

Yacuzzi, Enrique; Martín, Fernando; Quiñones, Hugo Marcelo; Popovsky, Matías Julián

Working Paper

El diseño experimental y los métodos de Taguchi: Conceptos y aplicaciones en la industria farmacéutica

Serie Documentos de Trabajo, No. 258

Provided in Cooperation with:

University of CEMA, Buenos Aires

Suggested Citation: Yacuzzi, Enrique; Martín, Fernando; Quiñones, Hugo Marcelo; Popovsky, Matías Julián (2004) : El diseño experimental y los métodos de Taguchi: Conceptos y aplicaciones en la industria farmacéutica, Serie Documentos de Trabajo, No. 258, Universidad del Centro de Estudios Macroeconómicos de Argentina (UCEMA), Buenos Aires

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/84374>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.



UCEMA

Serie Documentos de Trabajo

UNIVERSIDAD DEL CEMA

EL DISEÑO EXPERIMENTAL Y LOS MÉTODOS DE TAGUCHI: CONCEPTOS Y APLICACIONES EN LA INDUSTRIA FARMACÉUTICA

Enrique Yacuzzi (Universidad del CEMA)

Fernando Martín (Aventis Pharma)

Hugo Marcelo Quiñones (Universidad del CEMA)

Matías Julián Popovsky (Universidad del CEMA)

Febrero 2004

WEB DE PUBLICACIONES DE LA UCEMA
[click aquí](#)

EL DISEÑO EXPERIMENTAL Y LOS MÉTODOS DE TAGUCHI: CONCEPTOS Y APLICACIONES EN LA INDUSTRIA FARMACÉUTICA

Enrique Yacuzzi (Universidad del CEMA)

Fernando Martín (Aventis Pharma)

Hugo Marcelo Quiñones (Universidad del CEMA)

Matías Julián Popovsky (Universidad del CEMA)

RESUMEN

Los orígenes del diseño experimental se remontan a las primeras décadas del siglo XX, cuando Ronald Fisher introdujo el concepto de aleatorización y el análisis de varianza. En estos últimos años, la teoría y aplicaciones del diseño de experimentos se consolidaron y expandieron y, en varias industrias, las contribuciones de Gen'ichi Taguchi, abrieron el camino de aplicaciones rutinarias.

En este documento de trabajoⁱ se presentan ejemplos hipotéticos del empleo de estas técnicas en la industria farmacéutica, tanto en situaciones de diseño como de manufactura y de servicios. El objetivo es motivar y consolidar el interés de los profesionales por estos temas, así como difundir las ideas de Taguchi sobre el diseño robusto y la función de pérdida cuadrática.

El trabajo está organizado del siguiente modo. La sección I destaca el papel del diseño experimental en la mejora de los procesos y la importancia básica del análisis de varianza. La sección II es una revisión del análisis de varianza que, a través de ejemplos numéricos, procura dar una perspectiva intuitiva de los conceptos. La sección III introduce los experimentos factoriales, con aplicaciones farmacéuticas de diseño y de servicio. El enfoque de Taguchi se esboza en la sección IV y se lo compara con los métodos tradicionales. La sección V brinda breves recomendaciones para el uso de estos métodos.

I. INTRODUCCIÓN

El diseño experimental tiene sus orígenes en los trabajos de Ronald Fisher (1890-1962), desarrollados en la Estación Agrícola Experimental de Rothamsted, en el Reino Unido, donde introdujo el concepto de aleatorización y el análisis de varianza. A lo largo de varias décadas, la teoría del diseño de experimentos y sus aplicaciones se consolidaron y expandieron, y, en años recientes, recibieron un fuerte impulso por las contribuciones de Gen'ichi Taguchi, un estadístico japonés ampliamente conocido en Occidente.

El diseño experimental estudia procesos. Puede considerarse a un proceso como una caja negra a la cual ingresan diversas variables que interactúan para producir un resultado. Las variables que ingresan al proceso se denominan variables de entrada, y el resultado, variable de salida. El nivel de la variable de salida depende de los niveles que adopten las variables de entrada, y los gerentes y técnicos se benefician al saber qué combinación de variables de entrada produce la variable de salida óptima.

