

Konsequenzen des Zins- und Einkommensrisikos auf das wirtschaftliche Wachstum

Christiane Clemens und Susanne Soretz***

Diskussionspapier Nr. 221

März 1999

Zusammenfassung

Der vorliegende Beitrag analysiert den Einfluß von aggregierten Produktivitätsschocks auf die intertemporale Entscheidung risikoaverser Agenten. Dabei stehen insbesondere die Auswirkungen auf das langfristige Wachstum der Ökonomie im Vordergrund der Betrachtungen. Es wird gezeigt, daß neben der Höhe der individuellen Risikoneigung auch die Quelle der stochastischen Einkommen eine wesentliche Determinante für die Wirkungsrichtung der Zufallseinflüsse ist. Eine Erhöhung der Ersparnis beeinflußt sowohl den Erwartungswert als auch die Volatilität zukünftiger Einkommensströme. Aus diesem Grund führt das Zinsrisiko zu einem anderen individuellen Anpassungsverhalten als das Einkommensrisiko.

ISSN 0949 – 9962

JEL Klassifikation: D8, O4

Keywords: Endogenes Wachstum, Konjunktur, Einkommensunsicherheit

*Universität Hannover — Institut für Volkswirtschaftslehre, Abteilung Wachstum und Verteilung, Königsworther Platz 1, 30 167 Hannover, e-mail: clemens@vwl.uni-hannover.de

**Universität Lüneburg, Fachbereich Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, Scharnhorststr. 1, 21 332 Lüneburg, e-mail: soretz@uni-lueneburg.de

1 Vorbemerkungen

Die moderne makroökonomische Theorie hat in den vergangenen Jahren mehrere entscheidende Veränderungen erfahren. So wird mittlerweile mehrheitlich der Betrachtung von allgemeinen Gleichgewichtsmodellen der Vorrang vor partialanalytischen Ansätzen gegeben. Dieses geschieht mit der Begründung, daß auf diese Weise wechselseitige Rückwirkungen zwischen den einzelnen Märkten adäquat berücksichtigt werden können. Daneben ist es ein heute weit akzeptierter Standard, makroökonomische Phänomene aus den individuellen Entscheidungen und Plänen rationaler Wirtschaftssubjekte heraus zu begründen. Sowohl die moderne Konjunktur- als auch die Wachstumstheorie zeigen als wesentlichen Bestandteil diese Mikrofundierung ökonomischer Verhaltensweisen in dem methodischen Rahmen eines Cass-Koopmans-Ramsey-Modells. Ebenso ist ihnen die Einbettung in den Kontext einer allgemeinen Gleichgewichtsanalyse gemein.

Unverändert hat sich jedoch die traditionelle Sichtweise auf die beiden Phänomene erhalten, daß die Wirtschaft einer langfristigen stetigen Entwicklung — dem sogenannten Trend — folgt, der von Störungen überlagert wird. Die konjunkturellen Schwankungen werden als Abweichungen vom Trend interpretiert. Im Hinblick auf die Dauer ihrer Wirkung werden transitorische und permanente Störungen unterschieden, wobei allerdings die Aufmerksamkeit zumeist der ersten Kategorie gilt. Diese Auffassung bedeutet jedoch implizit auch, daß es keine Wechselwirkungen zwischen Trend und zyklischen Schwankungen gibt, folgerichtig also beide Phänomene isoliert voneinander betrachtet werden können.

In der von Kydland und Prescott (1982) sowie Long und Plosser (1983) begründeten neuklassischen Konjunkturtheorie — der Theorie realer Konjunkturzyklen — findet die oben beschriebene Sichtweise ihren Niederschlag darin, daß die makroökonomischen Modelle in der Regel trendbereinigt werden, um die Schwankungen in den Mittelpunkt der Analyse zu stellen. Im Gegensatz dazu sind die Wachstumsmodelle jüngerer Datums, der sogenannten endogenen Wachstumstheorie nach Romer (1986) oder Lucas (1988), überwiegend deterministisch abgefaßt, was gerade dem Konzept eines störungsfreien glatten Trends entspricht.

Die auf diese Weise vollzogene analytische Trennung von Konjunktur- und Wachstumstheorie beruht somit auf einer einseitigen Schwerpunktsetzung in bezug auf transitorische Phänomene und wird besonders von Prescott (1986) in Frage gestellt. Er vertritt den Standpunkt, daß es auch von empirischer Seite keine stichhaltigen Anhaltspunkte dafür gibt, daß Produktivitätsschocks in einem schwankungsfreien Wachstum der Produktionsmenge resultieren. Für die Bundesrepublik Deutschland wird diese Auffassung durch empirische Arbeiten von Neusser (1991) und Reimers (1991) gestützt. Die Vereinigung der Analyse volkswirtschaftlichen Wachstums und nicht prognostizierbarer Schwankungen der Produktivität in einem einzigen Theorierahmen erlaubt dann, die Auswirkungen von Fluktuationen auf den langfristigen Trend zu berücksichtigen und hebt die Dichotomie zwischen den beiden Bereichen auf.

Die Konjunkturerklärung der RBC-Theorie stützt sich auf exogene Schocks als Auslöser der Schwankungen, wobei sich die Mehrzahl der Arbeiten auf technologische Unsi-

cherheit als Quelle des konjunkturellen Phänomens konzentrieren. Der Produktivitätsschock wird empirisch über das sogenannte Solow-Residuum motiviert. Dieses wird häufig als Maß für den technischen Fortschritt interpretiert und steht für den Teil der Wachstumsrate der Ökonomie, der nicht modellendogen erklärt werden kann. Die Zeitreihe des Solow-Residuums wird demzufolge als beobachtete Realisationen des stochastischen Technologieprozesses aufgefaßt. Die Transmission der Störungen über die Zeit erfolgt dabei durch Änderungen im mikroökonomischen Entscheidungskalkül der Wirtschaftssubjekte, also zum einen durch ihre periodenübergreifende Konsum-Ersparnis-Entscheidung sowie zum anderen durch ihr intertemporales Arbeitsangebotsverhalten. Grundsätzlich stellen jedoch bei der hier zugrundeliegenden Konjunkturerklärung alle Reaktionen der makroökonomischen Variablen transitorische Anpassungen an einen langfristigen, (trend-) stationären Zustand dar. Ein permanenter Effekt der Zufallsstörungen auf das Niveau des technischen Fortschritts wäre erst unter der Annahme eines stochastischen Trends — einem Random Walk mit Drift — gegeben.

Die moderne Wachstumstheorie setzt an einem anderen Aspekt des Solow-Residuums an, der Exogenität des technischen Fortschritts. Bis Mitte der achtziger Jahre vermochten die Erklärungsansätze wirtschaftlichen Wachstums nicht, ohne Rückgriff auf modellexogene Größen die stilisierten Fakten des Wachstums zu erklären. Hierzu zählen besonders das empirisch beobachtbare dauerhafte Wachstum der Pro-Kopf-Einkommen und der Kapitalintensität sowie der konstante Grenzertrag des Kapitals.

Den Kern der Neuerung in der Wachstumstheorie bilden erweiternde Annahmen im Hinblick auf die der Volkswirtschaft zugrundeliegende Produktionstechnologie. Beispielfhaft sei hier der Ansatz von Romer (1986) genannt, in dem technisches Wissen die Charakteristika eines öffentlichen Gutes aufweist und direkt einen positiven externen Effekt auf die gesamtwirtschaftliche Kapitalproduktivität induziert, wohingegen bei Lucas (1988) der Humankapitalsektor explizit modelliert wird. Ein anderer Ansatz ist derjenige von Barro (1990), in dem die produktive Wirkung von Staatsausgaben im Vordergrund der Betrachtungen steht. Die wesentliche Gemeinsamkeit aller Ansätze ist, daß über einen nicht abnehmenden Grenzertrag der akkumulierbaren Faktoren die Bedingungen für ein anhaltendes Wachstum der Pro-Kopf-Einkommen gegeben sind.

Erst in jüngerer Zeit hat die Verknüpfung von konjunktur- und wachstumstheoretischen Fragestellungen beispielsweise durch die Arbeiten von Cazzavillan (1996), Smith (1996a) oder Collard (1999) größere Aufmerksamkeit erhalten. Gestützt werden diese Arbeiten durch eine der auffälligsten Regelmäßigkeiten der empirischen Makroökonomik, derzufolge die gesamtwirtschaftlichen Konsumausgaben im Zeitablauf weniger stark schwanken als das gesamtwirtschaftliche Einkommen. Der Vermögensbildung kommt dabei, wie Carroll und Samwick (1997) in ihrer Untersuchung verdeutlichen, die Aufgabe zu, einen ungleichmäßigen Einkommensstrom in einen regelmäßigeren Konsumstrom zu transferieren.

