Das verwendete Modell wird dabei allgemeingültig theoretisch fundiert und empirisch an die Daten eines Versicherungsunternehmens angepasst. Der Einfluss der den Unternehmenswert bestimmenden Werteparameter wird mittels einer Maximum-Likelihood-Schätzung berechnet. Die Bedeutung der einzelnen Werteparameter wird auf Basis ihrer statistischen Signifikanz beurteilt. Dabei werden sowohl klassische als auch verallgemeinerte lineare Regressionsmodelle verwendet. Als Ergebnis kann das Management des Unternehmens die entscheidenden Werteparameter der Balanced Scorecard erkennen und das Unternehmen gezielt nach diesen Wertstellhebeln steuern.

Abstract

In this paper we analyse the importance of the balanced scorecard parameters for the company value. Thus the relevance of the balanced scorecard parameters for the economic success of the company can be accurately quantified. Furthermore optimal value based management rules can be derived. The regression model is thereby defined for companies of any industry sector and then applied for a company of the insurance sector. The importance of the balanced scorecard parameters is estimated using the maximum likelihood method. The parameters are analysed with respect to their statistical significance. Classical and generalized linear regression models are applied. As the result the management can identify the most relevant parameters of the balanced scorecard and manage the company on the basis of these value drivers.

1. Einleitung

Im Rahmen der wertorientierten Steuerung nimmt die Balanced Scorecard² eine Schlüsselrolle ein. Sie übersetzt die abstrakten Parameter der Unternehmenswertermittlung in steuerbare operative Größen. Damit wird das theoretische Ziel „Maximierung des Unternehmenswerts“ mit praktischen Handlungsfeldern im Unternehmen verknüpft. Konkret bedeutet dies, dass abstrakte Strategien mit messbaren Maßnahmen und Aktionen hinterlegt werden, finanzielle Ziele mit nicht finanziellen Zielen in Beziehung gesetzt werden und strategische Planungen operationalisiert werden. Dabei wird das Unternehmen aus unterschiedlichen Perspektiven betrachtet. Die Unternehmensstrategie wird in stringenter Vorgehensweise mittels der Balanced Scorecard operationalisiert.³ Dafür werden aus der Strategie Unternehmensziele abgeleitet, die sich den Perspektiven Finanzen, Markt / Kunde, Prozesse / Systeme und Mitarbeiter zuordnen lassen.⁴ Diese Unternehmensziele bilden die Basis der Balanced Scorecard und werden durch klar messbare Erfolgskriterien hinterlegt.⁵ Die Balanced Scorecard implementiert somit die wertorientierte Steuerung im Unternehmen.⁶

² Zur Einführung und Erläuterung der Balanced Scorecard vgl. *Kaplan, R. / Norton, D. (1997)*, S. 7-19. Das Konzept der Balanced Scorecard sowie deren Funktion zur Unternehmenssteuerung werden hier umfassend dargestellt.

³ Das Vorgehen zur Operationalisierung der Unternehmensstrategie wird in *Kaplan, R. / Norton, D. (1996)*, S. 55-64 ausführlich vorgestellt. Es wird ein Verfahren erläutert, bei dem die Werteparameter der Balanced Scorecard aus der Unternehmensstrategie abgeleitet werden. Dabei werden die Werteparameter auf Basis eines qualitativen Ursache-Wirkungs-Verhältnisses mit dem Unternehmenswert verknüpft. Darüber hinaus kann für diese Strategieumsetzung der Analytic Hierarchy Process, vgl. *Searcy, W. (2004)*, S. 1-10, gewählt werden. Dabei werden die Werteparameter der Balanced Scorecard dadurch festgelegt, dass das Management des Unternehmens Schätzungen hinsichtlich der strategischen Relevanz einzelner Parameter vornimmt.

⁴ Eine detaillierte Darstellung der einzelnen Perspektiven findet sich in *Kaplan, R. / Norton, D. (2005)*, S. 173-180. Die verschiedenen Perspektiven werden ausführlich erläutert und mit messbaren Erfolgskriterien hinterlegt.

⁵ *Kaplan, R. / Norton, D. (2001a)*, S. 87-104 und *Kaplan, R. / Norton, D. (2001b)*, S. 147-160 erläutern die Rolle der Balanced Scorecard von der Performance-Messung hin zum strategischen Management. Dabei wird die Balanced Scorecard dazu verwendet, aus der Messung finanzieller Erfolgskennzahlen strategische Managemententscheidungen abzuleiten.

⁶ Zur Anwendung und zum Erfolg der Balanced Scorecard siehe *Hendricks, K. / Menor L. / Wiedman, C. (2004)*, S. 1-7 sowie *Barden, P. (2004)*, S. 4. Die Autoren führen eine Untersuchung zum Einsatz der Balanced Scorecard in verschiedenen Unternehmen differenziert nach Unternehmensgröße und Geschäftsstrategie durch und machen Aussagen zum Mehrwert der Balanced Scorecard.

Die bisherigen Veröffentlichungen stellen überwiegend qualitative Beziehungen zwischen den Werteparametern der Balanced Scorecard und dem Unternehmenswert auf.^{7, 8} Im Folgenden soll ein Regressionsmodell entwickelt und angepasst werden, mit dem Ziel, das Ursache-Wirkungsverhältnis zwischen den wertbestimmenden Parametern der Balanced Scorecard und dem für die wertorientierte Steuerung entscheidenden Unternehmenswert quantitativ zu bestimmen. Dabei kann sowohl der Einfluss eines jeden Parameters auf den Wert des Unternehmens analysiert werden als auch eine vorliegende Parameterkonstellation zur Wertprognose verwendet werden. Es werden also die für die wertorientierte Steuerung benötigten betriebswirtschaftlichen Werteparameter mittels eines mathematisch exakten Modells beschrieben. Damit ist es möglich, die Bedeutung der einzelnen Parameter zu verstehen und sie für den wirtschaftlichen Erfolg des Unternehmens entsprechend zu gewichten und managen.⁹

Dazu betrachten wir zunächst in einem allgemeingültigen Rahmen Unternehmen beliebiger Branche: Wir wollen zuerst die Balanced Scorecard hinsichtlich ihrer Funktion und Einsatzmöglichkeit erläutern. Danach soll das theoretische Modell motiviert und entwickelt werden. Die theoretischen Grundlagen, auf denen das Modell basieren soll, werden dabei die Taylorentwicklung der Wertefunktion und das lineare statistische Modell sein. Für die Anwendung des theoretischen Modells betrachten wir daraufhin speziell Versicherungsunternehmen: Hier wollen wir eingangs die Modellvariablen diskutieren. Einerseits werden dies der Unternehmenswert als Beobachtungsvariable und andererseits die

⁷ Eine qualitative Analyse hinsichtlich des Einflusses der Balanced-Scorecard-Werteparameter auf den Unternehmenswert für Unternehmen beliebiger Branche findet sich in *Kaplan, R. / Norton, D. (1996), S. 66-67, Kaplan, R. / Norton, D. (1997), S.28-29, Kaplan, R. / Norton, D. (2000), S.88 und Fletcher, H. / Smith, D. (2004), S. 1-7.* Diese qualitative Beziehung der Balanced-Scorecard-Werteparameter und des Unternehmenswerts speziell für Versicherungsunternehmen wird in *Kaplan, R. / Norton, D. (1996), S. 74, Romeike, F. (2003), S. 61-65 und S. 123 sowie Pohl, P. (2005), S. 16-17* diskutiert. Alle diese Ansätze stellen ein qualitatives Ursache-Wirkungs-Verhältnis zwischen den Parametern der Balanced Scorecard und dem Unternehmenswert auf. Die Führung des Unternehmens im Sinne der wertorientierten Steuerung, also nach der Zielsetzung „Maximierung des Unternehmenswerts“, wird somit dadurch konkretisiert, dass die entscheidenden Werteparameter der Balanced Scorecard optimal gemanaged werden müssen. Der quantitative Einfluss dieser Werteparameter auf den Unternehmenswert, d.h. eine Analyse zur zahlenmäßigen Bedeutung und statistischen Signifikanz der Parameter, wird in den vorhandenen Ansätzen nicht diskutiert. Nur so ist es jedoch möglich, ein genaues Verständnis hinsichtlich der Relevanz eines jeden Werteparameters der Balanced Scorecard für den wirtschaftlichen Erfolg des Unternehmens zu erzielen sowie die geschäftskritischen Parameter als solche zu erkennen und optimal zu managen.

⁸ *Weisner, G. (2003), S. 129-207* stellt einen interessanten quantitativen Ansatz vor, indem er die Werteparameter der Balanced Scorecard mit dem Unternehmenswert in einem kausalanalytischen Modell verknüpft. Dieses Verfahren erfordert jedoch zur Modellanpassung eine hinreichend große Datenmenge, die in der Praxis nur schwer zu erheben ist.

⁹ Wir betrachten hier die Balanced Scorecard zur Operationalisierung der Unternehmensstrategie. Es ist darüber hinaus möglich, die Balanced Scorecard für ausgewählte Fragestellungen des Projektmanagements, vgl. *Norrie, J. / Walke, D. (2004)*, oder der IT-Performance-Messung, vgl. *Steward, R. / Mohammed, S. (2001)*, zu verwenden.

Werteparameter der Balanced Scorecard eines Versicherungsunternehmens als Regressoren sein. Bei der empirischen Anwendung des Modells soll auf die Maximum-Likelihood-Schätzung des Parametervektors eingegangen und die Modellanpassung beurteilt werden. Weiter werden quader- und ellipsenförmige Konfidenzintervalle hergeleitet und Tests bezüglich linearer Hypothesen durchgeführt. Danach wollen wir den Modellrahmen erweitern, indem wir verallgemeinerte lineare Modelle betrachten. Bei diesem allgemeinen Ansatz lösen wir uns von der Normalverteilungsannahme der Beobachtungsvariable sowie dem linearen Zusammenhang zwischen Beobachtungsvariable und Regressoren. Es soll untersucht werden, ob sich durch diese Modellerweiterungen die statistische Signifikanz der Regressoren verändert. Schließlich folgt ein Ausblick auf weitere Möglichkeiten der Modellanwendung.¹⁰

2. Die Balanced Scorecard

Das Konzept der Balanced Scorecard wurde grundsätzlich für die unternehmerische Praxis entwickelt. Repräsentative Studien kommen zu dem Ergebnis, dass die Balanced Scorecard von der Mehrheit der großen internationalen Unternehmen eingesetzt wird.¹¹ Der Grund dafür ist, dass die Unternehmen durch den Einsatz der Balanced Scorecard zielorientiert gemanaged und somit alle Aktivitäten auf die Steigerung der Profitabilität und des Unternehmenswertes ausgerichtet werden können.¹²

Zur Steuerung einer Organisation ist es dabei erforderlich, dass aus der Strategie klar formulierte messbare Steuerungsgrößen abgeleitet werden und diese – in den erfolgsbestimmenden Perspektiven ausbalanciert – dem Management, aber auch den Mitarbeitern die Richtung weisen.¹³ Genau diese Funktion erfüllt die Balanced Scorecard, da sie auf Basis der Unternehmensstrategie klar formulierte Ziele vorgibt und diese mit messbaren Kennzahlen hinterlegt, die den Zielerreichungsgrad widerspiegeln. Die Strategie wird also mittels kontrollierbarer Zielvorgaben im Unternehmen operationalisiert. Dabei werden die Ziele in einem ausgewogenen Verhältnis – also in den erfolgsbestimmenden

¹⁰ Es ist wichtig zu erkennen, dass das theoretisch entwickelte Modell in einem allgemeingültigen Rahmen für Unternehmen beliebiger Branche gilt. Die empirische Anwendung des Modells erfolgte aus Gründen der Datenverfügbarkeit für ein Unternehmen der Versicherungsbranche.

¹¹ Vgl. dazu zum Beispiel *Hendricks, K. / Menor L. / Wiedman, C.* (2004), S. 1-2.

¹² *Barden, P.* (2004), S. 4.

¹³ *Kaplan, R. / Norton, D.* (1997), S. V.