La busca de combinaciones óptimas de las variables de entrada da lugar al diseño experimental, que es una prueba (o un conjunto de pruebas) durante la cual se realizan cambios sistemáticos y controlados a las variables de entrada para medir el efecto sobre la variable de salida. El diseño experimental utiliza técnicas como la regresión múltiple, la respuesta superficial y varias extensiones del análisis de varianza.

Comenzaremos este trabajo, por lo tanto, con una revisión del análisis de varianza. Por razones de espacio, la presentación no será rigurosa, y se dejarán de lado temas importantes como algunos de los supuestos del análisis y fórmulas de cálculo, la derivación de los resultados y el estudio de los residuos. Nuestro objetivo inmediato es comprender qué significa la tabla del análisis de varianza (tabla ANOVA, por sus siglas inglesas), y preparar así el terreno para entender el concepto de los experimentos factoriales. Estos experimentos estudian la respuesta para todas las combinaciones posibles de los factores de entrada y permiten investigar sistemáticamente las interacciones entre los factores.

Algunos esquemas de experimentos factoriales se aplican en la metodología de Taguchi, que enriquece el concepto de calidad y la idea de robustez de los sistemas. Este trabajo, por lo tanto, dedica algunas páginas a esta metodología y la compara con el diseño experimental tradicional. Finalmente, se ofrecen algunas recomendaciones para optar entre el diseño experimental o la metodología de Taguchi.

II. BREVE REVISIÓN DEL ANÁLISIS DE VARIANZA

Supongamos que trabajamos en una planta de acondicionamiento de productos medicinales. Junto a un sinnúmero de equipos se instalan tres blisteras recientemente reacondicionadas. El gerente de la planta quiere determinar si el rendimiento de las máquinas reparadas, medido en número de blisters defectuosos producidos por turno de trabajo, es el mismo para las tres máquinas o si, por el contrario, el rendimiento de las blisteras es desparejo. Las máquinas tuvieron, históricamente, un rendimiento fluctuante, debido a factores como la calidad de los insumos y el tipo de los blisters procesados.ⁱⁱ

Llamaremos a las tres máquinas A, B, y C. En un período determinado se toman cinco muestras al azar del número de blisters defectuosos producidos en cada máquina en una jornada. Las muestras se toman al azar para eliminar el efecto de la fluctuación aleatoria del rendimiento de las máquinas a lo largo de los días. Los resultados se muestran en la Tabla 1, donde se indica el promedio de cada muestra y su varianza. La varianza mide el grado de fluctuación de los datos correspondientes a cada máquina.

| Máquina | Número de blisters defectuosos en cada jornada muestreada | | | | | Promedio de la muestra | Varianza intra-muestra |
|----------|---|----|----|----|----|------------------------|------------------------|
| A | 48 | 50 | 51 | 47 | 54 | 50 | 7.5 |
| B | 56 | 53 | 59 | 60 | 52 | 56 | 12.5 |
| C | 55 | 51 | 53 | 51 | 50 | 52 | 4.0 |

Tabla 1. Resultados de la evaluación de tres máquinas a través de muestras aleatorias de cinco jornadas laborales elegidas al azar. La varianza de los promedios de las tres muestras es $S_{\text{promedios}}^2 = 9.33$. El promedio de las varianzas es $S_{\text{promediada}}^2 = 8.00$.ⁱⁱⁱ

Aparentemente, la máquina A produce mejores resultados que la máquina C, a juzgar por el menor número promedio de errores. Las máquinas A y C parecen producir ambas menos errores que la máquina B. Ahora bien, ¿es realmente peor el rendimiento de la máquina B? ¿O la diferencia de los promedios podría deberse simplemente al azar?

Supongamos que tomamos 15 muestras aleatorias de una misma máquina y formamos tres muestras al azar de cinco valores muestrales cada una. Los resultados se presentan en la Tabla 2. Los valores promedio de la Tabla 2 también fluctúan, a pesar de tratarse de la misma máquina, pero vale la pena preguntarse si la fluctuación de estos valores es del mismo orden de magnitud que la de la Tabla 1, o, por el contrario, si es menor. Si fueran del mismo orden, entonces, la variación del resultado entre las máquinas de la Tabla 1 también se podría atribuir al azar. De lo contrario, se podría pensar que efectivamente hay diferencias entre las máquinas.

| Muestra | Valores muestrales | | | | | Promedio de la muestra | Varianza intra-muestra |
|----------|--------------------|----|----|----|----|------------------------|------------------------|
| 1 | 51 | 54 | 50 | 53 | 47 | 51 | 7.5 |
| 2 | 52 | 51 | 54 | 59 | 49 | 53 | 14.5 |
| 3 | 51 | 53 | 53 | 53 | 50 | 52 | 2.0 |

Tabla 2. Tres muestras de cinco valores cada una que evalúan a la misma máquina. La varianza de los promedios de las tres muestras es $S_{\text{promedios}}^2 = 1.00$. El promedio de las varianzas es $S_{\text{promediada}}^2 = 8.00$.

