

Aliaga Lordemann, Javier

**Working Paper**

## Hodrick - Prescott, Goodwin y ciclos económicos en Bolivia

Documento de Trabajo, No. 09/11

**Provided in Cooperation with:**

Instituto de Investigaciones Socio-Económicas (IISEC), Universidad Católica Boliviana

*Suggested Citation:* Aliaga Lordemann, Javier (2011) : Hodrick - Prescott, Goodwin y ciclos económicos en Bolivia, Documento de Trabajo, No. 09/11, Universidad Católica Boliviana, Instituto de Investigaciones Socio-Económicas (IISEC), La Paz

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/72789>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*



*Instituto de Investigaciones Socio Económicas*

Documento de Trabajo No. 09/11  
Agosto 2011

**Hodrick – Prescott, Goodwin y Ciclos  
Económicos en Bolivia**

*por:*  
*Javier Aliaga Lordemann, et.al*

## **Hodrick – Prescott, Goodwin y Ciclos Económicos en Bolivia**

### **Resumen**

Los ciclos económicos no tienen un comportamiento idéntico en el corto y largo plazo, mostrando que no existe equilibrio ni de corto ni largo plazo. La causa principal de la inestabilidad es la incidencia de las fuerzas exógenas en la economía doméstica. Un posible aumento de estas fuerzas exógenas, hace que los ciclos del producto sean cada vez más inestables.

La interacción del acelerador con la propensión marginal a ahorrar y los tiempos que se dedican a la producción de nuevos bienes de capital y consumo, pueden minimizar el efecto de las fuerzas exógenas. La interacción anteriormente mencionada se la puede aproximar como el *ambiente de la inversión*; cuanto más alta esta sea, mayor será la posibilidad de reducir posibles shocks externos.

**Palabras clave:** Ciclos Económicos, Equilibrio, Estabilidad, Corto Plazo, Largo Plazo, Acelerador, No Linealidad, Inestabilidad, Caos.

**Clasificación:** C62, E32

## 1. Introducción

El descubrimiento de que ciertos fenómenos de dinámica económica, en particular los ciclos persistentes (continuos) no pueden ser enfrentados efectivamente por medio de modelos lineales, ha llevado a un creciente número de investigadores a hacer uso de métodos de análisis no lineal. Según Navarro (2002), esto es necesario para un profundo entendimiento del comportamiento complejo de sistemas dinámicos.

Equilibrio estable e inestabilidad, incluso ciclos límites, son revelados ahora, más que como una configuración, en un más rico y complejo universo teórico. Tan pronto como la linealidad ha sido dejada, incluso un modelo simple puede mostrar un comportamiento muy complicado.

Encontrar causalidad entre series puede ser, en algunos casos bastante simple; pero el análisis no lineal permite una mejor aproximación entre algunas variables. Es decir que la causalidad y los supuestos de muchos modelos pueden ser bastante aceptables, pero la forma de aproximación de estos modelos a una forma lineal, limita el análisis y puede llevar a teorías equivocadas.

Goodwin (1951) desarrolló un modelo no lineal. Goodwin enfatiza la importancia de la inversión como generador de ciclos económicos. El modelo de Goodwin tiende a ser estable a pesar de ser no lineal. Recientemente Chian (2007) se basa en Lorenz y Nusse, los cuales reconstruyen el modelo y muestran que el caos está presente en el modelo, y este es alto en la medida que la no linealidad del modelo es elevada.

Por ello, este documento analizará los ciclos económicos en Bolivia a partir de estas nuevas consideraciones al modelo de Goodwin. Cuantificará los parámetros y obtendrá los ciclos mediante el filtro Hodrick – Prescott, y predecirá el comportamiento de estos en la economía Boliviana.