Perspektiven ausbalanciert – für die Bereiche Finanzen, Markt / Kunde, Prozesse / Systeme und Mitarbeiter vorgegeben. Die Balanced Scorecard wird bei diesem Prozess für die unterschiedlichen Hierarchieebenen des Unternehmens erarbeitet. Es existieren also Balanced Scorecards auf Unternehmens-, Bereichs-, Abteilungs- und eventuell Projektebene. Dabei ist es entscheidend, dass die Balanced Scorecard der untergeordneten Ebene stringent aus der Balanced Scorecard der übergeordneten Ebene abgeleitet wird. Nur auf diese Weise erhält man eine logisch konsistente Struktur im Hinblick auf die Strategieoperationalisierung über die einzelnen Ebenen im Unternehmen. Damit ist gewährleistet, dass alle Personen der unterschiedlichen Hierarchieebenen, also vom Top-Management bis zum Sachbearbeiter, ihre Zielvorgaben aus der jeweiligen Ebene der Balanced Scorecard ableiten können. Auf diese Weise ist sichergestellt, dass sich die Aufgaben jedes Mitarbeiters konsistent aus der Unternehmensstrategie definieren.

Umgekehrt sollte jede Kennzahl der Balanced Scorecard Teil einer Ursache-Wirkungs-Beziehung sein, die sich auf ein strategisches finanzwirtschaftliches Ziel erstreckt.¹⁴ Dabei eignet sich als ein solches strategisches Ziel insbesondere die Wertsteigerung bzw. der Unternehmenswert.¹⁵ Auf diese Weise werden nur diejenigen Kennzahlen in die Balanced Scorecard aufgenommen, die ursächlich für eine positive Entwicklung des Unternehmenswerts sind. Die Kennzahlen der Balanced Scorecard werden also zu Werteparametern der wertorientierten Steuerung.

Insgesamt ist damit die Balanced Scorecard nicht nur eine Sammlung von isolierten, zusammenhangslosen oder sogar gegensätzlichen Zielen, sondern vielmehr ein Managementinstrument, das die Unternehmensstrategie in konsequenter Weise über messbare Ziele auf die Perspektiven Finanzen, Markt / Kunde, Prozesse / Systeme und Mitarbeiter über die unterschiedlichen Hierarchieebenen logisch konsistent herunterbricht und schließlich die definierten Kennzahlen auf Basis einer Ursache-Wirkungs-Beziehung zur Steigerung des Unternehmenswerts verdichtet. Die Balanced Scorecard verknüpft also die Unternehmensstrategie mit dem Unternehmenswert.

Darüber hinaus ermöglicht die konsequente Implementierung der Balanced Scorecard aufgrund ihrer Ursache-Wirkungs-Beziehungen und ihrer Verbindung zur wertorientierten

¹⁴ Kaplan, R. / Norton, D. (1997), S. 60.

¹⁵ Kaplan, R. / Norton, D. (1997), S. 145.

Steuerung einen strategischen Lernprozess: Dem Management des Unternehmens steht ein kausales Analysemodell zur Verfügung, das den Einfluss von Zielen und Kennzahlen in den Perspektiven Finanzen, Markt / Kunde, Prozesse / Systeme und Mitarbeiter auf den Unternehmenswert misst. Mittels des Balanced Scorecard ist es also möglich, die Unternehmensstrategie so anzupassen, dass sie nachhaltig den Unternehmenswert maximiert.

Nun stellt sich natürlich die Frage, wie die für den Unternehmenswert entscheidenden Werteparameter der Balanced Scorecard gefunden werden können. Dabei werden oft Verfahren genannt, die auf einer Einschätzung des Managements hinsichtlich der strategischen Relevanz und Bedeutung für den Unternehmenswert der möglichen Werteparameter aufbauen.¹⁶ Bei diesem Vorgehen besteht jedoch die Gefahr, dass genau diejenigen Parameter als entscheidend genannt werden, deren positive Entwicklung bzw. Zielerreichung der Befragte für sehr wahrscheinlich hält. Diese Verzerrung wird insbesondere dann groß sein, wenn wie üblich die Zielerreichung mit einer entsprechenden Bonifikation verbunden ist. Es bedarf also eines Verfahrens, das nach objektiven Kriterien den Einfluss der Balanced-Scorecard-Parameter auf den Unternehmenswert misst und diejenigen Werteparameter identifiziert, die im Hinblick auf eine Ursache-Wirkungs-Beziehung signifikant für eine Steigerung des Unternehmenswerts sind. Ein solches Verfahren soll im Folgenden vorgestellt werden.

3. Entwicklung des theoretischen Modells

Wir wollen nun den Unternehmenswert als Funktion der Balanced-Scorecard-Werteparameter analysieren. Es sei also

$$UW_i = f(WP_i^1, \dots, WP_i^s),$$

wobei UW_i : Unternehmenswert zur Zeit i und

WP_i^1, \dots, WP_i^s : Werteparameter der Balanced-Scorecard zur Zeit i .

Die Unternehmenswerte zur Zeit i sind im Allgemeinen nicht stochastisch unabhängig, da sie auf denselben zukünftigen Gewinnen basieren. Gehen wir dagegen zu den Differenzen

¹⁶ Vgl. zum Beispiel *Searcy, W.* (2004), S. 1-10.

$\Delta UW_i = UW_i - UW_{i-1}$ über, so können wir für diese die stochastische Unabhängigkeit voraussetzen, da sie auf den in plausibler Weise als unabhängig angenommenen Veränderungen der zukünftigen Gewinne basieren.¹⁷ Zur weiteren Diskussion der stochastischen Unabhängigkeit sei auf Abschnitt 5.2 verwiesen. Weiter wollen wir annehmen, dass die ΔUW_i normalverteilt sind. Man kann diese Normalverteilung theoretisch fundieren, da gezeigt werden kann, dass bei einer Entwicklung der wertbestimmenden Parameter gemäß eines stochastischen Prozesses der Wert eines einzelnen Vertrags approximativ bzw. exakt normalverteilt ist.¹⁸ Dem entsprechend ist der Unternehmenswert als Summe der Einzelverträge normalverteilt und damit auch die Differenz von zwei zeitlich verschiedenen Unternehmenswerten.

Als wesentliche Voraussetzung wollen wir im Folgenden lineare Funktionen f betrachten. Nach der Taylor-Entwicklung für Funktionen mehrerer Veränderlicher gilt

$$\begin{aligned} & UW_i(WP_i^1, \dots, WP_i^s) - UW_{i-1}(WP_{i-1}^1, \dots, WP_{i-1}^s) \\ &= \underbrace{f_{WP^1}(WP_{i-1}^1, \dots, WP_{i-1}^s)}_{=\theta_1} \underbrace{[WP_i^1 - WP_{i-1}^1]}_{=\Delta WP_i^1} + \dots + \underbrace{f_{WP^s}(WP_{i-1}^1, \dots, WP_{i-1}^s)}_{=\theta_s} \underbrace{[WP_i^s - WP_{i-1}^s]}_{=\Delta WP_i^s} \end{aligned}$$

Man beachte, dass aufgrund der vorausgesetzten Linearität die partiellen Ableitungen von f nicht mehr von den Werteparametern abhängen und somit die obige Festlegung eindeutig ist. Wir haben nun eine Darstellung gefunden, um die Koeffizienten $\theta_1, \dots, \theta_s$ mittels des klassischen linearen statistischen Modells schätzen zu können. Dazu sei das klassische lineare statistische Modell wie folgt gegeben:

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11} & \cdots & \cdots & x_{1s} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & \cdots & \cdots & x_{ns} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}, \quad (1)$$

¹⁷ Dies ist dadurch begründet, dass die zukünftigen Gewinne auf Basis einer Modellierung mit Markovprozessen hergeleitet werden können. Die Markoveigenschaft besagt dabei, dass der Gewinn zur Zeit t nur vom Gewinn zur Zeit $t-1$ abhängt, dass also die Differenzen der Gewinne gerade stochastisch unabhängig sind. Eine detaillierte Ausführung ist in *Nell, M. / Pohl, P. (2006), S. 533-558* nachzulesen.

¹⁸ Die ausführliche Herleitung dieser Aussage findet sich in *Nell, M. / Pohl, P. (2006), S. 533-558*.

wobei $Y = (Y_1, \dots, Y_n)^T$: ein bekannter Zufallsvektor,
 $X = (x_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq s}$: eine bekannte $(n \times s)$ -Matrix,
 $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_s)^T$ ein unbekannter Parametervektor und
 $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)^T$ ein unbekannter normalverteilter Zufallsvektor mit $E(\varepsilon) = 0$
 und $\text{Cov}(\varepsilon) = \sigma^2 I_n$.

Dabei entsprechen den unabhängigen Beobachtungen Y_i die ΔUW_i und den Regressoren x_{ij} die ΔWP_i^j . Der Parametervektor θ ist entsprechend der Vektor der ersten Ableitungen der Funktion f . Die Ergebnisse haben schließlich die folgende Form: Eine Veränderung des Werteparameters j um ΔWP^j hat ceteris paribus eine Veränderung des Unternehmenswerts von $\theta_j \Delta WP^j$ zur Folge. Bei vorliegender Parameterkonstellation $(\Delta WP^1, \dots, \Delta WP^s)$ wäre die Schätzung für die Veränderung des Unternehmenswerts $\hat{Y} = \theta_1 \Delta WP^1 + \dots + \theta_s \Delta WP^s$.

4. Modelldesign

Nachdem das theoretische Modell allgemeingültig für Unternehmen beliebiger Branche formuliert wurde, soll nun für die empirische Anwendung des Modells im Folgenden speziell ein Lebensversicherungsunternehmen¹⁹ betrachtet werden. Wir wollen dabei die Modellvariablen, also den Beobachtungsvektor und die Designmatrix, näher betrachten und aufzeigen, welche Überlegungen beim Design des linearen Modells wesentlich waren. Die Modellanpassung wird dann auf Basis aktueller Geschäftszahlen eines großen Lebensversicherungsunternehmens vorgenommen.

4.1. Der Beobachtungsvektor als Veränderung des Unternehmenswerts

Als Wert eines Lebensversicherungsunternehmens kann der Embedded Value verwendet werden. Dieser gibt den Wert aller im Bestand befindlichen Verträge an. Neugeschäftsjahrgänge werden nicht modelliert. Damit liegt dieser Wert im Allgemeinen

¹⁹ Es handelt sich hier um ein Lebensversicherungsunternehmen aus dem europäischen Markt. Aus Gründen der Vertraulichkeit soll es nicht genannt werden.

unter dem tatsächlichen Unternehmenswert. Der Vorteil dieser Wertermittlung ist jedoch die im Vergleich zur Prognose einzelner Neugeschäftsjahrgänge bessere Kenntnis des Versicherungsbestands. In der Lebensversicherungsbranche wird die wertorientierte Steuerung überwiegend auf Grundlage des Embedded Value durchgeführt.

Bei der Embedded-Value-Berechnung werden die zukünftigen Cashflows aus dem Versicherungsbestand modelliert, diskontiert und aufsummiert. Dabei ergeben sich diese Cashflows insbesondere dadurch, dass die Rechnungsgrundlagen erster Ordnung von denen zweiter Ordnung im positiven Sinne abweichen.²⁰ Darüber hinaus wird das zum Betreiben des Versicherungsgeschäfts benötigte Eigenkapital in Form von Eigenkapitalkosten mit berücksichtigt. Als Beobachtungsgröße wollen wir im Folgenden die Veränderung des Embedded Value im Zeitablauf betrachten.