Podemos plantear un test de hipótesis que nos brinde una medida numérica del grado al cual las muestras son distintas. Por ejemplo,

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \quad (1)$$

$$H_1: \mu_i \text{ distinto de } \mu_j \text{ para algún par } i \text{ distinto de } j \quad (2)$$

sería un test adecuado para este fin. La ecuación (1) se denomina *hipótesis nula* e indica que el comportamiento de las tres máquinas es, hipotéticamente, el mismo para todas (las diferencias en los promedios de las Tablas 1 y 2 se atribuirían al azar). La ecuación (2) es la hipótesis alternativa. En estos análisis se supone que todas las muestras se obtienen a partir de poblaciones normales con la misma varianza.

Una idea de la variabilidad de los tres números de la columna de promedios de la Tabla 1 nos la da su varianza (la varianza de 50, 56, y 52 es $S_{\text{promedios}}^2 = 9.33$). Pero esta varianza podríamos obtenerla también con máquinas de funcionamiento más errático, como en la Tabla 3. Las máquinas de esta tabla producen en promedio el mismo número de defectos que las de la Tabla 1 (50, 56, y 52 defectos), pero la variabilidad entre las jornadas muestreadas, indicada por su varianza promedio ($S_{\text{promediada}}^2 = 56.83$), es mayor que la de las máquinas de la Tabla 1 ($S_{\text{promediada}}^2 = 8.00$). Como vemos, para comparar las varianzas intramuestra de las Tablas 1, 2, y 3 se toma el promedio de los valores de las columnas tituladas "Varianza". Así, los resultados que se obtienen son 8, 8, y 56.8 para las Tablas 1, 2, y 3, respectivamente.

| Máquina | Número de blisters defectuosos en cada jornada muestreada | | | | | Promedio de la muestra | Varianza intra-muestra |
|----------|---|----|----|----|----|------------------------|------------------------|
| A | 58 | 45 | 52 | 37 | 58 | 50 | 81.5 |
| B | 46 | 59 | 64 | 61 | 50 | 56 | 58.5 |
| C | 58 | 58 | 49 | 47 | 48 | 52 | 30.5 |

Tabla 3. Resultados de la evaluación de tres máquinas a través de muestras aleatorias de tamaño $n = 5$ (distintas a las de la Tabla 1). La varianza de los promedios de las tres muestras es $S_{\text{promedios}}^2 = 9.33$. El promedio de las varianzas es $S_{\text{promediada}}^2 = 56.83$.

Comparando estos valores podemos juzgar mejor la situación. Se puede comenzar a "sospechar" (o a "inferir") que en la Tabla 1 los promedios de las muestras provenientes de distintas máquinas difieren estadísticamente pues la varianza de estos promedios es grande comparada con la fluctuación aleatoria promedio dentro de cada muestra (es decir, comparamos 9.33 con 8), mientras que en las máquinas de la Tabla 3 los errores se producen tan erráticamente que todas las muestras podrían provenir de la misma población (comparamos 9.3 con 56.8). Esta comparación que estamos realizando es un tanto intuitiva, pero existen modos numéricos de realizarla.

En efecto, numéricamente la comparación se realiza cotejando el promedio de las varianzas intra-muestras, $S_{\text{promediada}}^2$, con la varianza de los promedios, $S_{\text{promedios}}^2$. Definimos:

$$F_0 = n S_{\text{promedios}}^2 / S_{\text{promediada}}^2 \quad (3)$$

donde el factor n se agrega para que el valor de F_0 sea aproximadamente 1 cuando los promedios del numerador y denominador sean iguales. Si los promedios no son iguales, entonces el numerador $n S_{\text{promedios}}^2$ será, en general, relativamente grande comparado con el denominador $S_{\text{promediada}}^2$ y el ratio F_0 tenderá a ser mayor que 1. ¿Cuán grande debe ser F_0 para rechazar la hipótesis de que los promedios de las diversas máquinas no son iguales? La respuesta la da formalmente la estadística con el test F. Por razones de brevedad, no detallamos el test F, pero basta para nuestros fines decir que, para cada nivel de "significancia", el test nos permite determinar cuán importante (o poco importante) es el ratio F_0 de la ecuación (3); si el ratio es importante, los promedios entre las máquinas son estadísticamente distintos, y viceversa.