## 2. Modelo de Van der Pol forzado de Ciclos Económicos No Lineales

Goodwin óp. cit. definió una ecuación oscilatoria sobre el producto y la inversión:

$$(1) \epsilon \theta \dot{y} + (\epsilon + (1 - \alpha)\theta)y - \varphi(y) + (1 - \alpha)y = O^*(t)$$

donde  $y(t)$  es el ingreso,  $\alpha$  es la propensión marginal a consumir,  $\varphi(y)$  refleja las decisiones de inversión,  $O^*(t)$  estaría compuesto por variables exógenas en el periodo  $t + \theta$ ,  $\epsilon$  es el tiempo en que se tarda en producir nuevos bienes de consumo y  $\theta$  es el tiempo en que se tarda en la fabricación de bienes de capital. Los valores de  $\epsilon$  y  $\theta$  están expresados en años.

Chian (2007) y Matsumoto (2007), mencionan a Lorentz, Lorenz y Nusse que consideraron la siguiente generalización de la ecuación (1), la cual suponía un comportamiento caótico en el multiplicador acelerador no lineal de Goodwin.

$$(2) \ddot{x} + A(x)\dot{x} + B(x) = I(t)$$

Donde  $A(x)$  es una función par (even function) con  $A(0) < 0$ , y  $B(x)$  es una función impar (odd function) con  $B(0) = 0$ . Asumiendo que los gastos de inversión son una función periódica y continua del tiempo:

$$(3) I(t) = a \sin(\omega t)$$

Donde  $a$  es la amplitud de la fuerza exógena y  $\omega$  la frecuencia de la fuerza exógena, y

$$(4) A(x) = \mu(x^2 - 1), B(x) = x$$

Obtenemos un modelo de Van der Pol forzado de ciclos económicos no lineales.

$$(5) \ddot{x} + \mu(x^2 - 1)\dot{x} + x = a \sin(\omega t)$$

De acuerdo a estas consideraciones se podría aproximar la ecuación (1) a la siguiente expresión:

$$(6) \epsilon \theta \ddot{z} + (\epsilon + (1 - \alpha)\theta)\dot{z} - \varphi(z) + (1 - \alpha)z = a \sin(\omega t + b)$$

Asumiremos que  $a \sin(\omega t + b)$  es el componente no lineal de la tendencia del Producto, donde  $a$  está compuesto por fuerzas exógenas (exogenous forces),  $\omega$  es la frecuencia de dicha fuerza exógena;  $b$  refleja el periodo en el cual comienza dicha fuerza exógena.

Aproximando (6) a la ecuación de Van der Pol se tiene:

$$(7) \ddot{z} + [v - \epsilon - (1 - \alpha)\theta](\dot{z}^2 - 1)\dot{z} + z = a \sin(\omega t + b)$$

donde  $v$  es el acelerador no lineal.

### 3. Modelo Econométrico

La tendencia Hodrick – Prescott es una tendencia no lineal. Por tanto una manera de expresar dicha tendencia puede ser:

$$(8) y_{hp} = c + \gamma t + NLT$$

donde  $y_{hp}$  es la tendencia Hodrick – Prescott,  $c + \gamma t$  es la tendencia lineal y  $NLT$  es el componente no lineal de la tendencia Hodrick – Prescott.

Se debe tratar de aproximar  $NLT$  a una forma funcional. De acuerdo a las ecuaciones (6) y (7),  $NLT$  sería:

$$(9) \quad NLT = a \sin(\omega t + b)$$

#### 4. Resultados

En Aliaga, Rubin de Celis y Villegas (2011) se muestran los siguientes resultados para  $\alpha$ ,  $\epsilon$  y  $\theta$ :

**Tabla 1. Parámetros en su forma Estructural del Modelo de Goodwin**

$\alpha$	0.82314
$\epsilon$	0.27933
$\theta$	13.0603

Fuente: Elaboración propia

Asimismo la estimación del acelerador se detalla en la siguiente tabla:

**Tabla 2. Acelerador No Lineal del Modelo de Goodwin**

V	4.32977
R <sup>2</sup>	0.76536
R <sup>2</sup> Ajustado	0.76536

Fuente: Elaboración propia

##### 4.1. Componente No Lineal

El cálculo del componente no lineal se lo realizó a partir de la expresión (8) a través de una regresión lineal, para así poder obtener el componente no lineal.