4.2. Die Regressoren als Veränderungen der Balanced-Scorecard-Werteparameter

Der Wahl der Regressoren im linearen statistischen Modell ist von entscheidender Bedeutung. Einerseits sollte die Anzahl der Regressoren möglichst klein gehalten werden, um die für die Wertentwicklung des Unternehmens wesentlichen Einflussgrößen zu identifizieren und somit ein Management der entscheidenden Werteparameter zu ermöglichen. Andererseits sollte die Menge der Regressoren auch hinreichend für eine gute Modellanpassung sein. Zusätzlich sollte eine geringe Multikollinearität^{21, 22} der einzelnen Regressoren beachtet werden. Vor diesem Hintergrund haben sich die Regressoren Cashflow, Prämienzahlung, Stornoquote, Nettoverzinsung, Verwaltungskostenquote und Solvabilitätsquote unter vielen weiteren Regressoren als geeignet erwiesen und sollen im Folgenden weiter betrachtet werden.²³

²⁰ Die Rechnungsgrundlagen erster Ordnung werden bei der Kalkulation der Versicherungsprodukte verwendet. Dagegen beschreiben die Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung die im tatsächlichen Geschäftsverlauf erzielten Größen. Rechnungsgrundlagen werden insbesondere für die Nettoverzinsung, die Kosten und das Sterblichkeitsrisiko angesetzt.

²¹ Zur Messung der Multikollinearität wird der variance inflation factor (vif) verwendet. Dabei deuten vif-Werte von größer zehn auf Multikollinearität hin, vgl. *Lambuske, K.* (2005), S. 85-89 oder *Schmid, C.* (2000), S. 9-16. Die vorliegenden Daten weisen vif-Werte von deutlich kleiner zehn auf.

²² Aus ökonomischer Sicht ist es ebenfalls wichtig, eine zu starke Multikollinearität auszuschließen, da sonst die Veränderung eines Regressors oder einer Kombination von Regressoren aufgrund der linearen Abhängigkeit zu einer Veränderung eines weiteren Regressors führen würde. Damit würde man verzerrte Schätzungen hinsichtlich des Einflusses dieser Regressoren auf den Unternehmenswert erhalten.

²³ *Kaplan, R. / Norton, D.* (1996), S. 73-77 und *Isom, G.* (1996), S. 170 erläutern eine Balanced Scorecard, die von einem Versicherungsunternehmen beim Wechsel von einem Generalisten zu einem Spezialisten verwendet wurde. Die hier verwendeten Werteparameter der Balanced Scorecard können als Basis für eine Regressorenauswahl dienen.

Es ist wichtig zu beachten, dass die Werteparameter der Balanced Scorecard immer die aktuelle Situation des Unternehmens beschreiben. Der Wert des Unternehmens leitet sich aber grundsätzlich aus der zukünftigen Entwicklung der Parameter und damit des Unternehmens ab. Die Aufgabe des Regressionsmodells ist es also, diese Verbindung herzustellen, das bedeutet, die Prognose der zukünftigen Entwicklung auf Basis aktueller Daten zu schätzen. Diese Situation sei für alle folgenden Erläuterungen stets vorausgesetzt.

Cashflow

Der Cashflow ist das Ergebnis des gesamten unternehmerischen Handelns und ist von daher ein wichtiger Indikator für den Wert des Unternehmens. Der Cashflow geht zusätzlich in entscheidender Weise in die Wertermittlung ein, da sich der Wert insbesondere aus den diskontierten und aufsummierten Cashflows ergibt.

Prämienzahlung

Die Prämien bilden das Verhältnis des Unternehmens zu seinen Kunden ab. Sie geben Auskunft über die Stellung des Unternehmens in seinen verschiedenen Märkten. Im Rahmen der wertorientierten Steuerung bilden sie gewissermaßen die Basis, auf der ein Geschäftserfolg erzielt werden kann. Dieser Geschäftserfolg resultiert bei einem Lebensversicherungsunternehmen daraus, dass dieses in der Lage ist, in seinem unternehmerischen Handeln die tarifierten Rechnungsgrundlagen erster Ordnung hinsichtlich Nettoverzinsung, Kostenquoten und Sterblichkeit im positiven Sinne zu übertreffen. Dabei kann das Management auf die Nettoverzinsung und die Kostenquoten mehr Einfluss nehmen als auf die Sterblichkeit.

Stornoquote

In Verbindung mit der Prämienzahlung bildet die Stornoquote die Basis für einen möglichen unternehmerischen Erfolg. Auch sie gibt Auskunft über die Kundenbeziehungen und Kundenzufriedenheit. Sie ist mitverantwortlich für die zeitliche Entwicklung der Prämienbasis. Wichtig ist es zu erkennen, dass Prämienzahlung und Stornoquote grundsätzlich nicht per se den Wert des Unternehmens bestimmen, sondern eine

Einnahmequelle der Gelder darstellen, die im Unternehmen Gewinn bringend gemanaged werden müssen.²⁴ Zu dieser Aussage vergleiche man die Testergebnisse in Abschnitt 5.4.

Nettoverzinsung

Gemäß der Kontributionsformel stellt die Nettoverzinsung eine entscheidende Komponente zur Überschusserwirtschaftung und damit des Unternehmenswerts dar. Durch eine hohe Nettoverzinsung zweiter Ordnung, die entscheidend über der tarifierten Nettoverzinsung erster Ordnung liegt, werden die Gelder der Kunden überschusswirksam angelegt. Dabei fließt den Aktionären ein Teil dieses Überschusses zu und geht damit direkt in den Unternehmenswert ein, der andere Teil steht den Kunden zu und stellt somit ein wichtiges Differenzierungsmerkmal der Unternehmen im Wettbewerb um Kunden und damit für die Prämiengenerierung dar.

Verwaltungskostenquote

Wie die Nettoverzinsung ist auch die Verwaltungskostenquote Bestandteil der Kontributionsformel und geht von daher direkt in die Wertermittlung ein.²⁵ Auch hier erzielt das Unternehmen dadurch Überschüsse, dass die Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung von denen erster Ordnung positiv abweichen. Dies geschieht in der Regel durch umfangreiche Kostensenkungsprojekte, die vom Management initiiert und im Unternehmen operativ umgesetzt werden. Auch die Verwaltungskostenquote stellt ein wichtiges Differenzierungsmerkmal im Markt dar. Die Abschlusskostenquote wird nicht als Regressor mit aufgenommen, da der Embedded Value keine Neugeschäftsjahrgänge bewertet und somit unabhängig von den realisierten Abschlusskosten ist.

Solvabilitätsquote

In der Solvabilitätsquote kommt das Verhältnis der tatsächlich vorhandenen zu den gesetzlich vorgeschriebenen Eigenmittel zum Ausdruck. In den tatsächlich vorhandenen Eigenmitteln sind insbesondere die stillen Reserven enthalten, die in Zukunft realisiert werden können und

²⁴ In der klassischen Kontributionsformel werden die Überschussquellen Zins, Kosten und Sterblichkeit verwendet. Die Kontributionsformel stellt dabei den Gewinn eines Versicherungsunternehmens als Summe der Gewinne aus den genannten Überschussquellen dar. In der Praxis ergeben sich jedoch auch aus dem vorzeitigen Storno Über- bzw. Unterschüsse. Man kann entweder davon ausgehen, dass die Unterschüsse durch Storno in frühen Versicherungsjahren mit den Überschüssen durch Storno in späten Versicherungsjahren im Mittel übereinstimmen und so kein direkter wertbestimmender Einfluss vorhanden ist. Oder man erkennt eine zeitliche Tendenz der Stornozeitpunkte, die dann als direkt wertbestimmend modelliert werden.

²⁵ Aufgrund der geringen Relevanz hinsichtlich des Unternehmenswerts wird darauf verzichtet, die Sterblichkeit als zusätzlichen Regressor mit in das Modell aufzunehmen

somit zu einer Erhöhung der Nettoverzinsung und damit des Überschusses führen. Damit ergibt sich ein direkter Einfluss auf den Unternehmenswert.

5. Empirische Anwendung des Modells

Nun soll das theoretisch entwickelte Modell anhand realer Datensätze eines großen Lebensversicherungsunternehmens empirisch angewandt werden. Dabei werden wir die Parameter des Modells mittels der Maximum-Likelihood-Schätzung ermitteln, Aussagen zur Anpassung des Modells machen, quader- und ellipsenförmige Konfidenzbereiche herleiten und schließlich Tests hinsichtlich der Koeffizienten zu einem gegebenen Signifikanzniveau durchführen.

5.1. Parameterschätzung

Als Ergebnis der Parameterschätzung im linearen statistischen Modell auf Basis der Maximum-Likelihood-Methode erhält man in geschlossener Matrixschreibweise

$$\hat{\theta} = (X^T X)^{-1} X^T y,$$

wobei X: Designmatrix und

y: Realisierung des Beobachtungsvektors.

Für die vorliegenden Daten ergibt sich damit die folgende Parameterschätzung:

Cashflow	Prämienzahlung	Stornoquote	Nettoverzinsung	Verwaltungskostenquote	Solvabilitätsquote
0,62	0,05	-187,72	262,67	-529,35	0,86

Abbildung 1: Ergebnisse der Maximum-Likelihood-Schätzung

Betrachtet man die Vorzeichen der einzelnen Koeffizienten, so ist die Parameterschätzung plausibel. Die Unterschiede zwischen den Koeffizienten der Regressoren Cashflow, Prämienzahlung, Solvabilitätsquote und Stornoquote, Nettoverzinsung, Verwaltungskostenquote sind dadurch zu erklären, dass die erste Regressorengruppe in Mio. Euro und die zweite

in Prozent gemessen wurde.²⁶ Die Größenordnung der einzelnen Koeffizienten ist bei Analyse der Unternehmensentwicklung und der entsprechenden Einflussfaktoren ebenfalls plausibel.

Dabei ist festzustellen, dass es Zeitintervalle mit zurückgehenden Unternehmenswerten bei steigenden Cashflows gibt. Dies bedeutet, dass trotz steigender Cashflows negative Erwartungen für zukünftige Cashflows bestehen, die dazu führen, dass der Cashflowkoeffizient relativ klein wird. Die Entwicklung der Nettoverzinsung ist aufgrund der Turbulenzen an den Kapitalmärkten im Betrachtungszeitraum sehr volatil. Diese verhältnismäßig großen Veränderungen führen dementsprechend zu einem kleinen Nettoverzinsungskoeffizienten. Dieser wäre bei einer gemäßigten Kapitalmarktentwicklung im Bereich des Verwaltungskostenkoeffizienten.

Mit dem Ergebnis der Parameterschätzung ist es nun möglich, bei einer vorliegenden Ausprägung der Regressoren die Beobachtungsvariable zu prognostizieren. Konkret bedeutet dies, dass nach Ermittlung der Veränderungen in den Balanced-Scorecard-Parametern die Veränderung des Unternehmenswert, gemessen als Embedded Value, vorhergesagt werden kann. Aussagen zur Bedeutung der einzelnen Regressoren, die in Form von Tests zum Signifikanzniveau α getroffen werden, finden sich in Abschnitt 5.4.

Um die Parameterschätzung zu vervollständigen wollen wir noch die Maximum-Likelihood-Schätzung von σ^2 betrachten. Diese ist gegeben durch

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \|y - X\hat{\theta}\|^2,$$

wobei $\hat{\theta}$: Schätzung des Parametervektors θ ,
 X: Designmatrix und
 y: Realisierung des Beobachtungsvektors.

Bei den vorliegenden Daten ergibt sich eine Varianz von $\hat{\sigma}^2 = 3,39$. Neben der Schätzung der Parameter θ und σ^2 lassen sich auch deren Verteilungen herleiten. Diese bilden die Grundlage für die in den folgenden Abschnitten ermittelten Konfidenzintervalle sowie für

²⁶ Alternativ wäre es auch möglich, alle Regressoren zu standardisieren, um von den Maßeinheiten zu abstrahieren. Damit würde aber der Aussagegehalt der einzelnen Koeffizienten für Prognosezwecke verloren gehen. Für Aussagen zur Signifikanz einzelner Regressoren ist die absolute Größe ohnehin nicht maßgebend.

Tests linearer Hypothesen. Im Folgenden sollen daher die entscheidenden Ergebnisse kurz zusammengefasst werden.²⁷

- $\hat{\theta} \sim N_s(\theta, \sigma^2(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}),$
- $\hat{\sigma}^2 \sim \sigma^2 \frac{1}{n} X_{n-s}^2,$ (2)
- $\hat{\theta}, \hat{\sigma}^2$ stochastisch unabhängig,

wobei θ , σ^2 und \mathbf{X} : Modellvariablen gemäß (1),

$N_s(\cdot, \cdot)$: Normalverteilung im \mathfrak{R}^s und

X^2 : Chiquadratverteilung.