Estos resultados, aplicados a la Tabla 1, se indican en la Tabla 4, denominada tabla del análisis de varianza, o tabla ANOVA, por sus siglas inglesas. Examinemos cómo está compuesta. Tiene tres filas y seis columnas.

La primera fila resume el cálculo del numerador de la ecuación (3); la segunda, el cálculo del denominador; la tercera, presenta los valores totales (los cálculos no se muestran). La variación entre máquinas se explica como si las filas de la tabla de datos (Tabla 1) provinieran de distintas poblaciones (es decir, de máquinas que producen distinto número de blisters defectuosos). La variación entre las filas de la Tabla 1 se indica como "no explicada" pues es la variación aleatoria que no puede explicarse sistemáticamente por diferencias en las blisteras.

Las seis columnas son: fuente de variación, variación, grados de libertad, varianza, ratio F_0 , y valor probabilístico. Por razones de brevedad, no mostramos los pasos del cálculo de los valores de la tabla (el lector puede consultar Wonnacott et al. (1977) o cualquier otro texto de estadística introductoria), pero nos interesa volver a examinar el ratio F_0 . Este ratio puede interpretarse como el cociente entre la varianza explicada y la varianza no explicada, es decir:

$$F_0 = \text{varianza explicada} / \text{varianza no explicada} \quad (4)$$

La varianza explicada es, como vimos, la varianza entre filas, y "está explicada" por que las muestras provienen de distintas máquinas. La varianza no explicada, por otra parte, es la varianza dentro de las filas, y "no está explicada" pues no se debe a la pertenencia de los datos a distintas máquinas, sino al azar, a la variación no sistemática entre los datos sobre errores producidos por una misma blistera. El valor probabilístico de la sexta columna se obtuvo de la planilla de cálculo Microsoft Excel^{iv}; indica que la probabilidad de obtener por efecto del azar el valor del ratio $F_0 = 5.83$ (o mayor, con los grados de libertad 2 y 12 indicados en la tabla) es del orden de 1,7%; en palabras más concretas, si repitiéramos este experimento un número arbitrariamente grande de veces con blisteras que produjeran, cada una, en promedio, el mismo número de defectos^v, sólo en el 1,7% de los casos obtendríamos un ratio $F_0 = 5.83$ o mayor; en la gran mayoría de los casos, el valor del ratio sería menor. Así es que podemos "rechazar" la hipótesis nula (los promedios de blisters defectuosos son iguales para todas las máquinas) y "aceptar" la hipótesis alternativa (al menos dos blisteras producen distinto número de artículos defectuosos).

| Fuente de variación | Variación; suma de cuadrados | Grados de libertad | Varianza; suma de cuadrados promedio | Ratio F_0 | Valor probabilístico |
|---------------------------------------|------------------------------|--------------------|--------------------------------------|-------------|----------------------|
| Entre máquinas (EXPLICADA) | 93,33 | 2 | 46,67 | 5.83 | 0.017 |
| Dentro de cada máquina (NO EXPLICADA) | 96 | 12 | 8 | | |
| Total | 189.33 | 14 | | | |

Tabla 4. Tabla ANOVA correspondiente a los datos de la Tabla 1.