La serie  $NLT$  presenta problemas de raíz unitaria, por tanto la expresión (9) se tuvo que diferenciar dos veces para poder usar variables estacionarias en la regresión.

**Tabla 3. Parámetros del Componente No Lineal de la Tendencia**

$a$	0.05116
$w$	0.34623
$b$	2.11664
R <sup>2</sup>	0.54992
R <sup>2</sup> Ajustado	0.51391

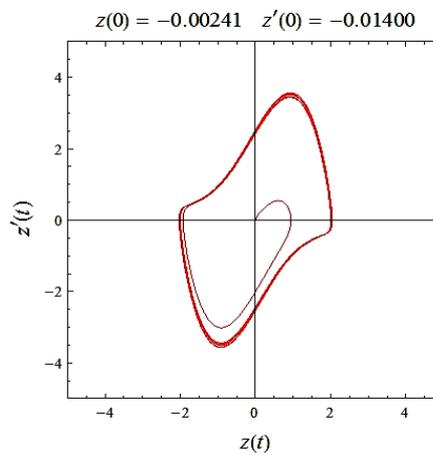
Fuente: Elaboración propia

## 4.2. Ciclos Límite y Ciclo Económicos

Los ciclos límite nos permiten, analizar la estabilidad del modelo. Tradicionalmente la estabilidad estaba dada por la coexistencia de múltiples ciclos económicos y saber cuáles eran estables o no, era posible a través de la bifurcación de Hopf. Debido a la presencia de este componente no lineal se podría decir que este distorsiona de manera significativa la estabilidad del modelo.

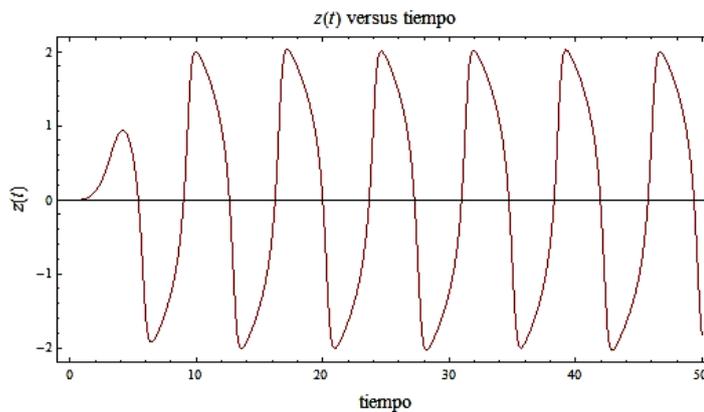
Se graficó el ciclo límite y los ciclos económicos para Bolivia a partir de la ecuación (7). Las condiciones iniciales que se establecieron se obtuvieron a partir los ciclos obtenidos por el filtro Hodrick – Prescott. Los valores de  $z(0)$  corresponden al año 2009 y  $z'(0)$  es la diferencia entre el año 2009 y 2008.