5.2. Modellanpassung

Das verwendete Modell besitzt ein Bestimmtheitsmaß von 0,99 und passt damit sehr gut auf die vorliegenden Daten. In Abbildung 2 sind die Quantile der Residuen gegen die Quantile der Standardnormalverteilung abgetragen. Da näherungsweise eine Gerade vorliegt, kann davon ausgegangen werden, dass die Residuen wie in der Voraussetzung gefordert normalverteilt sind. Lediglich in den Randbereichen ist eine leichte Abweichung festzustellen. Die Gerade geht durch den Ursprung, so dass die Residuen einen Erwartungswert von null aufweisen. Die Geradensteigung ist größer eins und bedeutet, dass die Residuen eine größere Varianz als eins haben. Dieses Ergebnis haben wir bereits in der Parameterschätzung von σ^2 gesehen.

²⁷ Die Beweise dieser Aussagen finden sich in *Henze, N. (1997), S. 26.*

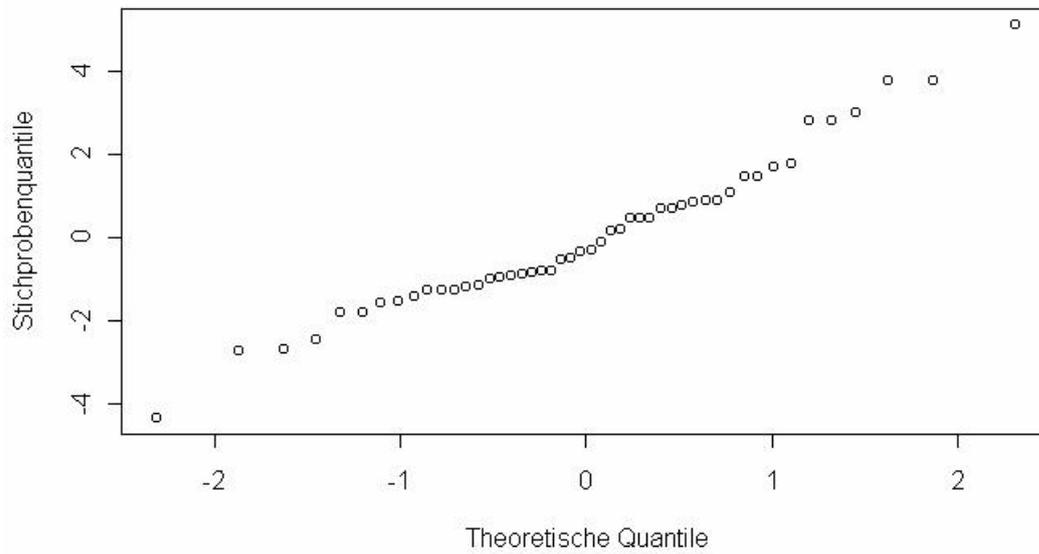


Abbildung 2: Quantile der Residuen

Abbildung 3 zeigt die Entwicklung der Residuen im Zeitablauf. Dabei wurde für jede Beobachtung das entsprechende Residuum bestimmt und über die Zeitachse abgetragen. Die Residuen verteilen sich nahezu zufällig in der Ebene. Insbesondere ist die Streuung der Residuen unabhängig vom Zeitpunkt der Beobachtung annähernd konstant. Das Modell macht also keinen systematischen Fehler.

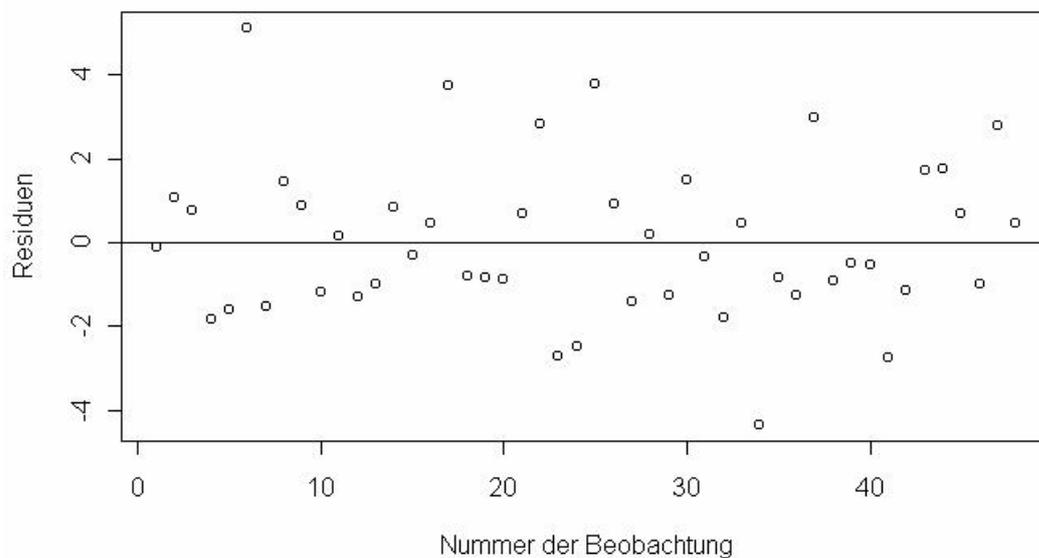


Abbildung 3: Entwicklung der Residuen

Als letzte diagnostische Analyse wollen wir die in Abbildung 4 dargestellte Autokorrelationsfunktion betrachten, die den Grad der Abhängigkeit der Beobachtungen angibt. Es ist zu erkennen, dass sich die Autokorrelationen in einem geringen Bereich bewegen, so dass die einzelnen Beobachtungen wie vorausgesetzt nahezu unabhängig sind.

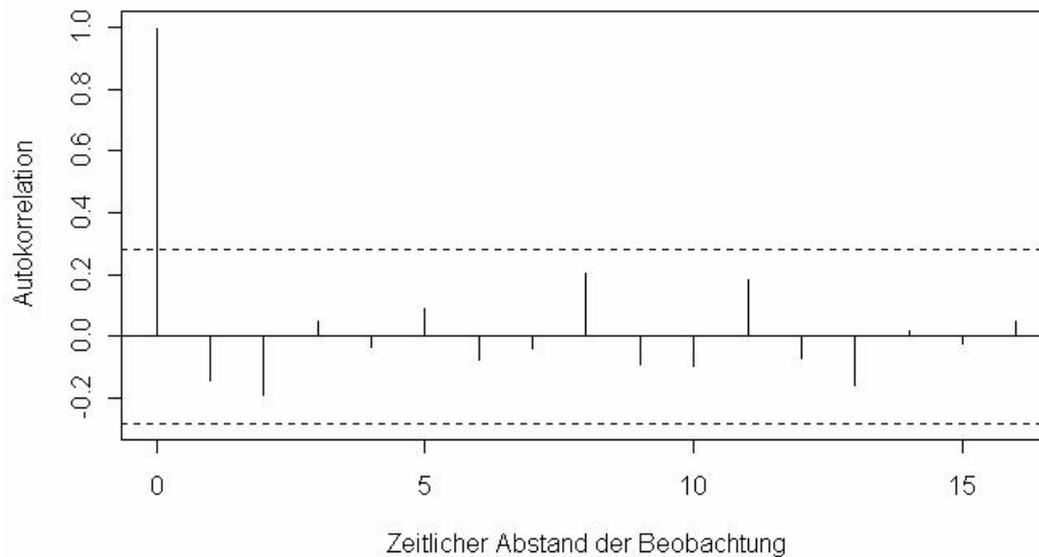


Abbildung 4: Autokorrelation der Residuen

5.3. Berechnung von Konfidenzintervallen

Wir wollen nun Konfidenzintervalle zum Niveau α für den Parametervektor θ im linearen statistischen Modell bestimmen. Dabei werden wir sowohl quaderförmige als auch elliptische Konfidenzbereiche angeben. Quaderförmige Konfidenzbereiche sind für Aussagen hinsichtlich einzelner Komponenten des Parametervektors besser geeignet, da sie in einzelne Komponentenkonfidenzbereiche zerfallen, elliptische Konfidenzbereiche dagegen besitzen ein geringeres Volumen.

In Abbildung 5 sind diese Konfidenzbereiche, die auf Basis der Eigenschaften (2) hergeleitet werden, für jede Komponente des Parametervektors mit dem Niveau $1-\alpha$ für $\alpha=0,05$ dargestellt.

Regressor	Untergrenze	Obergrenze
Cashflow	0,43	0,81
Prämienzahlung	-0,06	0,16
Stornoquote	-434,87	59,43
Nettoverzinsung	193,07	332,28
Verwaltungskostenquote	-671,85	-386,84
Solvabilitätsquote	0,67	1,05

Abbildung 5: Quaderförmige Konfidenzbereiche

Man erkennt, dass die Regressoren Cashflow, Nettoverzinsung, Verwaltungskostenquote und Solvabilitätsquote im Gegensatz zu den Regressoren Prämienzahlung und Stornoquote signifikant von null verschieden sind.²⁸

Für die vorliegenden Daten ergibt sich der elliptische Konfidenzbereich, der auf Basis der Eigenschaften (2) hergeleitet wird, zum Niveau $1 - \alpha$ für $\alpha = 0,05$ zu

$$C(\theta) := \left\{ \theta \in \mathbb{R}^6 \left| \left(\begin{pmatrix} 0,62 \\ 0,05 \\ -187,72 \\ 262,67 \\ -529,35 \\ 0,86 \end{pmatrix} - \theta \right)^T X^T X \left(\begin{pmatrix} 0,62 \\ 0,05 \\ -187,72 \\ 262,67 \\ -529,35 \\ 0,86 \end{pmatrix} - \theta \right) \leq 54,02 \right. \right\}, \text{ mit}$$

$$X^T X = \begin{pmatrix} 2.105 & 1.140 & -0,2255 & 4,4794 & -0,3248 & 1.497 \\ 1.140 & 4.968 & 1,5439 & -4,8436 & 3,1905 & -906 \\ -0,2255 & 1,5439 & 0,0011 & -0,0041 & 0,0016 & -1,0999 \\ 4,4794 & -4,8436 & -0,0041 & 0,0286 & -0,0082 & 7,3095 \\ -0,3248 & 3,1905 & 0,0016 & -0,0082 & 0,0040 & -1,9116 \\ 1.497 & -906 & -1,0999 & 7,3095 & -1,9116 & 2.472 \end{pmatrix}.$$

²⁸ Vgl. dazu auch die Testergebnisse im folgenden Abschnitt: Regressoren sind genau dann signifikant, wenn das Konfidenzintervall null nicht mit einschließt.

5.4. Testen im linearen statistischen Modell

Wir wollen nun der Frage nachgehen, ob es ausgehend von dem vorgestellten Modell einfachere Untermodelle gibt, die ebenfalls zur Modellierung geeignet sind. Ein Untermodell erhalten wir, indem gewisse Parameterkoeffizienten θ_j gleich null gesetzt und damit die zu θ_j gehörenden Effekte eliminiert werden. Für unsere Situation bedeutet dies, dass wir zu einem vorgegebenen Signifikanzniveau α testen, ob der Balanced-Scorecard-Parameter einen signifikanten Einfluss auf den Unternehmenswert hat. Diese Überlegung ist wichtig, da sie ermöglicht, die Werttreiber im Unternehmen zu identifizieren und zu analysieren. Auf dieser Basis können die wertschaffenden Parameter des Unternehmens aktiv gemanaged werden. Darüber hinaus kann das Unternehmen im Sinne der wertorientierten Steuerung in seinen Wertschöpfungsprozessen verstanden und konsequent vor dem Hintergrund der Maximierung des Unternehmenswerts geführt werden.