Las tablas ANOVA correspondientes a las Tablas 2 y 3 se presentan como Tablas 5 y 6, respectivamente.

| Fuente de variación | Variación; suma de cuadrados | Grados de libertad | Varianza; suma de cuadrados promedio | Ratio F_0 | Valor probabilístico |
|---------------------------------------|------------------------------|--------------------|--------------------------------------|-------------|----------------------|
| Entre máquinas (EXPLICADA) | 10 | 2 | 5 | 0.625 | 0.55 |
| Dentro de cada máquina (NO EXPLICADA) | 96 | 12 | 8 | | |
| Total | 106 | 14 | | | |

Tabla 5. Tabla ANOVA correspondiente a los datos de la Tabla 2.

| Fuente de variación | Variación | Grados de libertad | Varianza; suma de cuadrados promedio | Ratio F | Valor probabilístico |
|---------------------------------------|-----------|--------------------|--------------------------------------|---------|----------------------|
| Entre máquinas (EXPLICADA) | 93.33 | 2 | 46.67 | 0.82 | 0.46 |
| Dentro de cada máquina (NO EXPLICADA) | 682 | 12 | 56.83 | | |
| Total | 775.33 | 14 | | | |

Tabla 6. Tabla ANOVA correspondiente a los datos de la Tabla 3.

La Tabla 5 nos indica que no podemos rechazar “fácilmente” la hipótesis nula. Es decir, suponiendo que los promedios de las blisteras fueran iguales, y si repitiéramos el muestreo un número arbitrariamente grande de veces, en más de la mitad de los casos obtendríamos un valor probabilístico del orden del ratio F_0 o mayor por la simple acción del azar. Sabemos que las muestras no difieren en sus promedios, pues todas provienen de la misma máquina. En la Tabla 6, por el contrario, las muestras provienen de distintas máquinas (Tabla 3), cuyos promedios son tan dispares como los de la Tabla 1. Sin embargo, la variabilidad dentro de la muestra de cada máquina es tan grande que la disparidad de los

promedios entre las máquinas podría atribuirse al azar, como lo sugiere el valor probabilístico del 46%.

CONSIDERACIÓN DE OTROS FACTORES EN EL ANÁLISIS DE VARIANZA

En la sección anterior hemos considerado diferencias en los promedios de errores producidos solamente por las máquinas. Sin embargo, otros factores podrían estar actuando, como la calidad de los operadores o el tipo de insumos utilizados. Consideremos, por ejemplo, que los operadores difieren en su grado de entrenamiento y que producen por lo tanto resultados disímiles entre ellos. Como para juzgar la calidad de los resultados nos basamos en muestras aleatorias, la comparación es de naturaleza estadística. Supongamos que reorganizamos la información de la Tabla 1 como en la Tabla 7.

| Máquinas | Operadores | | | | | Promedio de cada máquina |
|----------------------------------|------------|------|------|------|------|--------------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |
| 1 | 48 | 50 | 54 | 47 | 51 | 50 |
| 2 | 56 | 53 | 59 | 60 | 52 | 56 |
| 3 | 53 | 51 | 55 | 51 | 50 | 52 |
| Promedio de cada operador | 52.3 | 51.3 | 56.0 | 52.7 | 51.0 | Promedio general = 52.67 |

Tabla 7. Reorganización de los datos de la Tabla 1. Los datos del número de blisters defectuosos se clasifican por operador y por máquina.

Nos proponemos reducir la magnitud de la varianza no explicada en la Tabla 4 tomando en cuenta la diferencia entre los operadores. En la Tabla 7, se muestra que cada operador realizó las tareas que dieron lugar a una de las observaciones muestrales en cada máquina; así, el operador 1 realizó tareas en la máquina 1 que dieron lugar a 48 blisters defectuosos en el intervalo de la primera muestra, tareas en la máquina 2 con 56 artículos defectuosos en la segunda muestra, y tareas en la máquina 3 con 53 productos defectuosos en la tercera muestra. La tabla indica los promedios de defectos por máquina y por operador, así como el promedio general de los blisters defectuosos. Los promedios de las máquinas se mantienen en sus valores anteriores, mostrando un cierto grado de fluctuación. Los promedios de los operadores parecen del mismo orden, excepto el del operador 3. ¿Existe entre ellos una diferencia estadísticamente significativa? El análisis de varianza, que se realiza de modo similar al del ejemplo anterior, se presenta en la Tabla 8.