Die beiden wichtigsten Erklärungsansätze für dieses Phänomen sind die Permanent-Einkommenshypothese sowie die Lebenszyklushypothese. Im Zuge der empirischen Überprüfung der Permanent-Einkommenshypothese kommt Hall (1978) zu dem Ergebnis, daß der Pro-Kopf-Konsum näherungsweise einem Random Walk folgt. Die von ihm

formulierte Vermutung des sicherheitsäquivalenten Konsums vermag jedoch nicht, ein weiteres empirisches Phänomen zu erklären. Dabei handelt es sich Hubbard, Skinner und Zeldes (1993) zufolge um das Ergebnis, daß die von Hall verwendete Modellklasse systematisch das aggregierte Vermögen unterschätzt. Die Autoren ziehen daraus, ebenso wie Skinner (1988) und Zeldes (1989) den Schluß, daß entscheidende Determinanten in den Modellen sicherheitsäquivalenten Konsums vernachlässigt werden. Als mögliche Einflußfaktoren nennen sie neben dem Vererbungsmotiv insbesondere das Motiv zur Bildung von Vorsichtersparnis. Gerade für letzteres gibt es nach Hall und Mishkin (1982) sowie Caballero (1990) starke empirische Indizien. Hall und Mishkin (1982) führen sogar 56% der innerhalb eines Lebenszyklus erfolgten Vermögensbildung auf das Vorsichtsmotiv zurück.

Auf theoretischer Ebene wurde das Phänomen Vorsichtersparnis erstmals von Leland (1968), Sandmo (1970) sowie Drèze und Modigliani (1972) analysiert. Die Autoren argumentieren, daß der risikoaverse Haushalt bei der Wahl seines intertemporalen Konsumstroms 'Zurückhaltung' übt. Er versucht auf diese Weise, sich sowohl gegen die erwartete Unsicherheit als auch gegen die Volatilität zukünftiger Einkommensströme auf dem Kapitalmarkt über die Zeit selbst zu versichern. Von besonderer Bedeutung für das Auftreten von Vorsichtersparnis ist dabei Sandmo (1970) zufolge die Quelle der Unsicherheit und der Grad der individuellen Risikoaversion. Er unterscheidet zwischen Zinsrisiko — oder auch Kapitalrisiko — auf der einen Seite und dem Einkommensrisiko auf der anderen, welches beispielsweise aus unsicheren Löhnen resultiert.

Der Zusammenhang zwischen diesen Erkenntnissen und dem Problem der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung ergibt sich unmittelbar, wenn berücksichtigt wird, daß im Kontext der modernen Wachstumstheorie die Wachstumsrate der Ökonomie eine endogen bestimmte Funktion aller Faktoren ist, die Einfluß auf die individuelle Ersparnis nehmen. Die Integration von Unsicherheit in den Modellrahmen endogenen Wachstums — beispielsweise über die Annahme exogener Produktivitätsschocks — kann dann zunächst die gewünschte Verknüpfung zwischen Konjunktur- und Wachstumstheorie herbeiführen und darüberhinaus am Beispiel des Phänomens der Vorsichtersparnis demonstrieren, daß beide Fragestellungen nicht unabhängig voneinander diskutiert werden können.

Mit den Beiträgen von Greenwood und Jovanovic (1990), Devereux und Smith (1994) sowie Obstfeld (1994) richtete sich das Interesse bei den vorliegenden Arbeiten zu Wachstum unter Unsicherheit jedoch vorrangig auf den Zusammenhang zwischen Wachstum und (internationaler) Risikostreuung. Einen weiteren Forschungsschwerpunkt bildete die Analyse der Wirkungen fiskalpolitischer Maßnahmen, beispielsweise in den Beiträgen von Turnovsky (1993, 1997), Smith (1996b), Clemens und Soretz (1997, 1998b), Corsetti (1997) und Clemens (1999b).

Weniger Aufmerksamkeit galt hingegen der Frage, welchen Einfluß die Art des zugrundeliegenden Risikos auf das langfristige Wachstum einer Volkswirtschaft hat. Dieser Aspekt rekurriert also unmittelbar auf die von Sandmo (1970) hervorgehobene Unterscheidung zwischen Kapital- und Einkommensunsicherheit.

Um zu verdeutlichen, welche Rolle der Riskanz verschiedener Einkommensquellen bei der Bestimmung des gleichgewichtigen Wachstumspfades einer Volkswirtschaft mit nicht-antizipierbaren Schwankungen der Produktivität zukommt, werden zwei endogene

Wachstumsmodelle gegenübergestellt: Zum einen wird das AK-Modell nach Jones und Manuelli (1990) oder Rebelo (1991) betrachtet, in dem der Kapitalstock als „broad measure of capital“ aufgefaßt wird, das sowohl physisches als auch Humankapital in sich vereint. In diesem Modell unterliegt der Haushalt ausschließlich einem Kapitalrisiko. Zum anderen wird eine stochastische Variante des Ansatzes von Romer (1986) diskutiert, in der neben physischem Kapital sowie technischem Wissen auch der Faktor Arbeit in der Produktion eingesetzt wird. Neben dem Zinsrisiko ist das risikoaverse Wirtschaftssubjekt in diesem Modellrahmen auch einem Einkommensrisiko ausgesetzt.

Zentrales Anliegen wird dabei sein zu klären, (a) welche Faktoren entscheidenden Einfluß auf das langfristige Wachstum der Volkswirtschaft nehmen und (b) wie sie bei der Bestimmung der Wachstumsrate zusammenwirken.

Der Beitrag beginnt im folgenden Abschnitt 2 mit der allgemeinen Darstellung des intertemporalen Entscheidungsproblems eines risikoaversen Wirtschaftssubjektes. In Abschnitt 3 werden die abgeleiteten Ergebnisse konkret um die Spezifika der beiden oben benannten Produktionstechnologien erweitert. Abschnitt 4 vergleicht die Resultate der beiden Modelle, wobei — der oben diskutierten Fragestellung entsprechend — der Schwerpunkt auf den Konsequenzen der Annahme bzw. des Ausschlusses bestimmter Einkommensquellen liegen wird. In Abschnitt 5 werden die Ergebnisse kurz zusammengefaßt. Technische Details finden sich in Anhang A.

2 Das Ausgangsmodell

In diesem Kapitel soll zunächst auf allgemeine Weise das intertemporale Entscheidungsproblem risikoaverser Wirtschaftssubjekte vorgestellt werden, deren Vermögensakkumulation stochastischen Einflüssen unterliegt. Die Ökonomie besteht aus einem Kontinuum $[0, 1]$ unendlich lang lebender Individuen. Diese sind homogen, das heißt im Hinblick auf ihre Präferenzen und Ausstattungen identisch. Jeder Agent maximiert seinen intertemporalen Erwartungsnutzen gemäß der von Neumann–Morgenstern Nutzenfunktion

$$\mathcal{V}(0) = E_0 \int_0^{\infty} U[C(t)] e^{-\beta t} dt. \quad (1)$$

Einziges Argument des Lebenszeitnutzens (1) ist der Konsumstrom $C(t)$, von dem angenommen wird, daß er keinen unmittelbaren stochastischen Einflüssen unterliegt. E_0 bezeichnet den bedingten mathematischen Erwartungswert, gegeben die Informationen zum Zeitpunkt 0. Der Koeffizient $\beta > 0$ steht für die Zeitpräferenzrate. Die Periodennutzenfunktion $U[C(t)]$ ist streng konkav und dreifach stetig differenzierbar, mit streng positivem aber abnehmenden Grenznutzen. Sie ist von der Form konstanter relativer Risikoaversion (CRRA):

$$U[C(t)] = \begin{cases} \frac{C(t)^{1-\rho}}{1-\rho} & \text{für } \rho > 0, \rho \neq 1, \\ \ln C(t) & \text{für } \rho = 1. \end{cases} \quad (2)$$

Der Parameter ρ bezeichnet das Maß der relativen Risikoaversion nach Arrow sowie Pratt und entspricht unter den hier getroffenen Annahmen über die Periodennutzenfunktion dem Kehrwert der intertemporalen Substitutionselastizität.

Die homogenen Individuen verfügen über zwei Möglichkeiten, Ersparnisse zu bilden. Sie können in physisches Kapital $K(t)$ investieren, wobei davon ausgegangen wird, daß in jedem Zeitinkrement die Ökonomie einem in der Zeit identisch und unabhängig verteilten Hicks–neutralen Technologieschock unterliegt. Die Kapitalerträge folgen damit einem stochastischen Prozeß. Die Alternative zur Realkapitalhaltung besteht in dem Erwerb von risikolosen ewigen Anleihen $B(t)$. Diese werden mit der momentanen, sicheren und konstanten Ertragsrate i verzinst. Bei Thesaurierung der Erträge folgt $B(t)$ dann der Differentialgleichung

$$dB(t) = iB(t) dt. \quad (3)$$

Über den Technologieschock werden folgende Annahmen getroffen: Die Zufallseinflüsse werden durch einen Wiener–Prozeß $z(t)$ abgebildet. Es handelt sich hierbei um einen zeitkontinuierlichen Markov–Prozeß. Für das Inkrement $dz(t)$ dieses Prozesses wird angenommen, daß $dz(t) = \varepsilon_t \sqrt{dt}$. Bei der Innovation ε_t handelt es sich um eine standardnormalverteilte, seriell unkorrelierte Zufallsvariable. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ist stationär. Für den stochastischen Prozeß gilt somit $dz(t) \sim \mathcal{N}(0, \sigma dt)$, mit dem stochastischen Integral

$$z(t) = z(0) + \int_0^t dz(s). \quad (4)$$

Es handelt sich hierbei um ein aggregiertes Risiko.¹ Alle Individuen der Ökonomie sind von den Schocks in gleichem Ausmaß betroffen, das heißt, es gibt auf nationaler Ebene keine Möglichkeit, das Produktionsrisiko zu versichern.