Wir testen also die lineare Hypothese $H_0 : H\theta = h$ gegen die Alternative $H_1 : H\theta \neq h$. Dabei sind $H \in \mathfrak{R}^{r \times s}$ und $h \in \mathfrak{R}^r$ gegeben. Der Test zum Signifikanzniveau α wird auf Basis der Eigenschaften (2) H_0 ablehnen, falls die Testgröße

$$T := \frac{\frac{1}{r} (H\hat{\theta} - h)^T \left(H(X^T X)^{-1} H^T \right)^{-1} (H\hat{\theta} - h)}{\frac{n}{n-s} \hat{\sigma}^2}$$

das $1 - \alpha$ -Quantil $F_{r, n-s; 1-\alpha}$ einer F-verteiltern Zufallsvariablen übersteigt. Dieser Test hat das Niveau α und wird F-Test genannt. Für die vorliegenden Daten wurde zum Niveau $\alpha = 0,05$ der Einfluss eines jeden Balanced-Scorecard-Parameters auf den Unternehmenswert untersucht. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6 dargestellt.

Regressor	Testgröße	Entscheidung
Cashflow	43,47	H ₀ wird verworfen
Prämienzahlung	0,79	kein Widerspruch zu H ₀
Stornoquote ²⁹	2,35	kein Widerspruch zu H ₀
Nettoverzinsung	58,00	H ₀ wird verworfen
Verwaltungskostenquote	56,19	H ₀ wird verworfen
Solvabilitätsquote	84,25	H ₀ wird verworfen
Prämienzahlung und Stornoquote	1,30	kein Widerspruch zu H ₀

Abbildung 6: Testen linearer Hypothesen³⁰

Wie bereits bei der Variablenbeschreibung ausgeführt, kann eine Einteilung der Regressoren in die direkt wertbestimmenden Parameter Cashflow, Nettoverzinsung, Verwaltungskostenquote und Solvabilitätsquote sowie in die prämiensbasierten Parameter Prämienzahlung und Stornoquote vorgenommen werden. Die Testergebnisse zeigen, dass genau die direkt wertbestimmenden Parameter für den Unternehmenswert signifikant zum Niveau $\alpha = 0,05$ sind. Dies bedeutet, dass nicht die absolute Höhe der eingenommenen Geldmittel – also das Resultat von Prämienzahlung und Stornoquote – für den Wert des Unternehmens signifikant ist, sondern vielmehr das erfolgreiche Managen dieser Geldmittel – also das Ergebnis von Cashflow, Nettoverzinsung, Verwaltungskostenquote und Solvabilitätsquote. Dabei bedeutet ein erfolgreiches Managen insbesondere, dass für die wertbestimmenden Parameter die im Geschäftsablauf erzielten Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung von den in der Kalkulation verwendeten Rechnungsgrundlagen erster Ordnung im positiven Sinne abweichen. Schließlich ist es aufgrund der Signifikanzergebnisse möglich, konkurrierende Investitionsvorhaben im Hinblick auf die wertorientierte Steuerung zu bewerten und zu priorisieren.³¹

²⁹ Die Stornoquote besitzt hier also im Sinne der Erläuterung aus 4.2 keinen direkt wertbestimmenden Einfluss.

³⁰ Genauer gelten für die Regressoren folgende Signifikanzniveaus: Cashflow 1%, Nettoverzinsung 1%, Verwaltungskostenquote 1% und Solvabilitätsquote 1%.

³¹ So wird man in der hier beschriebenen Situation beispielsweise prozessoptimierende Projekte zur Verbesserung der Verwaltungskostenquote vergleichbaren vertriebsnahen Projekten zur Steigerung der Prämienzahlung vorziehen.

6. Verallgemeinerung des Modells

Wir wollen nun das klassische lineare Modell in geeigneter Weise verallgemeinern. Dabei soll die zentrale Frage untersucht werden, ob sich die Aussagen zur Signifikanz der Regressoren unter der Verallgemeinerung verändern. Unsere bisherigen Analysen haben diejenigen Werteparameter der Balanced Scorecard identifiziert, die im Sinne der statistischen Signifikanz entscheidend für den Unternehmenswert sind. Nun soll der Frage nachgegangen werden, ob diese Ergebnisse von der Wahl des statistischen Modells abhängen oder ob sie auch noch in einem sehr allgemeinen Modellrahmen gültig sind. Dies bedeutet, dass wir sowohl im klassischen linearen Modell als auch im verallgemeinerten linearen Modell dieselben Werteparameter der Balanced Scorecard als entscheidend für den Unternehmenswert erkennen. Damit wäre das Ergebnis der statistischen Signifikanz unverändert gegenüber dem zugrunde gelegten Modell. Um uns dieser Fragestellung zu nähern, betrachten wir im Folgenden verallgemeinerte lineare Modelle.³² Nach Motivation und Definition der verallgemeinerten linearen Modelle werden wir das Verfahren der Parameterschätzung vorstellen, die Modellanpassung beurteilen und schließlich statistische Tests in den unterschiedlichen Modellen durchführen.

6.1. Motivation der Verallgemeinerung

Wir wollen das klassische lineare Modell (1) in einer etwas anderen Form noch einmal formulieren, um dann in natürlicher Weise die Verallgemeinerung zu verstehen. Das klassische lineare Modell ist gegeben durch:

Einen zufälligen Anteil: Die Komponenten von Y sind unabhängig und normalverteilt mit $E(Y) = \mu$ und konstanter Varianz σ^2 . Einen systematischen Anteil: Die Regressoren x_1, \dots, x_s erzeugen den linearen Prädiktor, gegeben durch

$$\eta := \sum_{j=1}^s x_j \theta_j .$$

³² Die Theorie und Anwendung der verallgemeinerten linearen Modell findet man beispielsweise in *Pruscha, H.* (1989), S. 254-354 oder *Venables, W. / Ripley, B.* (1994), S. 223-242.

Die Verbindung zwischen dem zufälligen und dem systematischen Anteil wird über die sogenannte Linkfunktion g hergestellt, die den Erwartungswert von Y mit dem linearen Prädiktor η verknüpft. g ist die Identität, so dass $\eta = g(\mu) = \mu$ gilt.

Die Erweiterung zum verallgemeinerten linearen Modell wird nun in zwei Schritten vollzogen: Für die Verteilung der Komponenten des Zufallsvektors Y werden wir nicht mehr eine Normalverteilung unterstellen, sondern lediglich fordern, dass sie zur Exponentialfamilie gehört. Wie wir später sehen werden, ist die Normalverteilungsannahme als Spezialfall darin enthalten. Als Linkfunktion werden wir nicht mehr die Identität wählen, sondern eine monotone, hinreichend glatte Funktion.

Nach diesen einführenden Überlegungen werden im Folgenden die Bestandteile, die zur Verallgemeinerung benötigt werden, vorgestellt, damit anschließend das verallgemeinerte lineare Modell definiert werden kann.

6.2. Exponentialfamilien

Wir definieren nun als sehr allgemeine Klasse von Verteilungsfunktionen die Klasse der Exponentialfamilie:

Es bezeichnen $b(\cdot)$, $a(\cdot)$, $t(\cdot)$ reellwertige, messbare Funktionen. Eine Verteilung gehört zur Exponentialfamilie in $t(\cdot)$, falls sie eine Dichte bezüglich eines σ -endlichen Maßes μ der Form

$$f(y; \tau, \varphi, \omega) = \exp\left\{\frac{\tau t(y) - b(\tau)}{\varphi} \omega + a(y, \varphi, \omega)\right\}, \quad y \in \mathfrak{R} \quad (3)$$

mit Konstanten $\omega \in \mathbb{N}$ und $\varphi \in \mathfrak{R}_{>0}$ besitzt. Gilt $t(y) = y$, so sprechen wir von einer Exponentialfamilie in kanonischer Form.

Die Klasse der Exponentialfamilie ist eine sehr allgemeine Klasse von Verteilungsfunktionen. So enthält sie beispielsweise die Normal- und Gammaverteilung.³³

³³ Eine entsprechende Herleitung ist im Appendix zu finden.

6.3. Das verallgemeinerte lineare Modell

Nun stehen uns alle Bestandteile zur Verfügung, um das verallgemeinerte lineare Modell definieren zu können.

Es seien $Y = (Y_1, \dots, Y_n)^T$ ein beobachtbarer Zufallsvektor, $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)^T$ der zugehörige Erwartungswertvektor, also $\mu_i = EY_i$ $i=1, \dots, n$, $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_s)^T$ ein unbekannter Parametervektor ($s < n$). Weiter seien

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & \cdots & \cdots & x_{1s} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & \cdots & \cdots & x_{ns} \end{pmatrix} =: \begin{pmatrix} x_1^T \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n^T \end{pmatrix}$$

eine $(n \times s)$ -Matrix der bekannten Kontroll- oder Einflussgrößen, auch Designmatrix genannt, $M \subseteq \mathfrak{R}$ und $g: M \rightarrow \mathfrak{R}$ eine mindestens dreimal stetig differenzierbare Funktion mit $g'(x) \neq 0$ $\forall x \in M$, die sogenannte Linkfunktion. Für $x \in \mathfrak{R}^n$ setzen wir $g(x) = (g(x_1), \dots, g(x_n))^T$ und $g^{-1}(x) = (g^{-1}(x_1), \dots, g^{-1}(x_n))^T$.

Ein verallgemeinertes lineares Modell wird definiert durch die n unabhängigen Zufallsvariablen Y_1, \dots, Y_n , deren Verteilungen die folgenden zwei Eigenschaften erfüllen:

Die Dichte $f(y; \tau_i, \varphi, \omega_i)$ von Y_i hat eine Gestalt gemäß (3) in kanonischer Form, d.h. für $i=1, \dots, n$ gilt

$$f(y; \tau_i, \varphi, \omega_i) = \exp \left\{ \frac{\tau_i y - b(\tau_i)}{\varphi} \omega_i + a(y, \varphi, \omega_i) \right\}, \quad y \in \mathfrak{R}.$$

Für den Erwartungswertvektor $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)^T$ von $Y = (Y_1, \dots, Y_n)^T$ gilt

$$g(\mu_i) = x_i^T \theta \quad \text{für } i=1, \dots, n, \quad \text{also } g(\mu) = X\theta.$$

Da wir gezeigt haben, dass die Klasse der Normalverteilungen in der Klasse der Exponentialfamilie enthalten ist und man als Linkfunktion die Identität wählen kann, handelt es sich bei dieser Definition um eine echte Verallgemeinerung des klassischen linearen Modells. Dabei wird der Erwartungswert der beobachteten Zufallsvariable nicht mehr linear mit den Regressoren verknüpft, sondern mittels einer hinreichend glatten Linkfunktion. Zusätzlich wird für die Beobachtungen eine allgemeine Klasse an Verteilungsfunktionen unterstellt. Wir wollen im Folgenden systematisch untersuchen, welchen Einfluss eine Veränderung der Linkfunktion sowie eine Abwandlung der Verteilung auf die Signifikanz der Testergebnisse haben.

6.4. Parameterschätzung

Wie im klassischen linearen Modell wird die Parameterschätzung mittels einer Maximum-Likelihood-Schätzung vorgenommen. Aufgrund der vorhandenen nichtlinearen Abhängigkeit des Erwartungswerts der Beobachtung von den Regressoren stellt sich dieses Verfahren jedoch als ungleich schwieriger dar. Im Folgenden soll kurz der theoretische Ansatz beschrieben werden, ehe die Parameterschätzung für die vorliegenden Daten durchgeführt wird.

Sei $y = (y_1, \dots, y_n)^T$ eine Beobachtung des Zufallsvektors $Y = (Y_1, \dots, Y_n)^T$. Aufgrund Definition des verallgemeinerten linearen Modells gilt für die log-Likelihood-Funktion³⁴

$$\begin{aligned} l_n(\theta) &= \ln \left[\prod_{i=1}^n \exp \left\{ \frac{y_i \tau_i - b(\tau_i)}{\varphi} \omega_i + a(y_i, \varphi, \omega_i) \right\} \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{y_i \tau_i - b(\tau_i)}{\varphi} \omega_i + a(y_i, \varphi, \omega_i) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{y_i b'^{-1}(g^{-1}(\eta_i)) - b(b'^{-1}(g^{-1}(\eta_i)))}{\varphi} \omega_i + a(y_i, \varphi, \omega_i) \right\}. \end{aligned}$$

Dabei steckt die funktionale Abhängigkeit von θ in $\eta_i = \sum_{j=1}^s x_{ij} \theta_j$.