El resultado indica que hay razones para rechazar la hipótesis de que las máquinas no difieren entre sí, pues solo en el 1,4% de las repeticiones de este experimento se obtendría un valor de F_0 mayor que 7,67. Por el contrario, el valor de F_0 para las diferencias entre operadores es de 1.94 y este valor se supera en aproximadamente el 20% de las realizaciones del experimento, por lo cual no hay demasiada evidencia estadística para rechazar la hipótesis de que los operarios son todos igualmente eficientes.

| Fuente de variación | Variación | Grados de libertad | Varianza; suma de cuadrados promedio | Ratio F ₀ | Valor probabilístico |
|-------------------------------------|-----------|--------------------|--------------------------------------|----------------------|----------------------|
| Entre máquinas (EXPLICADA) | 93.33 | 2 | 46,67 | 7.67 | 0.014 |
| Entre operadores (EXPLICADA) | 47,33 | 4 | 11,83 | 1.94 | 0.20 |
| Fluctuación residual (NO EXPLICADA) | 48,67 | 8 | 6.08 | | |
| Total | 189.33 | 14 | | | |

Tabla 8. Análisis de varianza con dos factores: máquinas y operadores.

Con estas explicaciones concluimos esta breve y rápida recorrida por el análisis de varianza. Es importante comprender la “filosofía” de esta técnica e interpretar la tabla ANOVA, dado que se utiliza frecuentemente en el análisis de experimentos, al cual entramos ahora con el estudio de un tipo especial de experimento, muy utilizado en aplicaciones diversas de diseño, manufactura y servicios.

III. EXPERIMENTOS FACTORIALES

Un experimento factorial permite investigar todas las combinaciones posibles de los niveles de los factores o condiciones en cada prueba completa. El objetivo es investigar los resultados experimentales en casos donde interesa estudiar el efecto de diversas condiciones de experimentación y sus interacciones. En la industria farmacéutica^{vi} las condiciones pueden ser, por ejemplo, la dureza de una tableta y la concentración del aglutinante utilizado en su fórmula, y el efecto de interés el tiempo de desintegración de la tableta. Alternativamente, en una aplicación de calidad de servicio, los factores investigados podrían ser la amplitud del horario de atención de una farmacia, el nivel técnico del personal que atiende al público y la variedad del inventario del negocio, mientras que el efecto medido podría ser la percepción de la calidad de la atención por parte del público. Los experimentos factoriales son importantes para comprender mejor el enfoque de diseño experimental propuesto por Gen'ichi Taguchi, que estudiaremos en una sección posterior de este artículo.

UN EJEMPLO DE EXPERIMENTO FACTORIAL

Examinemos un diseño factorial de dos niveles en el que se considera el efecto de dos factores, la dureza de una tableta y la concentración del aglutinante, sobre el tiempo de desintegración de una tableta. Cada uno de los factores puede estar en dos niveles, bajo y alto. Definimos en primer lugar el efecto principal de un factor como el cambio en la respuesta (tiempo de desintegración) producido por un cambio en el nivel de un factor (dureza o concentración del aglutinante). Por ejemplo, en la Figura 1, el efecto principal de la dureza de la tableta es la diferencia entre la respuesta correspondiente al primer nivel (-)

y la correspondiente al segundo nivel (+). La respuesta se indica con los números situados en los vértices del cuadrado y se mide en unidades de tiempo.

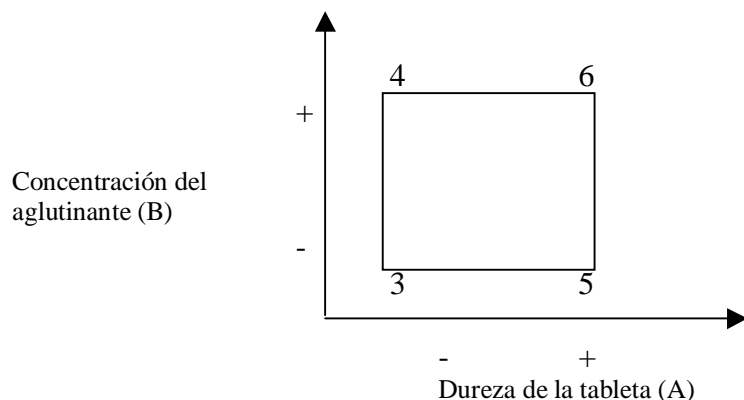


Figura 1. Magnitud de la respuesta ante distintas combinaciones de los factores de entrada (no hay interacción). La respuesta se indica en los vértices del cuadrado y se mide en unidades de tiempo.