Auf die zusätzliche Betrachtung von personenspezifischen, den sogenannten idiosynkratischen Risiken soll in diesem Beitrag vereinfachend verzichtet werden. Eine Integration idiosynkratischer Risiken in das Modell ist zumeist mit dem Problem verbunden, daß über aggregierte Größen keine Aussagen mehr getroffen werden können. Das Auftreten individueller Einkommensrisiken erfordert zusätzlich die explizite Betrachtung eines intratemporalen Kreditmarktes, wobei dann (a) das Problem der Beobachtbarkeit der Schocks und — damit verbunden — der Anreizkompatibilität der Kontrakte auftritt, sowie (b) die markträumenden Preise von der Vermögensverteilung abhängen. Diese wäre in in dem hier zugrundeliegenden stochastischen dynamischen Modell ebenso wie bei Lucas (1992) endogen, so daß, wie Phelan (1994) anmerkt, in der Regel auf analytischem Wege keine Lösungen mehr bestimmt werden können.²

¹Ebenso gebräuchlich ist die Bezeichnung soziales Risiko.

²Wird von identisch und unabhängig verteilten, vollständig beobachtbaren idiosynkratischen Risiken ausgegangen, kann gezeigt werden, daß diese nur das Niveau der gleichgewichtigen Wachstumsrate der Ökonomie beeinflussen (Clemens 1999a). Die Ergebnisse weisen somit im Vergleich zur hier diskutierten Modellannahme aggregierter Schocks keine qualitativen Unterschiede auf.

Unter den getroffenen Annahmen folgt der Kapitalstock der Ökonomie einem stochastischen Prozeß, dessen Differential wie folgt definiert ist

$$dK(t) = \psi(t) K(t) dt + \sigma_K(t) K(t) dz(t). \quad (5)$$

$\psi(t)$ repräsentiert den momentanen Drift- und $\sigma_K(t)$ den momentanen Diffusionskoeffizienten. Sind beide zeit- und zustandsunabhängige Funktionen der Modellparameter, wird die Kapitalakkumulation durch eine homogene stochastische Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten beschrieben, welche die Übergangswahrscheinlichkeiten für $K(t)$ vollständig bestimmen. Der zugrundeliegende Prozeß ist eine einfache Brownsche Bewegung mit Drift.³ Die Kapitalakkumulation folgt einem stochastischen Trend, das heißt, die Technologieschocks lösen nicht ausschließlich temporäre sondern über die Zeit anhaltende (permanente) Effekte aus.

Der Produktionsfaktor Arbeit $L(t)$ wird unelastisch angeboten, ist konstant über die Zeit und wird vereinfachend auf eins normiert. Unter der Annahme eines Hicks-neutralen Produktivitätsschocks werden die beiden Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital gleichermaßen von den technologischen Störungen betroffen. Somit stellt auch das Lohn Einkommen für den Haushalt eine unsichere Größe dar.

Das Gesamtvermögen $W(t)$ eines Haushalts ergibt sich als Summe des Finanzvermögens und des Realkapitalbestands

$$W(t) = B(t) + K(t), \quad (6)$$

so daß die Vermögensakkumulation durch die folgende intertemporale Budgetrestriktion des Agenten beschrieben werden kann:

$$dW(t) = [iW(t) + (r - i)K(t) + \omega - C(t)] dt + dw(t). \quad (7)$$

Dabei bezeichnet r die erwartete reale Ertragsrate des physischen Kapitals, ω den erwarteten Lohnsatz und $dw(t) = [rK(t) + \omega] dz(t)$ den stochastischen Vermögensprozeß.⁴ Die Vermögensvarianz ergibt sich dann als $\sigma_W^2 = \frac{E(dw)^2}{dt}$.

Das Optimierungsproblem des einzelnen Agenten besteht nun darin, seinen Konsumstrom über die Zeit und die optimale Aufteilung des Vermögens auf die beiden Aktiva zu bestimmen, so daß er seinen erwarteten Lebenszeitnutzen (1) unter der intertemporalen Budgetrestriktion (7) maximiert

$$\begin{aligned} \max_{C, K, W} \quad & \mathcal{V}(0) = E_0 \int_0^\infty U(C) e^{-\beta t} \\ \text{u. N.} \quad & dW = [iW + (r - i)K + \omega - C] dt + dw \\ \text{und} \quad & K(0) = K_0 > 0 \quad \text{gegeben und nichtstochastisch.} \end{aligned} \quad (8)$$

³Der Prozeß wird auch als geometrische Brownsche Bewegung bezeichnet und ist das zeitkontinuierliche Gegenstück zu einem Random Walk mit Drift.

⁴Zur Vereinfachung der Notation wird im folgenden auf die explizite Schreibweise $f(\cdot, t)$ verzichtet.

Im folgenden repräsentiert die Wertefunktion $V[W(t), t]$ den maximierten Lebenszeitnutzen, das heißt die Wohlfahrt des Haushalts. Im Hinblick auf die formalen Eigenschaften der Wertefunktion wird davon ausgegangen, daß sie reellwertig, streng konkav und dreifach stetig differenzierbar sowie additiv-separabel in der Zeit ist. Unter Berücksichtigung des Diskontfaktors kann sie dann wie folgt definiert werden:

$$V[W(t), t] = e^{-\beta t} J[W(t)]. \quad (9)$$

Das Hinzuziehen der Wertefunktion zur Bestimmung der notwendigen Bedingungen des obigen Optimierungsproblems ist die gängige Vorgehensweise bei der Lösung dieses Modelltyps. Sie liegt darin begründet, daß die Vermögensakkumulation einem stochastischen Prozeß folgt, der zwar stetig aber nicht nach der Zeit differenzierbar ist. Das stochastische Differential der Wertefunktion wird unter Anwendung von Itô's Lemma ermittelt und führt unter Berücksichtigung von (8) zu der folgenden Zielfunktion

$$\max_{C, K, W} \mathcal{L} = e^{-\beta t} \left\{ U(C) + -\beta J(W) + J'(W)[iW + (r-i)K + \omega - C] + \frac{1}{2} \sigma_W^2 J''(W) \right\}. \quad (10)$$

Ableiten von (10) nach C, K und W ergibt die notwendigen Bedingungen für ein Maximum, aus denen sich die optimalen Werte für Konsum und Kapitalhaltung wie folgt ermitteln lassen, wenn zusätzlich die oben getroffene Annahme einer Periodennutzenfunktion mit konstanter relativer Risikoaversion berücksichtigt wird^{5,6}

$$C^* = [J'(W)]^{-1/\rho}, \quad (11)$$

$$K^* = -\frac{J'(W)}{J''(W)} \cdot \frac{r-i}{r^2 \sigma^2} - \frac{\omega}{r}. \quad (12)$$

Die optimalen Werte für Konsum und physisches Kapital sind Funktionen der ersten beiden Ableitungen $J'(W)$ und $J''(W)$ der Wertefunktion. Einsetzen dieser Werte in die Ableitung der Zielfunktion (10) nach dem Vermögen führt zu einer stochastischen Differentialgleichung in $J(W)$:⁷

$$0 = J'(W)(i - \beta) + J''(W) \left[iW - \frac{(r-i)^2}{r^2 \sigma^2} \cdot \frac{J'(W)}{J''(W)} - J'(W)^{-1/\rho} \right] + \frac{1}{2} J'''(W) \frac{(r-i)^2}{r^2 \sigma^2} \cdot \frac{[J'(W)]^2}{[J''(W)]^2}. \quad (13)$$

Wegen der Annahme additiver Separabilität und aufgrund des unendlichen Planungshorizontes der Wirtschaftssubjekte wird aus der partiellen Differentialgleichung eine normale, so daß es mit der hier unterstellten Modellspezifikation möglich ist, eine geschlossene Lösung explizit zu ermitteln. Die Vorgehensweise ist dabei üblicherweise, für die Funktion $J(W)$ eine Lösungsvermutung aufzustellen.

⁵Vgl. hierzu Anhang A.

⁶Der optimale Wert des Finanzvermögens ergibt sich dann residual als $W - K$.

⁷Die entsprechende Ableitung findet sich in Gleichung (A.3) in Anhang A.

Die Lösungshypothese für dieses Modell ist, daß auf dem gleichgewichtigen Wachstumspfad der Ökonomie sowohl die Konsumquote aus Vermögen μ als auch die Portfolioanteile des realen Vermögens n und des Finanzvermögens $1 - n$ konstant über die Zeit sind, was bedeutet

$$C^* = \mu W^*, \quad K^* = n W^*, \quad B^* = (1 - n) W^* \quad \text{mit } \mu, n = \text{konstant.} \quad (14)$$

Erweist sich die Lösungsvermutung als richtig, wird der Steady-State durch nichtstochastische Funktionen der Modellparameter beschrieben. Die hier postulierte Lösung ermöglicht, aus den Bedingungen 1. Ordnung und der funktionalen Form der Periodennutzenfunktion die Ableitungen der Wertefunktion zu ermitteln (s. Anhang A). Eingesetzt in (12) und (13) ergeben sich dann die optimale erwartete Konsumquote aus Vermögen und die optimale Portfoliowahl wie folgt:

$$\mu = \frac{\beta}{\rho} + \frac{\rho - 1}{\rho} \left[i + \frac{1}{2} \frac{(r - i)^2}{\rho r^2 \sigma^2} \right] + \frac{i \omega}{r W}, \quad (15)$$

$$n = \frac{r - i}{\rho r^2 \sigma^2} - \frac{\omega}{r W}. \quad (16)$$

Die Lösungsvermutung wird bestätigt, wenn nach dem Einsetzen der Faktorpreise beide Größen aus (15) und (16) unabhängig von der Höhe des Vermögens sind. Dieses ist bislang noch nicht gegeben, wie unmittelbar aus den Gleichungen zu ersehen ist. Jedoch implizieren CRRA-Präferenzen in Verbindung mit im folgenden zu treffenden Annahmen über die Technologie, daß bei einem zum Vermögen proportionalen Lohnsatz die optimale Portfolioaufteilung invariant gegenüber der Höhe des Vermögens ist.