³⁴ Die Rechnung verwendet die Tatsache, dass für eine Zufallsvariable aus der Exponentialfamilie der Parameter τ über die Ableitung der Funktion $b(\cdot)$ mit dem Erwartungswert der Beobachtung verknüpft werden kann.

Diese Likelihood-Funktion ist nun zu maximieren. Dazu betrachten wir den so genannten Scorevektor der ersten Ableitungen

$$U(\theta) := U_n(\theta) := (U_1(\theta), \dots, U_s(\theta))^T \text{ mit } U_j(\theta) := \frac{d l_n(\theta)}{d \theta_j}.$$

Dieser besitzt die Gestalt³⁵

$$U_j(\theta) = \sum_{i=1}^n x_{ij} (y_i - \mu_i) \left[\frac{d \mu_i}{d \eta_i} \right] \frac{1}{\sigma_i^2}, \text{ bzw. in Matrixschreibweise}$$

$$U(\theta) = X^T V^{-1} \left(\frac{d \mu}{d \eta} \right) (y - \mu), \text{ wobei}$$

$$V := \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \text{ mit } \sigma_i^2 := \text{Var}(Y_i) \text{ und } \left(\frac{d \mu}{d \eta} \right) := \begin{pmatrix} \frac{d \mu_1}{d \eta_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{d \mu_n}{d \eta_n} \end{pmatrix} \text{ sind.}$$

Man beachte die Abhängigkeit vom Parametervektor θ aufgrund des Zusammenhangs

$$\mu_i = g^{-1} \left(\sum_{j=1}^s x_{ij} \theta_j \right) \text{ und } \sigma_i^2 = \frac{\phi}{\omega_i} b'' \left(b'^{-1} \left(g^{-1} \left(\sum_{j=1}^s x_{ij} \theta_j \right) \right) \right).$$

Der Scorevektor wird nun gleich null gesetzt. Die Parameterschätzung für θ wird dann auf Basis des newtonschen Iterationsverfahrens zur Ermittlung der Nullstellen nichtlinearer Funktionen berechnet.

Wir wollen nun die zu Beginn betrachteten Datensätze des Lebensversicherungsunternehmens weiter analysieren, indem wir ausgehend von der bereits durchgeführten klassischen Regressionsschätzung verschiedene Verallgemeinerungen zulassen und überprüfen, ob sich an der Signifikanz der Regressoren etwas verändert.

³⁵ Der Beweis benutzt lediglich die Tatsache, dass für eine Zufallsvariable aus der Exponentialfamilie Erwartungswert und Varianz der Beobachtung als erste und zweite Ableitung der Funktion $b(\cdot)$ ausgedrückt werden können sowie elementare Ableitungsregeln.

Wie erwähnt stellt das verallgemeinerte lineare Modell mit der Identität als Linkfunktion und der Normalverteilungsannahme für die Beobachtungen gerade das klassische lineare Modell dar. Wir wollen nun die lineare Abhängigkeit des Erwartungswerts der Beobachtungen von den Regressoren aufgeben und als Linkfunktion die Funktion³⁶

$$g(\mu) = \log \mu \text{ bzw. } g^{-1}(\eta) = \exp \eta$$

betrachten. Bei Verwendung dieser Linkfunktion gilt

$$\mu = \exp\{x_1\theta_1 + \dots + x_s\theta_s\},$$

so dass eine Veränderung der Werteparameters i der Balanced Scorecard um x_i ceteris paribus eine Veränderung des Unternehmenswerts um $\exp\{x_i\theta_i\}$ zur Folge hat. Man erkennt nun, dass bei dieser Linkfunktion die Erwartungswerte der Beobachtungsvariable positiv sein müssen. Daher betrachten wir für dieses Modell einen Zeitraum, in dem der Erwartungswert der Unternehmenswertveränderung positiv ist.³⁷ Als Ergebnis der Maximum-Likelihood-Schätzung $\hat{\theta} = \hat{\theta}_n$ erhalten wir nach neun Iterationsschritten

Cashflow	Prämienzahlung	Stornoquote	Nettoverzinsung	Verwaltungskostenquote	Solvabilitätsquote
0,075	0,011	-47,32	42,87	-152,67	0,151

Abbildung 7: Ergebnisse der Maximum-Likelihood-Schätzung

Die Interpretation der Ergebnisse hinsichtlich Plausibilität von Vorzeichen und Größenordnung erfolgt analog der Ausführungen beim klassischen linearen Modell. Die dort getroffenen Aussagen bestätigen sich in dem hier verwendeten Modellrahmen.

³⁶ Diese Funktion wird deshalb verwendet, da mit ihr unter vielen weiteren Linkfunktionen die besten Modellanpassungen erzielt wurden. Sie nimmt zudem in der Literatur der verallgemeinerten linearen Modelle eine zentrale Stellung ein. Darüber hinaus ist sie streng wachsend, so dass eine positive Veränderung in den Regressoren eine positive Veränderung des Erwartungswerts der Beobachtungsvariable bewirkt. Auf diese Weise kann das Ergebnis der Parameterschätzung betriebswirtschaftlich interpretiert werden.

³⁷ Es wurden jeweils disjunkte, aneinander angrenzende Beobachtungszeiträume ausgewählt, die die jeweiligen Modellvoraussetzungen erfüllen.

Um die Schätzergebnisse bewerten zu können, stellt sich nun in natürlicher Weise die Frage, ob aufgrund der Veränderung der Linkfunktion andere Werteparameter der Balanced Scorecard signifikant für den Unternehmenswert werden oder ob die geänderte Modellwahl dieselben Werteparameter als signifikant identifiziert und die Signifikanzaussagen somit unverändert bei Modellabwandlungen gelten. Diese Frage soll in Abschnitt 6.6 beantwortet werden.

Wir wollen nun in einem nächsten Schritt die Normalverteilungsannahme der Beobachtungen aufgeben und als Verteilung eine Gammaverteilung betrachten.³⁸ In diesem Modellrahmen ist zu berücksichtigen, dass die Gammaverteilung ihre Wahrscheinlichkeitsmasse auf \mathfrak{R}^+ hat. Daher betrachten wir für dieses Modell einen Zeitraum, in dem die Unternehmenswertveränderung positiv ist. Als Ergebnis der Maximum-Likelihood-Schätzung $\hat{\theta} = \hat{\theta}_n$ erhalten wir nach neun Iterationsschritten

Cashflow	Prämienzahlung	Stornoquote	Nettoverzinsung	Verwaltungskostenquote	Solvabilitätsquote
0,080	0,024	-60,55	50,92	-134,58	0,123

Abbildung 8: Ergebnisse der Maximum-Likelihood-Schätzung

Erneut sind die Ergebnisse von ihrem Vorzeichen und der Größenordnung her absolut plausibel. Sie sind vergleichbar mit den Ergebnissen des Modells unter Normalverteilungsannahme. Wieder stellt sich die Frage, ob durch die Veränderung der Verteilungsannahme andere Werteparameter der Balanced Scorecard signifikant für den Unternehmenswert werden oder ob die Aussagen zur Signifikanz unabhängig von der Modellwahl gelten.

³⁸ Diese Verteilung wird deshalb verwendet, da mit ihr unter weiteren Verteilungen der Exponentialfamilie die besten Modellanpassungen erzielt wurden. Zudem nimmt sie in der Literatur der verallgemeinerten linearen Modelle eine zentrale Stellung ein.

6.5. Modellanpassung

Zur Beurteilung der Modellanpassung wird die so genannte Devianz-Statistik verwendet. Diese ist gegeben durch

$$D := -2\{l_n(\hat{\mu}) - l_n(y)\} \\ = -2\sum_{i=1}^n \left\{ \frac{y_i b'^{-1}(\hat{\mu}_i) - b(b'^{-1}(\hat{\mu}_i))}{\hat{\phi}} \omega_i - \frac{y_i b'^{-1}(y_i) - b(b'^{-1}(y_i))}{\hat{\phi}} \omega_i \right\}$$

und misst die Differenz zwischen dem maximalen Wert der log-Likelihood-Funktion $l_n(y)$ und $l_n(\hat{\mu})$. Diese Statistik gibt also an, wie weit das verwendete Modell vom optimalen Modell – gemessen als Differenz der entsprechenden Maximalwerte der log-Likelihood-Funktionen – entfernt ist.

Dabei sind $\hat{\mu}$ der zur Maximum-Likelihood-Schätzung $\hat{\theta}$ gehörige Erwartungswert-Schätzer von μ , also

$$\hat{\mu}_i = \mathbf{g}^{-1} \left(\sum_{j=1}^p x_{ij} \hat{\theta}_j \right)$$

und $\hat{\phi}$ ein geeigneter Schätzer von ϕ . Es gilt nun, dass D approximativ χ_{n-s}^2 -verteilt ist.³⁹ Damit haben wir ein statistisch fundiertes Instrument zur Verfügung, um die Modellanpassung zu beurteilen. Der entsprechende Modellanpassungstest wird das Modell verwerfen, wenn die Größe D das jeweilige Quantil der χ_{n-s}^2 -Verteilung überschreitet.

Wir wollen nun die Prüfgrößen der vorgestellten Modelle betrachten. Das Modell mit der Identität als Linkfunktion und der Normalverteilungsannahme hat die Prüfgröße $D = 42,0$. Durch Veränderung der Linkfunktion zur Logarithmus-Funktion verändert sich die Prüfgröße nicht. Sie liegt weiterhin im vergleichbaren Bereich. Geht man jedoch zur Verteilungsannahme einer Gammaverteilung über, so verändert sich die Prüfgröße deutlich zu

³⁹ Vgl. Fahrmeir, L. / Tutz, G. (1994), S. 48.

$D = 31,2$.⁴⁰ Das Quantil der χ^2_{42} -Verteilung beträgt 51,81, so dass keines der Modelle verworfen werden muss. Die Analysen der Residuen zeigen bei allen Modellen keine systematischen strukturellen Fehler, so dass alle Modelle gut auf die betrachteten Daten passen.

Grundsätzlich bietet sich zur Datenanalyse und Modellwahl folgendes Vorgehen an: Sind die Beobachtungen der Unternehmenswertveränderungen alle positiv, erzielt man mit der Logarithmus-Funktion als Linkfunktion und einer Gammaverteilungsannahme gute Modellergebnisse, da die Dichte der Gammaverteilung besser an positive Daten passt als die Dichte der Normalverteilung.⁴¹ Gibt es dagegen auch negative Beobachtungen, so wird man zum Normalverteilungsmodell übergehen.⁴² Es ist dann lediglich noch zu entscheiden, ob der Erwartungswert der Unternehmenswertveränderung positiv ist – in diesem Fall würde man als Linkfunktion die Logarithmus-Funktion wählen – oder auch negative Werte annehmen kann – dann würde man als Linkfunktion die Identität also das klassische lineare Modell wählen.

6.6. Testen im verallgemeinerte linearen statistischen Modell

Wir wollen nun die mehrfach angesprochene Frage klären, ob die verschiedenen betrachteten Modelle zu unterschiedlichen Ergebnissen hinsichtlich der Identifikation derjenigen Werteparameter der Balanced Scorecard kommen, die relevant für den Unternehmenswert im Sinne der statistischen Signifikanz sind oder ob die Aussagen zum Einfluss der Werteparameter unabhängig vom gewählten Modell gelten. Wir haben dabei in einem ersten Verallgemeinerungsschritt die Logarithmus-Funktion als Linkfunktion und in einem zweiten Verallgemeinerungsschritt die Gammaverteilung als Verteilung der Beobachtungsvariablen

⁴⁰ Dieses Modell liegt also im Sinne der Devianz-Statistik am nächsten an dem entsprechenden optimalen Modell innerhalb der jeweils zugrunde gelegten Modellklasse.

⁴¹ Diese Situation wird dann auftreten, wenn die wirtschaftlichen Rahmenbedingungen, die den Unternehmenswert definieren und durch einen Zufallspfad beschrieben werden, sich so positiv entwickeln, dass die Startwerte für den Zufallspfad im Jahr $t+1$ deutlich über denen des Jahres t liegen. Damit ist der schlechteste Pfadverlauf des Jahres $t+1$ in den Anfangsjahren stets besser als der beste Pfadverlauf des Jahres t . Wenn das betrachtete Lebensversicherungsportfolio zusätzlich schwerpunktmäßig aus Versicherungen mit kurzen Restlaufzeiten besteht, kann die beobachtbare Zufallsvariable der Unternehmenswertveränderungen nur positive Werte annehmen.