**Gráfico 11. Ciclo Límite**



Fuente: Elaboración propia

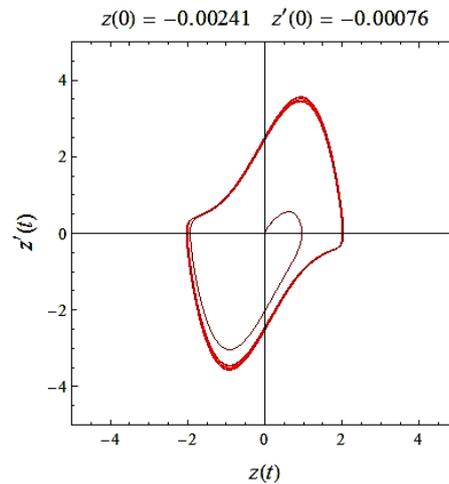
**Gráfico 2. Ciclos Económicos**



Fuente: Elaboración propia

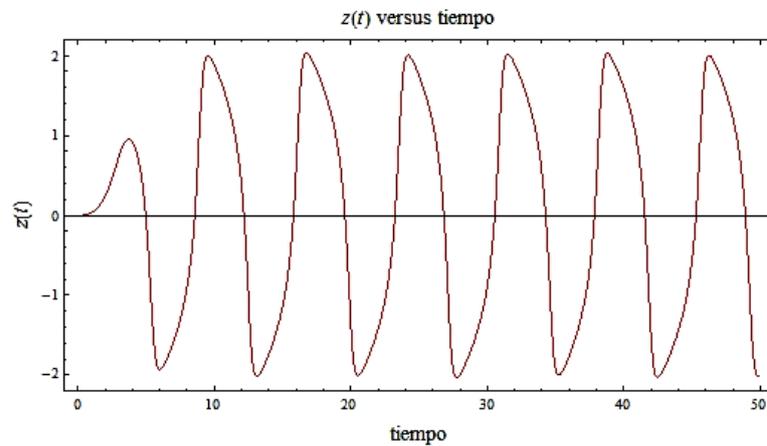
Sin embargo existe una sobredimensión de  $z'(0)$ , por lo que es necesario reducir el valor de  $z'(0)$ .

**Gráfico 3. Ciclo Límite con Variación Menor de  $Z'(0)$**



Fuente: Elaboración propia

**Gráfico 4. Ciclos Económicos con Variación Menor de  $Z'(0)$**

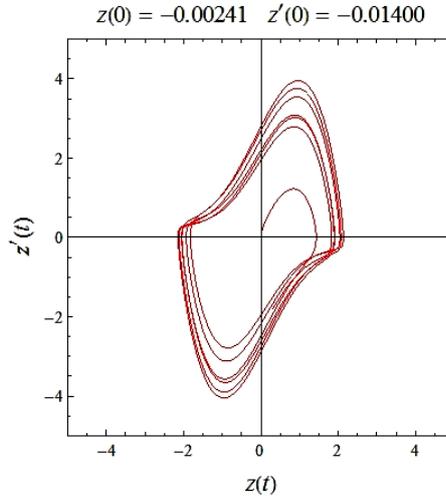


Fuente: Elaboración propia

Los casos anteriores muestran una solución inestable, es decir que se observan desvíos en las trayectorias de los ciclos límite.

La solución es inestable y se observa de mejor forma en los ciclos límite; una solución estable se da cuando la fuerza exógena es igual a cero. Al ser diferente de cero esta es inestable aunque no es caótica. Para ejemplificar de mejor manera se amplía el valor de las fuerzas exógenas y se puede advertir el comportamiento inestable, como se muestra a continuación.

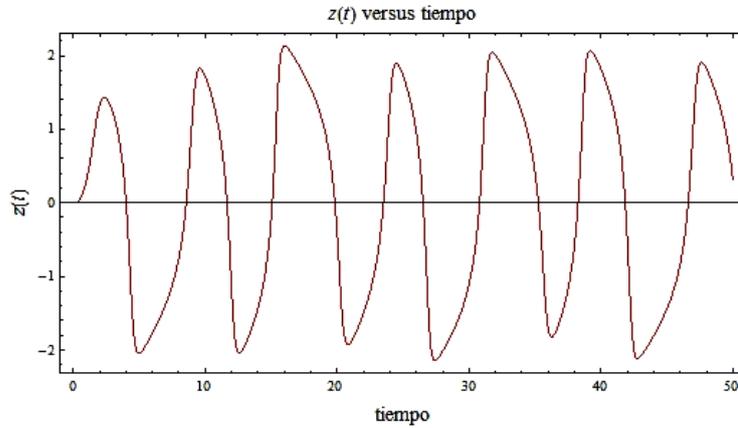
**Gráfico 5. Ciclos con un Valor Mayor a 0.05 de las Fuerzas Exógenas**



Fuente: Elaboración propia

Esta ejemplificación confirma las primeras dos situaciones de ciclos límite y ciclos económicos mencionados con anterioridad, confirmando la inestabilidad de los ciclos económicos.