Die Höhe der Konsumquote wird zum einen von den noch zu bestimmenden Marktpreisen determiniert, das heißt von den Ertragsraten der Anleihe und des physischen Kapitals sowie dem Lohnsatz. Zum anderen gehen die Parameter der Nutzenfunktion in die optimale Konsumwahl ein. Die Betrachtung des erwarteten Portfolioanteils n zeigt ein vergleichbares Ergebnis.

Die Konsumneigung aus Vermögen kann in zwei Komponenten zerlegt werden. Der Teil, der unabhängig von der Technologievarianz ist, soll im folgenden als Driffterm bezeichnet werden. Die zweite Komponente — der sogenannte Diffusionsterm — spiegelt mit der Varianz des Technologieschocks gerade die Reaktion der Haushalte auf die Einkommensunsicherheit wider. Er wird in seinem Vorzeichen und damit in seiner Wirkungsrichtung entscheidend durch die Höhe des relativen Risikoaversionsmaßes ρ beeinflusst.

Bei der Bestimmung der Höhe des erwarteten Portfolioanteils kommt dem Ertragsdifferential $r - i$ zwischen den beiden Anlagealternativen eine entscheidende Rolle zu. Je stärker dieses ausfällt, desto größer ist auch der Portfolioanteil des physischen Kapitals. Es geht bereits aus Gleichung (16) hervor, daß die Verzinsung des physischen Kapitals über der Anleihenverzinsung liegen muß, damit überhaupt riskantes Realkapital von den Agenten gehalten wird.

Die optimalen Werte für die Konsumquote und den Portfolioanteil können nun benutzt werden, um die Wachstumsrate des Vermögens zu bestimmen. Zu diesem Zweck werden

(15) und (16) in die Budgetrestriktion (7) eingesetzt. Wegen der Annahmen über den stochastischen Vermögensprozeß gilt $E[dw] = 0$, so daß nach Bilden der Erwartungswerte für die erwartete Wachstumsrate $\psi = E(dW)/(W dt)$ folgt:

$$\psi = \frac{1}{\rho}(i - \beta) + \frac{1}{2}(\rho + 1) \frac{(r - i)^2}{\rho^2 r^2 \sigma^2}. \quad (17)$$

Auch die erwartete Wachstumsrate setzt sich aus einer Drift- und einer Diffusionskomponente zusammen. Sie wird ausschließlich von den exogen gegebenen Modellparametern und den Marktpreisen determiniert und ist aufgrund der konstanten relativen Risikoaversion unabhängig von dem Niveau des Vermögens.

3 Technologie und Marktgleichgewicht

Für eine Fortführung der Analyse ist es erforderlich, die noch ausstehenden Größen, das heißt die Marktpreise r, i und ω , zu ermitteln. Dabei ist es zunächst für die Bestimmung des makroökonomischen Gleichgewichts notwendig, konkrete Annahmen über die Produktionstechnologie zu treffen, da diese in der neoklassisch geprägten, modernen dynamischen Makrotheorie über die Höhe der Faktorentlohnung entscheidet. Wie bereits einleitend erwähnt, sollen vergleichend zwei verschiedene Spezifikationen der Technologie in den bereits vorhandenen Modellrahmen integriert werden.

Es handelt sich hierbei zum einen um die lineare Technologie vom sogenannten AK-Typ und zum anderen um die von Romer (1986) verwendete Produktionsfunktion mit externen Effekten in der Humankapitalakkumulation. Beiden Produktionstechnologien ist gemein, daß über einen nichtabnehmenden Grenzertrag des Kapitals die Voraussetzungen für dauerhaftes Wachstum der Pro-Kopf-Einkommen gegeben sind. Die Wachstumsrate der Ökonomie ist eine endogen bestimmte Funktion der Strukturparameter des Modells.

Der Einsatz der linearen Technologie in einem Modell endogenen Wachstums geht auf Jones und Manuelli (1990) sowie Rebelo (1991) zurück, wurde aber im stochastischen Kontext bereits von Eaton (1981) diskutiert. Ihrer Verwendung liegt ein weit definierter Kapitalbegriff zugrunde, wonach der aggregierte Kapitalstock der Ökonomie ein Kompositum aus diversen produktiven Kapitalgütern ist, zu denen neben dem physischen Kapital auch das Humankapital und die öffentliche Infrastruktur gezählt werden. Im Rahmen eines AK-Modells stellt das Zinseinkommen die einzige Einkommensquelle des Haushalts dar. Demzufolge ist dieser im Zuge des Auftretens von Produktivitätsschocks in der Terminologie von Sandmo (1969, 1970) einem Kapitalrisiko oder auch Zinsrisiko ausgesetzt.

Unter der Annahme Hicks-neutraler Technologieschocks kann die Produktionsfunktion wie folgt formuliert werden:

$$dY^{AK} = \gamma K (dt + dz). \quad (18)$$

Die Stromgröße dY ist der Momentanoutput des Unternehmerhaushalts.⁸ Der Koeffizient $\gamma > 0$ repräsentiert den Niveauparameter der Produktion.⁹ K ist der Kapitalstock der Ökonomie, wobei zu berücksichtigen ist, daß aufgrund der Normierung der Bevölkerungsgröße auf eins aggregierte und durchschnittliche (individuelle) Größen übereinstimmen.

Die zweite, der Analyse zugrundeliegende Technologie geht auf Überlegungen von Arrow (1962) und Romer (1986) zurück und wird unter der sogenannten learning-by-doing-Hypothese subsumiert. Es wird ein positiver Zusammenhang zwischen der Produktivität eines einzelnen Unternehmens und der kumulierten Investition der gesamten Industrie vermutet. Mit dem gesamtwirtschaftlichen Kapitalstock wächst auch das in der Ökonomie verfügbare technische Wissen. Dieses weist die Charakteristiken eines öffentlichen Gutes auf, das heißt, es zeichnet sich durch Nichtrivalität in der Nutzung aus, und ein Ausschluß ist nicht möglich. Die individuellen Investitionen in Humankapital generieren einen externen Effekt, infolgedessen der soziale Grenzertrag des Kapitals über dem privaten liegt. Die Agenten vermögen nicht, das Ertragsdifferential zu internalisieren, mit der Folge, daß in der Ökonomie systematisch zu wenig akkumuliert wird. Unter der Annahme des multiplikativen Produktivitätsschocks ergibt sich die Technologie des Arrow-Romer-Modells folgendermaßen:

$$dY^{AR} = \gamma K^\alpha (LA)^{1-\alpha} (dt + dz), \quad \alpha \in (0, 1). \quad (19)$$

dY bezeichnet wie oben den Momentanoutput und γ den Niveauparameter. L ist das unelastische Arbeitsangebot, das annahmegemäß auf eins normiert wird. Der Harrod-neutrale Wachstumsparameter A repräsentiert den Bestand des technischen Wissens und wächst mit den Realkapitalinvestitionen. Im makroökonomischen Gleichgewicht gilt $A = K$. Auf aggregierter Ebene ist die Produktionsfunktion überlinear homogen, wohingegen auf individueller Ebene mit konstanten Skalenerträgen bezüglich der akkumulierbaren und nicht-akkumulierbaren Faktoren produziert wird. Mit dieser Formulierung können die Produktionsfaktoren nach ihrem Grenzprodukt entlohnt werden, und das Eulersche Theorem ist erfüllt. Im Gegensatz zur AK-Technologie unterliegt der Haushalt bei der Produktionsfunktion (19) nicht nur einem Kapitalrisiko. Auch die Entlohnung des Produktionsfaktors Arbeit ist eine unsichere Größe, so daß in der Terminologie von Sandmo (1970) das Individuum darüberhinaus einem Einkommensrisiko ausgesetzt ist.

Mit den auf diese Weise konkretisierten Produktionsbedingungen ist es nun möglich, Aussagen über die Ertragsraten der Produktionsfaktoren und über das makroökonomische Gleichgewicht zu treffen. Bei einer Entlohnung nach dem Grenzprodukt ergibt sich die erwartete Realkapitalverzinsung des AK-Modells als:

$$r^{AK} = \gamma, \quad (20)$$

⁸Die Schreibweise folgt damit der üblichen Notation für zeitkontinuierliche stochastische Prozesse. $Y(t)$ ist die kumulierte Produktion des Zeitpunktes t .