⁴² Dies wird sicher immer dann der Fall sein, wenn sich das Worst-case-Szenario des Jahres $t+1$ schlechter darstellt als das Best-case-Szenario des Jahres t . Insbesondere wird die Normalverteilungsannahme dann gute Modellergebnisse liefern, wenn das Versicherungsportfolio nicht überwiegend aus Verträgen mit kurzen Restlaufzeiten besteht, da wie zu Beginn erwähnt für Verträge mit mittleren und langen Restlaufzeiten der Unternehmenswert approximativ normalverteilt ist.

betrachtet.⁴³ Zur Beantwortung der gestellten Frage betrachten wir einen asymptotischen Test im verallgemeinerten linearen Modell, den so genannten Waldtest.⁴⁴ Dazu sind noch einige Vorarbeiten notwendig.

Zum Scorevektor $U(\theta)$ betrachten wir die Fisherinformationsmatrix $I(\theta) := I_n(\theta) := (I_{jk}(\theta))$ mit $I_{jk}(\theta) := E_{\beta}(U_j U_k)$. Diese besitzt die Gestalt⁴⁵

$$I_{jk}(\theta) = \sum_{i=1}^n x_{ij} x_{ik} \left[\frac{d\mu_i}{d\eta_i} \right]^2 \frac{1}{\sigma_i^2}, \text{ bzw. in Matrixschreibweise}$$

$$I(\theta) = X^T V^{-1} \left(\frac{d\mu}{d\eta} \right)^2 X, \text{ wobei}$$

$$V := \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \text{ mit } \sigma_i^2 := \text{Var}(Y_i) \text{ und } \left(\frac{d\mu}{d\eta} \right) := \begin{pmatrix} \frac{d\mu_1}{d\eta_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{d\mu_n}{d\eta_n} \end{pmatrix} \text{ sind.}$$

Man beachte die Abhängigkeit vom Parametervektor θ aufgrund des Zusammenhangs

$$\mu_i = g^{-1} \left(\sum_{j=1}^s x_{ij} \theta_j \right) \text{ und } \sigma_i^2 = \frac{\varphi}{\omega_i} b'' \left(b'^{-1} \left(g^{-1} \left(\sum_{j=1}^s x_{ij} \theta_j \right) \right) \right).$$

Im Fall der Identität als Linkfunktion gilt $g^{-1}(\eta_i) = \eta_i$ und im Fall der Logarithmusfunktion als Linkfunktion gilt $g^{-1}(\eta_i) = \exp(\eta_i)$. Im Fall der Normalverteilung als Verteilungsfunktion der Beobachtungsvariablen gilt $b'^{-1}(\mu_i) = \mu_i$, $b''(\tau_i) = 1$ und im Fall der Gammaverteilung als Verteilungsfunktion der Beobachtungsvariablen gilt $b'^{-1}(\mu_i) = -1/\mu_i$, $b''(\tau_i) = 1/\tau_i^2$.⁴⁶

Wir wollen nun die lineare Hypothese

⁴³ Man beachte, dass in beiden Verallgemeinerungsschritten eine Vielzahl von Modell untersucht wurde und diejenigen ausgewählt wurden, die am besten auf die Daten passen.

⁴⁴ Man könnte ebenfalls den so genannten Likelihood-Quotiententest oder den so genannten Scoretest verwenden, die zu äquivalenten Ergebnissen führen.

⁴⁵ Der Beweis benutzt lediglich elementare Rechenregeln für den Erwartungswert.

⁴⁶ Diese Funktionen folgen direkt aus den definierenden Funktionen der Exponentialfamilie in (3).

$$H_0 : H\theta = h \text{ gegen } H_1 : H\theta \neq h$$

testen, wobei H vollen Zeilenrang $r \leq s+1$ habe. Die Wald-Statistik ist definiert durch

$$w_n := (H\hat{\theta}_n - h)^T [H I_n(\hat{\theta}_n)^{-1} H^T]^{-1} (H\hat{\theta}_n - h).$$

Sie misst die gewichtete Differenz zwischen dem nicht restringierten Schätzer $H\hat{\theta}$ für $H\theta$ und dem unter H_0 vermuteten Wert h . Die Matrix $H I_n(\hat{\theta}_n)^{-1} H^T$ bewirkt dabei die Gewichtung. Unter gewissen Regularitätsvoraussetzungen gilt⁴⁷

$$w_n \xrightarrow{D} \chi_r^2 \text{ unter } H_0.$$

Führt man einen asymptotischen Test zum Niveau α durch, so wird man H_0 genau dann ablehnen, wenn die entsprechende Teststatistik w_n das $1-\alpha$ - Quantil der χ_r^2 - Verteilung überschreitet.

Wir betrachten nun das Modell nach dem ersten Verallgemeinerungsschritt also mit der Logarithmus-Funktion als Linkfunktion. Die Ergebnisse des Waldtests zum Niveau $\alpha = 0,05$ sind in Abbildung 9 zusammengestellt.

Regressor	Testgröße	Entscheidung
Cashflow	7,30	H_0 wird verworfen
Prämienzahlung	0,01	kein Widerspruch zu H_0
Stornoquote	0,39	kein Widerspruch zu H_0
Nettoverzinsung	42,84	H_0 wird verworfen
Verwaltungskostenquote	50,24	H_0 wird verworfen
Solvabilitätsquote	12,23	H_0 wird verworfen
Prämienzahlung und Stornoquote	0,41	kein Widerspruch zu H_0

Abbildung 9: Testen linearer Hypothesen Normalverteilung (Logarithmus)⁴⁸

⁴⁷ Zum Beweis siehe Fahrmeir, L. (1987), S. 73-74.

⁴⁸ Genauer gelten für die Regressoren folgende Signifikanzniveaus: Cashflow 1%, Nettoverzinsung 1%, Verwaltungskostenquote 1% und Solvabilitätsquote 1%.

Es ist nun festzustellen, dass genau diejenigen Werteparameter der Balanced Scorecard entscheidend für den Unternehmenswert im Sinne der statistischen Signifikanz sind wie beim klassischen linearen Modell. Die Ergebnisse hinsichtlich des Einflusses verschiedener Werteparameter der Balanced Scorecard auf den Unternehmenswert sind also unabhängig davon, ob die Identität als Linkfunktion und damit ein linearer Zusammenhang zwischen dem Erwartungswert der Beobachtungsvariablen und den Regressoren oder die Logarithmusfunktion als Linkfunktion und damit ein nicht linearer Zusammenhang zwischen Beobachtungsvariablen und Regressoren gewählt wird. Von Bedeutung ist auch noch die letzte Zeile der obigen Abbildung. Sie besagt, dass ausgehend von dem betrachteten Obermodell das Untermodell, das die Regressoren Prämienzahlung und Stornoquote nicht mehr beinhaltet, im Sinne der statistischen Signifikanz nicht verworfen werden muss. Dieses Untermodell eliminiert also die zu den Regressoren Prämienzahlung und Stornoquote gehörenden Effekte und wird nicht abgelehnt.

Wir betrachten nun das Modell nach dem zweiten Verallgemeinerungsschritt also mit der Gammaverteilung als Verteilung der Beobachtungsvariablen. Die Ergebnisse des Waldtests zum Niveau $\alpha = 0,05$ sind in Abbildung 10 zusammengestellt.

Regressor	Testgröße	Entscheidung
Cashflow	12,66	H_0 wird verworfen
Prämienzahlung	0,05	kein Widerspruch zu H_0
Stornoquote	0,44	kein Widerspruch zu H_0
Nettoverzinsung	35,89	H_0 wird verworfen
Verwaltungskostenquote	46,07	H_0 wird verworfen
Solvabilitätsquote	5,59	H_0 wird verworfen
Prämienzahlung und Stornoquote	0,49	kein Widerspruch zu H_0

Abbildung 10: Testen linearer Hypothesen Gammaverteilung (Logarithmus)⁴⁹

Wiederum ist festzustellen, dass auch der zweite Verallgemeinerungsschritt die Aussagen zur statistischen Signifikanz der einzelnen Regressoren unverändert lässt. Es sind genau

⁴⁹ Genauer gelten für die Regressoren folgende Signifikanzniveaus: Cashflow 1%, Nettoverzinsung 1%, Verwaltungskostenquote 1% und Solvabilitätsquote 3%.

diejenigen Werteparameter der Balanced Scorecard für den Unternehmenswert entscheidend, die es auch im klassischen linearen Modell waren. Zusätzlich wird auch in diesem Modellrahmen ausgehend vom betrachteten Obermodell das Untermodell, das die Regressoren Prämienzahlung und Stornoquote nicht mehr beinhaltet, nicht verworfen.

Als sehr interessantes Ergebnis lässt sich also abschließend festhalten, dass die optimalen verallgemeinerten linearen Modelle, die sukzessive durch Abänderung der Linkfunktion und der Verteilungsannahme gewonnen werden können, dieselben Werteparameter der Balanced Scorecard im Sinne der statistischen Signifikanz als entscheidend für den Unternehmenswert identifizieren wie das optimale klassische lineare Modell. Die Ergebnisse der Signifikanztests bleiben also bei Modellabwandlungen unverändert. Dies bedeutet, dass die entscheidenden Ergebnisse der Modellschätzung bereits bei einem als linear unterstellten Zusammenhang zwischen der Beobachtungsvariablen und den Regressoren unter Normalverteilungsannahme erhalten werden. Die Erhöhung der Komplexität hin zu einer nicht linearen Beziehung zwischen Beobachtungsvariablen und Regressoren bzw. einer Verteilung aus der Exponentialfamilie bestätigt die Ergebnisse des einfachen klassischen linearen Modells.

7. Ausblick

Auf Basis der hier vorgestellten Überlegungen lassen sich die folgenden aufbauenden Analysen durchführen. So wäre es interessant weitere Unternehmen zu betrachten und analoge Regressionsmodelle an die vorliegenden Daten anzupassen. Zu untersuchen wäre, ob für dieselben Regressoren statistische Signifikanz vorliegt und ob sich die Parameterschätzungen in denselben Größenordnungen befinden wie im hier dargestellten Fall. Insbesondere wäre zu untersuchen, ob die klassischen und verallgemeinerten linearen Modelle zu gleichen Signifikanzaussagen hinsichtlich der Regressoren kommen. Auf diese Weise könnte man zu Branchenaussagen hinsichtlich des Einflusses wesentlicher Balanced-Scorecard-Werteparameter auf den Unternehmenswert gelangen.

Weiter wäre es möglich, in der Zukunft zusätzliche Zeitfenster für die Datenauswertung zu untersuchen. Insbesondere könnte man dann Modelle für Zeiten volatiler wirtschaftlicher Rahmenbedingungen mit stark schwankenden Unternehmenswerten und Werteparametern sowie für Zeiten mit weitestgehend konstantem ökonomischen Umfeld unterscheiden. Wieder

stellt sich die Frage, ob dieselben Regressoren statistische Signifikanz aufweisen und die Parameterschätzungen in vergleichbarer Größenordnung zu verzeichnen sind. Auch hier wäre es interessant die klassischen mit den verallgemeinerten linearen Modellen hinsichtlich der Signifikanzergebnisse zu vergleichen.

Das vorgestellte Modell zur Analyse der Balanced-Scorecard-Werteparameter ist allgemeingültig für Unternehmen beliebiger Branche anwendbar. So wäre ein weiteres Forschungsfeld, das Modell für Unternehmen anderer Wirtschaftszweige etwa der Industrie oder des Handels einzusetzen und zu untersuchen, mit welchen Modellspezifikationen man die besten Modellanpassungen erzielt bzw. welche Werteparameter einen signifikanten Einfluss auf den Unternehmenswert haben.