**Gráfico 6. Ciclos Económicos con un Valor Mayor a 0.05 de las Fuerzas Exógenas**



Fuente: Elaboración propia

## 5. Conclusiones

La complejidad en el análisis de los ciclos económicos se da sobre todo por la presencia de una tendencia no lineal como es la tendencia Hodrick – Prescott. Los ciclos económicos no tienen un comportamiento idéntico en el corto y largo plazo, mostrando que no existe equilibrio de corto y largo plazo. La causa principal de la inestabilidad en el caso boliviano

sería la incidencia de las fuerzas exógenas en la economía doméstica. Un posible aumento de estas fuerzas exógenas, hace que los ciclos del producto sean cada vez más inestables.

La interacción del acelerador con la propensión marginal a ahorrar y los tiempos que se dedican a la producción de nuevos bienes de capital y consumo, pueden minimizar el efecto de las fuerzas exógenas. La interacción anteriormente mencionada se la puede aproximar como el *ambiente de la inversión*; cuanto más alta esta sea, mayor será la posibilidad de reducir posibles shocks externos.

En Bolivia el *ambiente de inversión* es bajo con respecto a la incidencia de las fuerzas exógenas, porque estas últimas logran distorsionar el equilibrio de corto y largo plazo.

## Referencias

- Ackley, Gardner. 1970. "Teoría Macroeconómica". The Macmillan Company. 1° Ed. Unión Tipográfica. Editorial hispano-americana.
- Aliaga, J., Raúl Rubín de Celis y Horacio Villegas Quino. 2011. "El Modelo de Goodwin. Ciclos Económicos e Inversión en Bolivia", Revista Latinoamericana de Desarrollo Económico.
- Chian, Abraham C.-L. 2007. "Complex Systems Approach to Economic Dynamics". Berlin: Springer-Verlag.
- Chiang, Alpha C. 1996. "Métodos Fundamentales de Economía Matemática". 3° Ed. McGraw-Hill. Madrid.
- Costain, James. 2005. "Apuntes sobre PIB y hechos estilizados". Universidad Carlos III de Madrid.
- Hodrick, Robert, and Edward C. Prescott. 1997. "Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation". Journal of Money, Credit, and Banking.
- Goodwin, R. M. 1951. "The Nonlinear Accelerator and the Persistence of Business Cycles," *Econometrica*, Vol.19, 1-17.
- Greene, William. 2002. "Econometric Analysis". 5° Ed. Prentice Hall.
- Maravall, Agustín, y Ana del Rio. 2001. "Time Aggregation and the Hodrick-Prescott Filter". Banco de España.
- Maravall, Agustín, y Ana del Rio. 2007. "Temporal Aggregation, Systematic Sampling, and the Hodrick-Prescott Filter". Banco de España.
- Matsumoto, Akio, y Suzuki, Mami. 2006. "Coexistence of Multiple Business Cycles in Goodwin's 1951 model". The Institute of Economic Research. Chuo University.
- Matsumoto, Akio. 2007. "Note on Goodwin's 1951 Nonlinear Accelerator Model with an Investment Lag". The Institute of Economic Research. Chuo University.
- Navarro, Jesus. 2002. "No linealidad y dinámica económica: algunos comentarios". Revista venezolana de análisis de coyuntura. Universidad Central de Venezuela.
- Zhang, W. 2005. "Differential Equations, Bifurcations, and Chaos In Economics". World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.