⁹Der Parameter γ steht somit für das A der AK-Technologie und wird hier verwendet, um Mißverständnisse an späterer Stelle zu vermeiden, da auch die zweite Produktionsfunktion einen Niveauparameter aufweist.

wohingegen die Produktionsfaktoren des Arrow–Romer–Modells im makroökonomischen Gleichgewicht folgendermaßen entlohnt werden:

$$r^{AR} = \alpha\gamma, \quad (21)$$

$$\omega = (1 - \alpha)\gamma K. \quad (22)$$

Werden die erwarteten Grenzprodukte der Produktionsfaktoren in die Optimalbedingungen für die Konsumquote (15) und den Portfolioanteil des Realkapitals (16) eingesetzt, ergeben sich als neue (technologiespezifische) Werte für die beiden Größen

$$\mu^{AK} = \frac{\beta}{\rho} + \frac{\rho - 1}{\rho} \left[i + \frac{1}{2}(\gamma - i)n^{AK} \right], \quad (23)$$

$$n^{AK} = \frac{\gamma - i}{\rho\gamma^2\sigma^2} \quad (24)$$

sowie

$$\mu^{AR} = \frac{\beta}{\rho} + \frac{\rho - 1}{\rho} i + (\gamma - i)n^{AR} - \frac{1}{2}(\rho + 1)(n^{AR})^2\gamma^2\sigma^2, \quad (25)$$

$$\text{und } n^{AR} = \frac{\alpha\gamma - i}{\rho\alpha\gamma^2\sigma^2}. \quad (26)$$

Die Gleichungen (23) bis (26) zeigen für beide der zugrundegelegten Produktionsfunktionen die Richtigkeit der oben aufgestellten Lösungshypothese (14). In beiden Modellen sind die Konsumquote aus Vermögen und der Portfolioanteil konstante Funktionen der Präferenz- und Technologieparameter des Modells.

Im Hinblick auf das im vorangehenden Abschnitt dargestellte Optimierungsproblem lassen sich an dieser Stelle somit folgende erste Ergebnisse festhalten: Unter Unsicherheit erstreckt sich die intertemporale Entscheidung des Agenten auf zwei Bereiche. Zum einen legt er mit der Wahl der optimalen Konsum–Ersparnis–Allokation die absolute Höhe seines Vermögens fest. Zum anderen entscheidet er auf dem Kapitalmarkt über die optimale Anlagestrategie zwischen riskanten und sicheren Vermögenswerten. Grundsätzlich können diese beiden Entscheidungen nicht unabhängig voneinander getroffen werden, wie aus den Gleichgewichtswerten für die beiden Konsumquoten unmittelbar zu ersehen ist. Das risikoaverse Individuum plant, über die Zeit einen konstanten Anteil seines Vermögens zu konsumieren, der jedoch in seiner Höhe auch von der optimalen Portfoliowahl bestimmt wird. Die Portfolioaufteilung selbst wird hingegen von der Konsumententscheidung nicht beeinflusst. Diese grundsätzlichen Merkmale der Modelle liegen wesentlich in der Annahme von CRRA–Präferenzen begründet, bei denen der Grad der individuellen Risikoaversion invariant gegenüber dem Vermögensniveau ist. Ein weiterer wichtiger Einflußfaktor ist die Markov–Eigenschaft des zugrundeliegenden stochastischen Prozesses, die besagt, daß historische Realisationen der Technologieschocks keinen Einfluß auf das zukünftige Verhalten haben, wenn die Gegenwart bekannt ist; mithin keine Pfadabhängigkeit vorliegt.

Die für die beiden endogenen Wachstumsmodelle abgeleiteten Ergebnisse entsprechen damit den Schlußfolgerungen, die von Merton (1969, 1973) sowie Samuelson (1969)

aus der Analyse des intertemporalen Consumption–Based Capital Asset Pricing Model (C–CAPM) gezogen wurden.

An dieser Stelle angelangt, ist der sichere Zins i die einzige unbestimmte Größe des Modells. Mit den oben getroffenen Annahmen über die Quelle der Unsicherheit handelt es sich bei den Produktivitätsschocks um ökonomieweite, das heißt aggregierte Fluktuationen des Outputs, denen alle Wirtschaftssubjekte gleichermaßen ausgesetzt sind. Wird von Aktivitäten auf den internationalen Kapitalmärkten abstrahiert, ist es nicht möglich, die auftretenden Einkommensschwankungen auf nationaler Ebene zu streuen.¹⁰ Folgerichtig muß bei Abwesenheit eines nationalen Kreditmarktes das gesamtwirtschaftliche Vermögen gleich dem aggregierten Kapitalstock sein, das heißt $K = W$.¹¹ Aus dem optimalen Wert für den Portfolioanteil des physischen Kapitals läßt sich für den Fall $n = 1$ derjenige sichere Zinssatz als Sicherheitsäquivalent des riskanten Kapitalertrags ermitteln, für den das risikoaverse Wirtschaftssubjekt gerade indifferent zwischen einer Investition in Realkapital oder in Finanzkapital ist

$$i^{AK} = \gamma - \rho\gamma^2\sigma^2, \quad (27)$$

$$i^{AR} = \alpha\gamma - \rho\alpha\gamma^2\sigma^2. \quad (28)$$

Die jeweilige Arbitragebedingung für den sicheren Zins bestätigt das bereits an früherer Stelle angedeutete Ergebnis, daß ein risikoaverser Agent sich nur bei Erhalt einer Risikoprämie bereit erklärt, physisches Kapital zu halten. Die erwartete Realkapitalrendite übersteigt das sichere Zinsniveau, wobei der Risikoaufschlag dem zweiten Term auf der rechten Seite von (27) und (28) entspricht. Die Höhe des Zuschlags wird entscheidend durch den Risikograd selbst — gemessen durch die Varianz des Technologieschocks — und durch die Höhe der Risikoaversion bestimmt. Diese theoretische Erkenntnis findet ihre empirische Entsprechung unter anderem in den Untersuchungen von Mehra und Prescott (1985). In dem von ihnen zugrundegelegten Beobachtungszeitraum hat die durchschnittliche Ertragsrate des U. S.–amerikanischen Aktienmarktes die Durchschnittsrendite der staatlichen Anleihen um 6.2%–Punkte überstiegen.¹²

Eine Betrachtung der Gleichungen (27) und (28) zeigt weiter, daß die sicheren Zinsen der beiden endogenen Wachstumsmodelle um den Faktor α voneinander abweichen. An dieser Stelle wird relevant, daß die Wirtschaftssubjekte des Arrow–Romer–Modells ihren individuellen Beitrag zur Humankapitalakkumulation nicht in ihrer Investitionsentscheidung berücksichtigen. Somit fällt nicht nur die Realkapitalrendite sondern auch der sichere Zins im Vergleich zum Pareto–effizienten Wachstumspfad geringer aus. Dieses Ergebnis

¹⁰Die Wohlfahrtseffekte der Kapitalmarktintegration werden von Obstfeld (1994) und van Wincoop (1994, 1999) diskutiert.

¹¹Es wird damit gleichzeitig davon ausgegangen, daß auch der Staat keine Versicherung über den Kapitalmarkt anbietet. Die Erweiterung des Modellrahmens um staatliche Aktivitäten diskutieren Eaton (1981), Corsetti (1997) sowie Clemens und Soretz (1997, 1998b).

¹²Die Autoren kommen zu dem Schluß, daß die — auch dem hier diskutierten Modellrahmen zugrundeliegende — Erwartungsnutzenhypothese nur bei immens hohen Werten des Risikoaversionsmaßes vermag, ein derart hohes Ertragsdifferential zu erklären. Sie sprechen aus diesem Grund auch von einem „equity premium puzzle“.

spiegelt sich ebenso in der gleichgewichtigen Wachstumsrate der Ökonomie wider. Die Arbitragebedingungen für den sicheren Zins zusammen mit der Bedingung $n = 1$ können benutzt werden, um für beide Modelle die makroökonomischen Gleichgewichtswerte der Konsumquote und der erwarteten Wachstumsrate zu bestimmen:

$$\mu^{AK} = \frac{\beta}{\rho} + \frac{\rho-1}{\rho}\gamma + \frac{1}{2}(1-\rho)\gamma^2\sigma^2, \quad (29)$$

$$\mu^{AR} = \frac{\beta}{\rho} + \frac{\rho-\alpha}{\rho}\gamma + \gamma^2\sigma^2\left(\alpha - \frac{\rho+1}{2}\right) \quad (30)$$

sowie

$$\psi^{AK} = \frac{1}{\rho}(\gamma - \beta) + \frac{1}{2}(\rho - 1)\gamma^2\sigma^2, \quad (31)$$

$$\text{und} \quad \psi^{AR} = \frac{1}{\rho}(\alpha\gamma - \beta) + \gamma^2\sigma^2\left(\frac{\rho+1}{2} - \alpha\right). \quad (32)$$

Die Wachstumsraten lassen sich ebenso wie die Konsumquoten in eine Drift- und eine Diffusionskomponente zerlegen. Der jeweilige Driftterm stimmt mit der entsprechenden Wachstumsrate des deterministischen Modells überein. Im Gegensatz zur Theorie unter Sicherheit ist es allerdings keine hinreichende Bedingung für positives Wachstum der Pro-Kopf-Einkommen, wenn die Kapitalertragsrate die Zeitpräferenzrate übersteigt. Zusätzlich muß noch das Vorzeichen des Diffusionsterms berücksichtigt werden, der gerade den individuellen Reflex auf die Einkommensschwankungen repräsentiert. Seine Höhe wird in beiden Modellen entscheidend von dem Grad der Risikoaversion beeinflusst. Im Arrow-Romer-Modell ist jedoch zusätzlich die partielle Produktionselastizität α von Bedeutung. Anhand der Gleichungen (29) bis (32) ist leicht zu überprüfen, daß die Konsumquote des Arrow-Romer-Modells diejenige des AK-Modells nur übersteigt, respektive die Wachstumsrate geringer ausfällt, wenn der sichere Zins positiv ist. Somit werden im stochastischen Kontext die Erkenntnisse der deterministischen Modelle nur unter weitergehenden, den zulässigen Lösungsraum einschränkenden Bedingungen repliziert.