8. Appendix

Eine normalverteilte Zufallsvariable hat die Dichte

$$\begin{aligned} f(y; \mu, \sigma^2) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\mu)^2\right\} = \exp\left\{\frac{1}{\sigma^2}\left(y\mu - \frac{1}{2}\mu^2 - \frac{1}{2}y^2\right) - \frac{1}{2}\ln(2\pi\sigma^2)\right\} \\ &= \exp\left\{\frac{1}{\sigma^2}\left(y\mu - \frac{1}{2}\mu^2\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y^2}{\sigma^2} + \ln(2\pi\sigma^2)\right)\right\}, \end{aligned}$$

$$f(y; \tau, \varphi, \omega) = \exp\left\{\frac{\tau t(y) - b(\tau)}{\varphi} \omega + a(y, \varphi, \omega)\right\} \text{ mit}$$

$$\tau = \mu, \quad t(y) = y, \quad b(\tau) = \frac{1}{2}\tau^2 = \frac{1}{2}\mu^2, \quad \varphi = \sigma^2, \quad \omega = 1 \text{ und } a(y, \varphi, \omega) = -\frac{1}{2}\left(\frac{y^2}{\sigma^2} + \ln(2\pi\sigma^2)\right).$$

Damit ist die Klasse der Normalverteilungen in der Klasse der Exponentialverteilungen enthalten.

Eine gammaverteilte Zufallsvariable hat die Dichte

$$\begin{aligned} f(y; \alpha, \lambda) &= \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} y^{\alpha-1} e^{-\lambda y} = \exp(-y\lambda) \exp\left(\log\left(\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^\alpha \frac{y^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} \alpha^\alpha\right)\right) \\ &= \exp\left(-y\lambda + \log\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^\alpha + \log(y^{\alpha-1}) - \log(\Gamma(\alpha)) + \log(\alpha^\alpha)\right) \\ &= \exp\left(\left(-y\frac{\lambda}{\alpha} + \log\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)\right)\alpha + \left(\log(y) - \log\left(\frac{1}{\alpha}\right)\right)\alpha - \log(y) - \log(\Gamma(\alpha))\right), \end{aligned}$$

$$f(y; \tau, \varphi, \omega) = \exp\left\{\frac{\tau t(y) - b(\tau)}{\varphi} \omega + a(y, \varphi, \omega)\right\} \text{ mit}$$

$$\tau = -\frac{\lambda}{\alpha}, \quad t(y) = y, \quad b(\tau) = -\log(-\tau), \quad \varphi = \frac{1}{\alpha}, \quad \omega = 1 \text{ und}$$

$$a(y, \varphi, \omega) = \frac{\log(y) - \log(\varphi)}{\varphi} - \log(y) - \log\left(\Gamma\left(\frac{1}{\varphi}\right)\right)$$

Damit ist die Klasse der Gammaverteilungen in der Klasse der Exponentialverteilungen enthalten.

Literaturverzeichnis

- Barden, P.* (2004): Balanced Scorecard provides Return on Investment, in: *Financial Management*, 14. Jahrgang, Heft 1, S. 4.
- Fahrmeir, L.* (1987): Asymptotic Testing Theorie for Generalized Linear Models, in: *Statistics*, 18. Jahrgang, Heft 1, S. 65-76.
- Fahrmeir, L. / Tutz, G.* (1994): *Multivariate Statistical Modelling Based on Generalized Linear Models*, New York.
- Fletcher, H. / Smith, D.* (2004): Managing the Value: Developing a Performance Measurement System integrating Economic Value Added and the Balanced Scorecard in Strategic Planning, in: *Journal of Business Strategies*, 21. Jahrgang, Heft 1, S. 1-17.
- Hendricks, K. / Menor, L. / Wiedman, C.* (2004): The Balanced Scorecard: To adopt or not adopt?, in: *Ivey Business Journal*, 69. Jahrgang, Heft 2, S. 1-7.
- Henze, N.* (1997): *Praktische statistische Verfahren*, Karlsruhe.
- Isom, G.* (1996): Using the Balanced Scorecard, in: *Harvard Business Review*, 74. Jahrgang, Heft 2, S.170.
- Kaplan, R. / Norton, D.* (1996): Linking the Balanced Scorecard to Strategy, in: *California Management Review*, 39. Jahrgang, Heft 1, S. 53-79.
- Kaplan, R. / Norton, D.* (1997): *Balanced Scorecard*, Stuttgart.
- Kaplan, R. / Norton, D.* (2000): *Die strategiefokussierte Organisation – Führen mit der Balanced Scorecard*, Stuttgart.
- Kaplan, R. / Norton, D.* (2001a): Transforming the Balanced Scorecard from Performance Measurement to Strategic Management: Part 1, in: *Accounting Horizons*, 15. Jahrgang, Heft 1, S. 87-104.
- Kaplan, R. / Norton, D.* (2001b): Transforming the Balanced Scorecard from Performance Measurement to Strategic Management: Part 2, in: *Accounting Horizons*, 15. Jahrgang, Heft 2, S. 147-160.
- Kaplan, R. / Norton, D.* (2005): The Balanced Scorecard: Measures that drive Performance, in: *Harvard Business Review*, 83. Jahrgang, Heft 7, S. 172-180.
- Lambuske, K.* (2005): *Einführung in die Datenanalyse*, Tübingen.

- Nell, M. / Pohl, P.* (2006): Wertorientierte Steuerung von Lebensversicherungsunternehmen mittels stochastischer Prozesse, in: Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft, 95. Jahrgang, Heft 3, S. 5531-5558.
- Norrie, J. / Walke, D.* (2004): A Balanced Scorecard Approach to Project Management Leadership, in: Project Management Journal, 35. Jahrgang, Heft 4, S. 47-56.
- Oletzky, T.* (1998): Wertorientierte Steuerung von Versicherungsunternehmen, Hannover.
- Pohl, P.* (2005): Die Balanced Scorecard im Rahmen der wertorientierten Steuerung, in: Versicherungsbetriebe, 35. Jahrgang, Heft 2, S. 16-17.
- Pruscha, H.* (1989): Angewandte Methoden der Mathematischen Statistik, Stuttgart.
- Romeike, F.* (2003): Balanced Scorecard in Versicherungen, Wiesbaden.
- Schmid, C.* (2000): Statistische Versuchsplanung, Ulm.
- Searcy, W.* (2004): Aligning the Balanced Scorecard and a Firm's Strategy using the Analytic Hierarchy Process, in: Management Accounting Quarterly, 5. Jahrgang, Heft 4, S. 1-10.
- Steward, R. / Mohammed, S.* (2001): Utilizing the Balanced Scorecard for IT / IS performance evaluation in construction, in: Construction Innovation, 1. Jahrgang, Heft 3, S. 147-163.
- Venables, W. / Ripley, B.* (1994) : Modern Applied Statistics with S-Plus, New York.
- Weisner, G.* (2003): Strategie-Controlling und Erklärung des Shareholder Value auf Basis eines Balanced-Scorecard-Modells, Hamburg.

Working Papers on Risk and Insurance

- No 22: **Annette Hofmann, Martin Nell**, The Impact of Intermediary Remuneration in Differentiated Insurance Markets, February 2008.
- No 21: **Bernhard Hirsch, Martin Nell**, Anreizkompatibilität von Entschädigungssystemen für Kosten und Verluste aus Tierseuchenausbrüchen in der Europäischen Union, June 2007.
- No 20: **Annette Hofmann, Martin Nell, Philipp Pohl**, The Optimal Pricing Strategy for an Insurer when Risk Preferences are Stochastically Distributed, March 2007.
- No 19: **Martin Nell, Stephan Rosenbrock**, Wettbewerb in kapitalgedeckten Krankenversicherungssystemen: Ein konsistenter Ansatz zur Übertragung von individuellen Alterungsrückstellungen in der Privaten Krankenversicherung, February 2007.
- No 18: **Martin Nell, Stephan Rosenbrock**, Das Inflationsproblem bei der Übertragung von individuellen Alterungsrückstellungen in der privaten Krankenversicherung, August 2006.
- No 17: **Uwe Focht, Andreas Richter, Jörg Schiller**, Intermediation, Compensation and Tacit Collusion in Insurance Markets, March 2006.
- No 16: **Annette Hofmann**, Internalizing Externalities of Loss-Prevention through Insurance Monopoly: An Analysis of Interdependent Consumer Risks, November 2005.
- No 15: **Martin Nell, Philipp Pohl**, Wertorientierte Steuerung von Lebensversicherungsunternehmen mittels stochastischer Prozesse, November 2005.
- No 14: **Martin Nell, Andreas Richter, Jörg Schiller**, When prices hardly matter: Incomplete insurance contracts and markets for repair goods, January 2005.
- No 13: **Jörg Schiller**, Versicherungsbetrug als ökonomisches Problem: Eine vertragstheoretische Analyse, July 2004.
- No 12: **Martin Nell, Andreas Richter**, Catastrophic Events as Threats to Society: Private and Public Risk Management Strategies, January 2004, erscheint in: Frenkel, M., Hommel, U., Rudolf, M. (eds.): Risk Management: Challenge and Opportunity, 2nd ed., Berlin Heidelberg.
- No 11: **M. Martin Boyer, Jörg Schiller**, Merging Automobile Insurance Regulatory Bodies: The Case of Atlantic Canada, November 2003, erschienen in: Assurances et Gestion des Risques, 72. Jg. (2004), S. 57 – 89.
- No 10: **Martin Nell, Andreas Richter**, Improving Risk Allocation Through Cat Bonds, November 2002, erschienen in: The Geneva Papers on Risk and Insurance – Issues and Practice, 29. Jg. (2004), S. 183 – 201.

- No 9: **Klaus Bender, Andreas Richter**, Optimales Vertragsdesign bei moralischem Risiko in der Rückversicherung, October 2002, erschienen in: Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft, 92. Jg. (2003): S. 483 – 506.
- No 8: **Jörg Schiller**, The Impact of Insurance Fraud Detection Systems, October 2002.
- No 7: **Martin Nell, Jörg Schiller**, Erklärungsansätze für vertragswidriges Verhalten von Versicherungsnehmern aus Sicht der ökonomischen Theorie, May 2002, erschienen in: Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft, 91. Jg. (2002), S. 533 – 556.
- No 6: **Walter Karten**, Ökonomische Aspekte einer EU-Richtlinie zur Versicherungsvermittlung, January 2002, erschienen in: Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft, 91. Jg. (2002), S. 43 – 60.
- No 5: **Andreas Richter, Jochen Ruß**, Tax Arbitrage in the German Insurance Market, December 2001, erschienen in: Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik, 25. Jg. (2002), S. 659 – 672.
- No 4: **Martin Nell**, Staatshaftung für Terrorrisiken?, Dezember 2001, erschienen in: ifo Schnelldienst, 54. Jg. (2001), Heft 24, S. 6 – 9.
- No 3: **Andreas Richter**, Moderne Finanzinstrumente im Rahmen des Katastrophen-Risk-Managements – Basisrisiko versus Ausfallrisiko, September 2001, erschienen in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 56. Jg. (2004), S. 99 – 121.
- No 2: **Martin Nell**, Managed Claims: Zur Notwendigkeit einer vertikalen Integration von Versicherungs- und Reparaturleistungen, August 2001, erschienen in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 53. Jg. (2001), 47. Sonderheft, S. 207 – 231.
- No 1: **Martin Nell, Andreas Richter**, The Design of Liability Rules for Highly Risky Activities – Is Strict Liability the Better Solution?, June 2001, erschienen in: International Review of Law & Economics, 23. Jg. (2003), S. 31 – 47.

For orders please contact / Kontaktadresse für Bestellungen:

Prof. Dr. Martin Nell
Geschäftsführender Direktor des
Instituts für Versicherungsbetriebslehre
Von-Melle-Park 5
D-20146 Hamburg

Tel.: +49-(0)40-42838-4014

Fax: +49-(0)40-42838-5505

E-mail: martin.nell@rrz.uni-hamburg.de

<http://www.uni-hamburg.de/fachbereiche-einrichtungen/fb03/ivb/nell.html>

Mit freundlicher Unterstützung des
Vereins zur Förderung der Versicherungswissenschaft in Hamburg e.V.