Así tenemos:

$$\text{Efecto principal de la dureza de la tableta} = A = ((5+6)/2) - ((4+3)/2) = 5.5 - 3.5 = 2 \quad (5)$$

Es decir, al cambiar la dureza de la tableta del nivel (-) al nivel (+), el tiempo de su desintegración se incrementa en promedio en 2 unidades. De modo análogo, al cambiar la concentración del aglutinante de (-) a (+), el tiempo de desintegración se eleva en promedio en 1 unidad.

Si la diferencia en la respuesta entre los dos niveles de un factor no es la misma a todos los niveles del otro factor, estamos en presencia de una interacción entre los factores. Consideremos la Figura 2. En el nivel (-) de dureza de la tableta, un aumento en la concentración del aglutinante hace aumentar en una unidad el nivel de la respuesta. En el nivel (+) de dureza de la tableta, por otra parte, el aumento en la concentración del aglutinante hace aumentar en dos unidades el nivel del tiempo de respuesta; algo análogo ocurre con el otro factor. Gráficamente obtenemos la Figura 3.

La Figura 3 (a) muestra en el eje horizontal la dureza de la tableta (factor A) y en el eje vertical el tiempo de desintegración (respuesta) para dos valores de la concentración del aglutinante (factor B). Los segmentos que indican el cambio en la respuesta para los dos niveles del factor B, B₁ y B₂, son paralelos entre sí, por no existir interacción entre los factores. Por el contrario, en la Figura 3 (b) se presenta un caso en el que existe interacción y los segmentos no son paralelos entre sí.

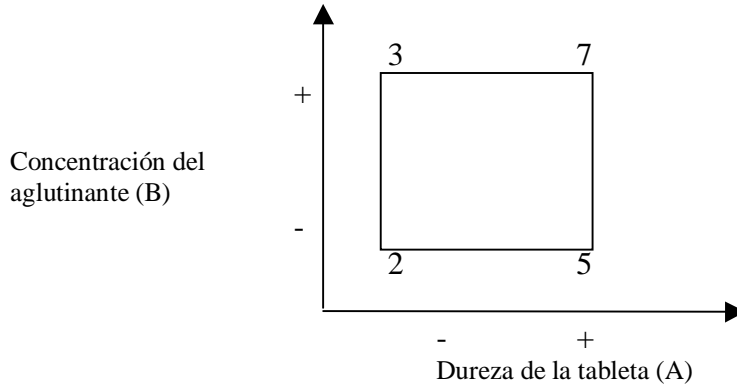


Figura 2. Magnitud de la respuesta ante distintas combinaciones de los factores de entrada (hay interacción).

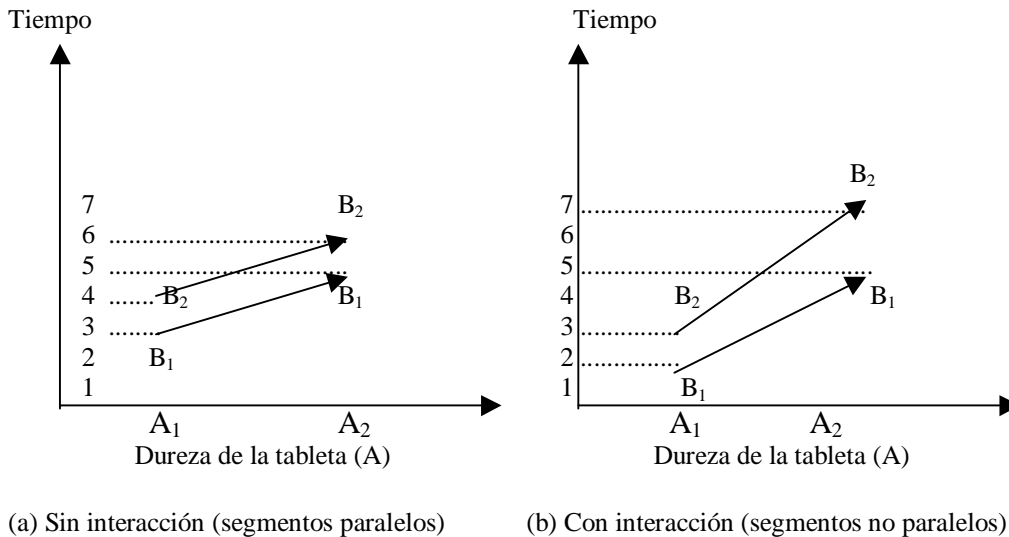


Figura 3. Comparación de las respuestas a dos factores cuando no existe interacción (a) y cuando existe interacción (b).