An dieser Stelle kann zunächst als zentrales Ergebnis festgehalten werden, daß die Integration von Unsicherheit in Form von nicht antizipierbaren Schwankungen der Produktivität Auswirkungen auf das langfristige Wachstum — den Trend — der Volkswirtschaft hat. Damit wird die wechselseitige Unabhängigkeit in der Betrachtung der Phänomene Konjunktur und Wachstum durchbrochen. Welchen Einfluß dabei die Art des Risikos auf die qualitative Gestalt der makroökonomischen Gleichgewichtswerte hat und unter welchen Bedingungen bestimmte Verhaltensweisen der Wirtschaftssubjekte generiert werden, wird im nächsten Abschnitt eingehender erörtert.

4 Vorsichtersparnis bei Kapital- und Einkommensrisiko

Die erwarteten gleichgewichtigen Wachstumsraten (31) und (32) sind zeitinvariante Funktionen der Strukturparameter der beiden Modelle. Es handelt sich hierbei um die Präferenzparameter β und ρ sowie um die Parameter der Produktionsfunktionen γ und σ , beziehungsweise bei (32) zusätzlich um den Koeffizienten α . Mit einer Erhöhung der Zeitpräferenzrate β geht die Wachstumsrate der Ökonomie zurück, da der Haushalt dem Gegenwartskonsum eine größere Bedeutung zumißt und infolgedessen über eine geringere Akkumulation seine zukünftigen Konsummöglichkeiten einschränkt. Die Diskontrate erscheint nur im Driftterm und repliziert das bereits aus der deterministischen Theorie bekannte Ergebnis.

Ein höherer Niveauparameter γ führt im Driftterm aufgrund der damit einhergehenden Steigerung des Kapitalertrags eindeutig zu einer Steigerung der Wachstumsrate. Die Realkapitalhaltung wird attraktiver, so daß der Haushalt Konsum durch Ersparnis substituiert. Die Reaktion der Wachstumsrate auf eine Erhöhung der Varianz des Kapitalstocks $\gamma^2 \sigma^2$ ist hingegen nicht eindeutig, weil das Vorzeichen des Diffusionsterms beider Wachstumsraten maßgeblich durch die Höhe des relativen Risikoaversionsindex bestimmt wird.

Auch das Maß der relativen Risikoaversion ist in beiden Komponenten der Wachstumsrate vertreten. Im Driftterm erscheint es jedoch mit seinem Kehrwert, der intertemporalen Substitutionselastizität. Diese ist ein Maß für die vom Haushalt präferierte zeitliche Aufteilung des Konsums. Je geringer die intertemporale Substitutionselastizität ist — das heißt, je höher ρ ist — desto weniger sind die Individuen bereit, von einem über die Zeit gleichmäßigen Konsumstrom abzuweichen und Gegenwarts- gegen Zukunftskonsum zu substituieren. Dieser Sachverhalt äußert sich dementsprechend in einer geringeren Wachstumsrate der Ökonomie.

Im Gegensatz dazu führt eine Steigerung der Risikoaversion zu einer Erhöhung des Diffusionsterms und damit zu einer Zunahme der Wachstumsrate. Auch dieses hängt mit den besonderen Eigenschaften der hier verwendeten Präferenzspezifikation einer isoelastischen Nutzenfunktion zusammen. Mit der Annahme (2) ist verbunden, daß der Grenznutzen konvex im Konsum ist, das heißt $U'''(C) > 0$. Infolgedessen erhöht Unsicherheit den erwarteten Grenznutzen. Um die Einhaltung der Euler-Gleichung zu gewährleisten, muß der erwartete Zukunftskonsum im Vergleich zum Gegenwartskonsum steigen. Je höher die Risikoaversion ist, um so stärker fällt diese Reaktion auf die Unsicherheit aus.

Die isoelastische Nutzenfunktion zeigt einige für die ökonomische Analyse angenehme Eigenschaften. Bei der Optimierung über einen unendlichen Zeithorizont ist es unter der Annahme isoelastischer Präferenzen möglich, für den hier diskutierten Modelltyp geschlossene Lösungen zu ermitteln. Die Gleichgewichtswerte der makroökonomischen Variablen sind konstante Funktionen der Modellparameter. Von Nachteil bei der ökonomischen Interpretation erweist sich jedoch die Identität zwischen dem Maß der relativen Risikoaversion und der Grenznutzenelastizität, deren Kehrwert die intertemporale Substitutionselastizität ist. Letztendlich werden diese Größen durch einen einzigen Parameter

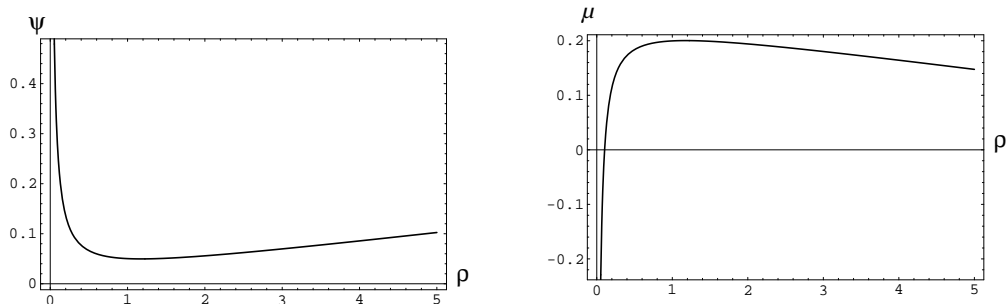


Abbildung 1: Wachstum, Konsum und Risikoneigung

abgebildet.¹³ Die Unmöglichkeit, bei CRRA-Nutzenfunktionen die Risikoneigung von der intertemporalen Substitutionalität zu trennen, ist darin begründet, daß bei der Erwartungsnutzenhypothese nach v. Neumann/Morgenstern der Nutzen sowohl in der Zeit als auch über die Zustände additiv ist. Die Wirtschaftssubjekte gewichten die Periodennutzen verschiedener Zustände mit den subjektiven Eintrittswahrscheinlichkeiten auf die gleiche (multiplikative) Weise, wie der Diskontfaktor zu einer Gewichtung der Periodennutzen in verschiedenen Zeitpunkten beiträgt. Aus diesem Grund erscheint die relative Risikoaversion in den makroökonomischen Variablen sowohl im Drift- als auch im Diffusionsterm. Der gegenläufige Einfluß des Risikoparameters auf die Wachstumsrate und die Konsumquote ist in Abbildung 1 veranschaulicht. Für geringe Werte von ρ überwiegt der Einfluß der Substitutionselastizität $1/\rho$ und die Wachstumsrate geht zurück. Für höhere Werte überwiegt der Risikoeffekt bei der Bestimmung der Wachstumsrate, die mit steigenden ρ wieder zunimmt. Die Konsumquote zeigt naturgemäß einen spiegelbildlichen Verlauf.

Im folgenden soll sich jedoch die Analyse auf das Vorzeichen des Diffusionsterms konzentrieren, der die Anpassung der Wirtschaftssubjekte an das technologische Risiko reflektiert. Der Term ist positiv, wenn das Individuum ein Motiv zur Bildung von Vorsichtersparnis hat. Die erwartete Wachstumsrate der Ökonomie übersteigt dann die unter Sicherheit gewählte. Wie bereits einleitend erwähnt, versucht das risikoaverse Wirtschaftssubjekt, sich durch eine vermehrte Akkumulation auf den Kapitalmärkten über die Zeit selbst zu versichern, um somit seinen Konsumstrom zu glätten.

Insbesondere die Untersuchungen von Sandmo (1970) verdeutlichen den Zusammenhang zwischen der Höhe der Risikoneigung und der Art des zugrundeliegenden Risikos. Er untersucht in einem Zwei-Perioden-Modell die Reaktion des Haushaltes auf eine Änderung des Einkommens- bzw. Zinsrisikos mittels eines Mean-Preserving Spread, das heißt einer erwartungswerterhaltenden Zunahme der Varianz.

Bei Vorliegen reiner Zinsunsicherheit ist die Reaktion des Konsumenten auf eine Zunahme des Risikos unbestimmt, da Einkommens- und Substitutionseffekt gegenläufige Vorzeichen aufweisen. Der intertemporale Einkommenseffekt wirkt eindeutig positiv auf die Ersparnis, das heißt der Agent würde als Reaktion auf die größere Unsicherheit seinen Gegenwartskonsum senken und somit Vorsichtersparnis bilden. Gleichzeitig reagiert der

¹³Zur Kritik an dieser Formulierung vgl. Epstein und Zin (1989, 1991) sowie Weil (1989).

Konsument auf die größere Volatilität des zukünftigen Einkommens jedoch auch mit einer Einschränkung der Ressourcen, die er einem Verlustrisiko aussetzt. Der intertemporale Substitutionseffekt wirkt dementsprechend negativ auf die Ersparnis und führt zu einer Reduktion der Wachstumsrate. Im Fall des Zinsrisikos bleibt somit offen, welcher der beiden Effekte letztendlich überwiegt. Aus der Annahme konstanter relativer Risikoaversion folgt, daß der Nettoeffekt aus positivem Einkommens- und negativem Substitutionseffekt ausschließlich von der Höhe des Maßes ρ bestimmt wird. Für den Fall unsicherer Zinseinkommen wird nur Vorsichtersparnis gebildet, wenn das Maß der relativen Risikoaversion den Wert Eins übersteigt, das heißt $\rho > 1$. In dieser Situation wird der positive Einkommenseffekt eines höheren Risikos den negativen Substitutionseffekt der größeren Volatilität zukünftiger Kapitalerträge überkompensieren.¹⁴

Diese Schlußfolgerungen bestätigen sich in der erwarteten Wachstumsrate (29) bzw. der erwarteten Konsumquote (31) des AK-Modells. Da dort das aufgrund des Produktivitätsschocks unsichere Kapitaleinkommen die einzige Einkommensquelle darstellt, wird auch das Vorzeichen des Diffusionsterms ausschließlich durch den Koeffizienten der relativen Risikoaversion bestimmt. Die Situation der Vorsichtersparnis korrespondiert somit mit $\rho > 1$, wohingegen Sicherheitsäquivalenz bei $\rho = 1$ gegeben ist.¹⁵ Im dritten möglichen Fall, $\rho < 1$, wird das risikoaverse Wirtschaftssubjekt seinen Konsum bei Risiko sogar über das unter Sicherheit optimale Niveau hinaus erhöhen. Die Wachstumsrate fällt dementsprechend geringer aus.

Betrachtet man im Gegensatz dazu die erwartete Wachstumsrate (30) sowie die erwartete Konsumquote (32) des Arrow-Romer-Modells, zeigt sich ein anderes Bild. In diesem Modell trifft der Produktivitätsschock alle Produktionsfaktoren gleichermaßen.¹⁶ Aus diesem Grund unterliegt der Haushalt sowohl einem Zinsrisiko in bezug auf seine Kapitalerträge als auch einem Einkommensrisiko im Hinblick auf sein Lohneinkommen.

Sandmo (1970) kommt für den Fall des reinen Einkommensrisikos zu dem Ergebnis, daß ein Motiv zur Bildung von Vorsichtersparnis eindeutig bei abnehmender absoluter Risikoaversion besteht.¹⁷ Die hier unterstellte isoelastische Nutzenfunktion weist annahmegemäß konstante relative Risikoaversion auf und somit abnehmende absolute Risikoaversion, wie sich leicht nachweisen läßt

$$\frac{dR_A}{dC} = \frac{-U'''(C) \cdot U'(C) + [U''(C)]^2}{[U'(C)]^2} = -\frac{\rho}{C^2} < 0. \quad (33)$$

Notwendig für eine abnehmende absolute Risikoaversion ist nach Leland (1968) eine positive dritte Ableitung der Nutzenfunktion, also die Konvexität des Grenznutzens. Die Nutzenfunktion vom CRRA-Typ erfüllt diese Eigenschaft. Gleichung (33) zeigt, daß unabhängig von der Höhe des Konsums abnehmende absolute Risikoaversion vorliegt und

¹⁴Vgl. zu einer ausführlichen Darstellung Clemens (1999a).

¹⁵Diese Situation ist nicht mit Risikoneutralität, das heißt $\rho = 0$ zu verwechseln.

¹⁶Die Bedeutung der Einkommensquelle wird noch betont, wenn zusätzlich Verteilungsschocks unterstellt werden, wie in Clemens und Soretz (1998a).

¹⁷Das Maß der absoluten Risikoaversion nach Arrow/Pratt ist bestimmt durch $R_A = -U''(C)/U'(C)$. Multiplikation mit C ergibt dann das Maß der relativen Risikoaversion $R_R = -U''(C)C/U'(C)$.

der Haushalt aus diesem Grund bei reinem Einkommensrisiko für jedes $\rho > 0$ und jedes Konsumniveau Vorsichtersparnis bildet.¹⁸

Da die Individuen im Fall des Arrow–Romer–Modells gleichzeitig einem Einkommens– und einem Zinsrisiko ausgesetzt sind, wird das Vorzeichen des Diffusionsterms nicht ausschließlich durch das Maß der relativen Risikoaversion bestimmt. Er enthält als weitere Variable auch die partielle Produktionselastizität α . Ein höherer Anteil des Lohn­einkommens am Gesamteinkommen und somit auch des Einkommensrisikos am Gesamtrisiko korrespondiert mit einem geringeren Wert von α . Die Größe der Produktionselastizität des Kapitals entscheidet somit über die Gewichtung, mit der die beiden beschriebenen Risikoquellen zur Bildung von Vorsichtersparnis beitragen. Diese tritt im Arrow–Romer–Modell bereits bei einer Risikoneigung von $\rho < 1$ auf. Wegen des Einflusses des Einkommensrisikos kann das Phänomen der Vorsichtersparnis für $\alpha \in (0, 1)$ bereits ab $\rho > 2\alpha - 1$ beobachtet werden. Der Fall $\rho = 1$ entspricht hier nicht der Situation sicherheitsäquivalenten Konsums, das heißt auch unter der häufig getroffenen Annahme logarithmischer Präferenzen bildet der Konsument Vorsichtersparnis. Die Kombination von Einkommensunsicherheit und der hinreichenden Bedingung $\rho > 0$ mit dem Kapitalrisiko und der zugehörigen Bedingung $\rho > 1$ führt zu der Verschiebung des Parameterintervalls, innerhalb dessen dieses Phänomen auftritt.

5 Zusammenfassung

Im Zentrum des vorliegenden Beitrags stand die Frage, welchen Einfluß aggregierte Produktivitätsschocks, die eine kumulative (permanente) Komponente aufweisen, auf das langfristige Wachstum einer Volkswirtschaft ausüben. Es konnte gezeigt werden, daß risikoaverse Wirtschaftssubjekte im Rahmen ihrer Entscheidung über die optimale intertemporale Konsumallokation die auftretende Unsicherheit berücksichtigen. Sie wählen eine Wachstumsrate ihres Vermögens, die üblicherweise von der unter Sicherheit abweicht und nur unter bestimmten Parameterkonstellationen des Modells mit ihr übereinstimmt. Als ein entscheidender Faktor für dieses Ergebnis hat sich die individuelle Risikoeinstellung erwiesen, die durch den Arrow/Pratt–Index der relativen Risikoaversion gemessen wird. Stärker risikoaverse Wirtschaftssubjekte tendieren dazu, sich durch eine erhöhte Akkumulation auf dem intertemporalen Kapitalmarkt selbst zu versichern. Im Gegensatz dazu kann eine relativ geringe Risikoneigung dazu führen, daß die Wachstumsrate des stochastischen Modells hinter der des deterministischen zurückfällt. Ein wesentliches Ergebnis ist jedoch, daß das Phänomen der Vorsichtersparnis um so früher auftritt, je größer der Anteil der Nicht–Kapitaleinkommen am Gesamteinkommen ist, daß in diesem Sinn also auch die Quelle des unsicheren Einkommens eine entscheidende Rolle spielt. Um diesen Effekt zu verdeutlichen, wurden zwei endogene Wachstumsmodelle miteinander verglichen: zum einen das AK–Modell, in dem ausschließlich ein Kapitalrisiko besteht, zum

¹⁸An dieser Stelle ist es wichtig darauf hinzuweisen, daß Risikoaversion allein noch keine hinreichende Bedingung dafür ist, daß die Ersparnis steigt. Leland (1968) selbst nennt als Gegenbeispiel die quadratische Nutzenfunktion, bei der zunehmende absolute und relative Risikoaversion vorliegt, die jedoch im Rahmen der Konsum–Ersparnis–Entscheidung sicherheitsäquivalente Ergebnisse liefert.

anderen das Arrow–Romer–Modell, in dem neben dem Kapital– auch ein Einkommensrisiko auftritt. Der wesentliche Unterschied der intertemporalen Wirkung besteht darin, daß eine Erhöhung der Ersparnis im Fall des Einkommensrisikos lediglich den Erwartungswert zukünftiger Einkommensströme beeinflußt, während sie bei Zinsrisiko auch auf deren Volatilität wirkt.

A Lösung des individuellen Optimierungsproblems

Die Bedingungen 1. Ordnung des Programms (10) lauten:

$$0 = U'(C) - J'(W) \quad (\text{A.1})$$

$$0 = J'(W)(r - i) + \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma_W^2}{\partial K} J''(W) \quad (\text{A.2})$$

$$0 = J'(W)(i - \beta) + J''(W)[iW + (r - i)K + \omega - C] + \frac{1}{2} \sigma_W^2 J'''(W) \quad (\text{A.3})$$

Die Bedingung (A.1) bestimmt zusammen mit (A.3) die optimale Konsumallokation und verlangt den Ausgleich der Grenznutzen über die Zeit. Gleichung (A.3) ersetzt dabei die sonst zumeist verwendete Bellman–Gleichung. Diese eignet sich jedoch nicht zur Lösung von Modellen, die steigende Skalenerträge in der Produktion aufweisen. Da mit dem Arrow–Romer–Modell endogenen Wachstums hier jedoch ein solcher Modellrahmen Verwendung findet, wird auf die obige Formulierung zurückgegriffen (vgl. hierzu ausführlicher Clemens (1999a)).

(A.2) repräsentiert die erforderliche Arbitragebedingung für die gleichgewichtige Portfoliowahl. Darüberhinaus muß für ein zulässiges Konsumprogramm die Transversalitätsbedingung erfüllt sein, da sonst eine Konvergenz des Nutzenintegrals (1) nicht sichergestellt ist. Sie lautet:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E_t \left[e^{-\beta t} J(W) \right] = 0 \quad (\text{A.4})$$

Man erhält (11) aus (A.1) wegen $U'(C) = C^{-\rho}$ und durch Auflösen nach C . Zur Ermittlung des optimalen Wertes von K muß die Definition der erwarteten Varianz des Technologieschocks $E(dz)^2 = \sigma^2 dt$ berücksichtigt werden. Die Ableitung der Vermögensvarianz nach K lautet dann $\frac{\partial \sigma_W^2}{\partial K} = 2r(rK + \omega)\sigma^2$. Auflösen nach K ergibt Gleichung (12) aus dem Text.

Aus der notwendigen Bedingung (A.1) und der funktionalen Form des Periodennutzens (2) folgt unmittelbar:

$$\begin{aligned} J'(W) &= U'(C) = C^{-\rho} > 0 \\ J''(W) &= U''(C) \cdot C_W = -\rho \mu C^{-(\rho+1)} < 0 \\ J'''(W) &= U'''(C) \cdot C_W^2 = \rho(\rho+1)\mu^2 C^{-(\rho+2)} > 0. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Aus (A.5) ist zu ersehen, daß die Wertefunktion die oben geforderten Eigenschaften erfüllt. Sie ist dreifach stetig differenzierbar und konkav. Einsetzen der Ableitungen in (12) und (13) ergibt die Gleichungen (15) und (16) aus dem Text.

Literatur

- Arrow, Kenneth J. (1962), The Economic Implications of Learning by Doing. *Review of Economic Studies* **29**, 155–173.
- Barro, Robert J. (1990), Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth. *Journal of Political Economy* **98** (5), 103–125.
- Caballero, Ricardo J. (1990), Consumption Puzzles and Precautionary Savings. *Journal of Monetary Economics* **25**, 113–136.
- Carroll, Christopher D. und Samwick, Andrew A. (1997), The Nature of Precautionary Wealth. *Journal of Monetary Economics* **40**, 41–71.
- Cazzavillan, Guido (1996), Public Spending, Endogenous Growth, and Endogenous Fluctuations. *Journal of Economic Theory* **71**, 394–415.
- Clemens, Christiane (1999a), *Endogenes Wachstum, Einkommensunsicherheit und Besteuerung*. Metropolis, Marburg.
- Clemens, Christiane (1999b), Income Taxation, Government Expenditure, and Stochastic Growth. Diskussionspapier, Universität Hannover, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Hannover.
- Clemens, Christiane und Soretz, Susanne (1997), Macroeconomic Effects of Income Taxation in a Model of Stochastic Growth. *Finanzarchiv, N. F.* **54** (4), 471–493.
- Clemens, Christiane und Soretz, Susanne (1998a), Risk Sharing and Factor Incomes in a Stochastic Growth Model. In: Haslinger, Franz and Stöninger–Venkatarama, Oliver (Hrsg.), *Aspects of the Distribution of Income*, pp. 371–398, Metropolis, Marburg.
- Clemens, Christiane und Soretz, Susanne (1998b), Subvention und Konsumbesteuerung bei stochastischem Wachstum. Arbeitsberichte des Fachbereichs Wirtschafts- und Sozialwissenschaften 201, Universität Lüneburg, Lüneburg.
- Collard, Fabrice (1999), Spectral and Persistence Properties of Cyclical Growth. *Journal of Economic Dynamics and Control* **23**, 463–488.
- Corsetti, Giancarlo (1997), A Portfolio Approach to Endogenous Growth: Equilibrium and Optimal Policy. *Journal of Economic Dynamics and Control* **21**, 1627–1644.
- Devereux, Michael B. und Smith, Gregor W. (1994), International Risk Sharing and Economic Growth. *International Economic Review* **35**, 535–550.
- Drèze, Jacques H. und Modigliani, Franco (1972), Consumption Decisions under Uncertainty. *Journal of Economic Theory* **5**, 308–335.
- Eaton, Jonathan (1981), Fiscal Policy, Inflation and the Accumulation of Risky Capital. *Review of Economic Studies* **48**, 435–445.
- Epstein, Larry G. und Zin, Stanley E. (1989), Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behaviour of Consumption and Asset Returns: A Theoretical Framework. *Econometrica* **57**, 937–969.
- Epstein, Larry G. und Zin, Stanley E. (1991), Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behaviour of Consumption and Asset Returns: An Empirical Analysis. *Journal of Political Economy* **99** (2), 263–286.

- Greenwood, Jeremy und Jovanovic, Boyan (1990), Financial Development, Growth, and the Distribution of Income. *Journal of Political Economy* **98**, 1076–1107.
- Hall, Robert E. (1978), Stochastic Implications of the Life Cycle–Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence. *Journal of Political Economy* **86**, 971–987.
- Hall, Robert E. und Mishkin, F. S. (1982), The Sensitivity of Consumption to Transitory Income: Estimates from Panel Data on Households. *Econometrica* **50**, 461–481.
- Hubbard, R. Glenn, Skinner, Jonathan und Zeldes, Stephen P. (1993), The Importance of Precautionary Motives in Explaining Individual and Aggregate Saving. NBER Working Paper Series 4516, National Bureau of Economic Research, Cambridge/Ma.
- Jones, Larry E. und Manuelli, Rodolfo E. (1990), A Convex Model of Equilibrium Growth: Theory and Political Implications. *Journal of Political Economy* **98**, 1008–1038.
- Kydland, Finn E. und Prescott, Edward C. (1982), Time to Build and Aggregate Fluctuations. *Econometrica* **50** (6), 1345–1370.
- Leland, Hayne E. (1968), Saving and Uncertainty: The Precautionary Demand for Saving. *The Quarterly Journal of Economics* **82**, 465–473.
- Long, John B. und Plosser, Charles I. (1983), Real Business Cycles. *Journal of Political Economy* **91**, 39–69.
- Lucas, Robert E. (1988), On the Mechanics of Economic Development. *Journal of Monetary Economics* **22**, 3–42.
- Lucas, Robert E. (1992), On Efficiency and Distribution. *The Economic Journal* **102**, 233–247.
- Mehra, Rainish und Prescott, Edward C. (1985), The Equity Premium. A Puzzle. *Journal of Monetary Economics* **15**, 145–161.
- Merton, Robert C. (1969), Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous Time Case. *The Review of Economics and Statistics* **51**, 247–257.
- Merton, Robert C. (1973), An Intertemporal Capital Asset Pricing Model. *Econometrica* **41**, 867–887.
- Neusser, K. (1991), Testing the Long–Run Implications of the Neoclassical Growth Model. *Journal of Monetary Economics* **27**, 3–37.
- Obstfeld, Maurice (1994), Risk–Taking, Global Diversification, and Growth. *The American Economic Review* **84**, 1310–1329.
- Phelan, Christopher (1994), Incentives and Aggregate Shocks. *Review of Economic Studies* **61**, 681–700.
- Prescott, Edward C. (1986), Theory ahead of Business–Cycle Measurement. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* **25**, 11–44.
- Rebelo, Sergio (1991), Long–Run Policy Analysis and Long–Run Growth. *Journal of Political Economy* **99**, 500–521.
- Reimers, H. E. (1991), *Analyse kointegrierter Variablen mittels vektorautoregressiver Modelle*. Physica–Verlag, Heidelberg.

- Romer, Paul M. (1986), Increasing Returns and Long-Run Growth. *Journal of Political Economy* **94**, 1002–1037.
- Samuelson, Paul Arthur (1969), Lifetime Portfolio Selection by Dynamic Stochastic Programming. *The Review of Economics and Statistics* **51**, 239–246.
- Sandmo, Agnar (1969), Capital Risk, Consumption, and Portfolio Choice. *Econometrica* **37** (4), 586–599.
- Sandmo, Agnar (1970), The Effect of Uncertainty on Savings Decisions. *Review of Economic Studies* **37**, 353–360.
- Skinner, Jonathan (1988), Risky Income, Life Cycle Consumption and Precautionary Savings. *Journal of Monetary Economics* **22**, 237–255.
- Smith, Todd R. (1996a), Cyclical Uncertainty, Precautionary Saving and Economic Growth. *Economica* **63**, 477–494.
- Smith, William T. (1996b), Taxes, Uncertainty, and Long-term Growth. *European Economic Review* **40** (8), 1647–1664.
- Turnovsky, Stephen J. (1993), Macroeconomic Policies, Growth, and Welfare in a Stochastic Economy. *International Economic Review* **34**, 953–981.
- Turnovsky, Stephen J. (1997), Productive Government Expenditure in a Stochastically Growing Economy. Unpublished Working Paper, University of Washington, Seattle.
- Weil, Philippe (1989), The Equity Premium Puzzle and the Riskfree Rate Puzzle. *Journal of Monetary Economics* **24**, 401–421.
- van Wincoop, Eric (1994), Welfare Gains from International Risksharing. *Journal of Monetary Economics* **34**, 175–200.
- van Wincoop, Eric (1999), How Big are the Potential Welfare Gains from International Risksharing? *Journal of International Economics* **47**, 109–135.
- Zeldes, Stephen P. (1989), Optimal Consumption with Stochastic Income: Deviations from Certainty Equivalence. *The Quarterly Journal of Economics* **104**, 275–298.