Es importante considerar las interacciones entre factores, y vale destacar que los experimentos factoriales son la única forma de detectarlas. El método (incorrecto) de modificar los factores de a uno no toma en cuenta las interacciones.

OTRO EJEMPLO DE EXPERIMENTO FACTORIAL

Se quiere mejorar el servicio de atención de una cadena de farmacias. Sobre la base de un estudio de marketing en instituciones de salud^{vii}, el analista desea considerar la evaluación que los clientes de una farmacia típica de la cadena realizan sobre la base de distintas condiciones de atención. Los factores potenciales son: confiabilidad, respuesta, aseguramiento, empatía, y factores tangibles, como el aspecto general del negocio. Se eligen para el experimento dos factores: aseguramiento y tangibles. El nivel de

aseguramiento, que consiste en librar de cuidado o temor al cliente, tranquilizarlo e infundirle confianza, se controla con la selección del personal de atención al público: el nivel bajo de aseguramiento corresponde a una atención al público por parte de personas muy jóvenes sin formación técnica en farmacia (atención no profesional); el nivel alto, a la atención por parte de farmacéuticos profesionales de mediana edad (el hecho de estar la farmacia atendida por farmacéuticos se informa claramente en el local; además, el personal farmacéutico es instruido para que brinde a todos los clientes la información básica sobre el uso del medicamento adquirido, aunque el cliente no la solicite). Los factores tangibles se establecen a tres niveles: instalación de lujo (amplios espacios, iluminación rica, escaparates atractivos); instalación standard (la que prevalece en la cadena de farmacias en el momento del experimento); e instalación minimalista, con elementos básicos de decoración y funcionamiento. Tres clientes son asignados al azar a cada combinación de factores, y se les pide que evalúen la calidad de la atención en una escala del 1 al 100. Los resultados obtenidos están en la Tabla 9.

| | Atención no profesional | Atención profesional | y_{i.} |
|--------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| Instalación de lujo | 40/48/40 Total = 128 | 54/49/55 Total = 158 | 286 |
| Instalación standard | 55/49/53 Total = 157 | 59/61/62 Total = 182 | 339 |
| Instalación minimalista | 38/37/41 Total = 116 | 55/51/50 Total = 156 | 272 |
| y_{.j.} | 401 | 496 | y_{...} = 897 |

Tabla 9. Datos del experimento de la farmacia. Se realizan tres encuestas al azar para cada combinación de factores, cuyos resultados se indican separados por barras. El total de cada combinación se indica en cada célula. El total de las filas se indica como $y_{i.}$, y el de las columnas como $y_{.j.}$. El total general es $y_{...}$.

Los resultados de tres encuestas al azar para cada combinación de factores se muestran en la tabla, separados por barras. El total de cada combinación se indica en cada célula: por ejemplo, el total de 128 en la intersección de “Atención no profesional” e “Instalación de lujo” es la suma de las tres evaluaciones 40, 48, y 40. El total de las filas se indica como $y_{i.}$, (suma de los totales de las células, horizontalmente) y el de las columnas como $y_{.j.}$ (suma de los totales de las células, verticalmente). El total general es $y_{...}$, 897 en este caso.

Nuestro objetivo es determinar qué combinación de tipo de instalación y estilo de atención produce la mejor impresión en los clientes; queremos saber, además, si hay interacción entre ambos factores. La ausencia de interacción daría a la gerencia mayor flexibilidad para la atención de los compradores. Examinemos el análisis estadístico del experimento factorial de dos factores, que es, como adelantamos, una extensión al análisis de varianza.

ANÁLISIS DEL DISEÑO EXPERIMENTAL DE LA FARMACIA^{viii}

Se trata de un diseño completamente aleatorio de dos factores A y B, cada uno con a y b niveles, respectivamente. Cada combinación se replica n veces. La Tabla 9 de los datos se

generaliza entonces como en la Tabla 10.

| | | Factor B | | | | |
|-----------------|------------|---|---|------------|---|------------------------|
| | | 1 | 2 | ... | b | |
| Factor A | 1 | $y_{111}, y_{112}, \dots,$ y_{11n} | $y_{121}, y_{122}, \dots,$ y_{12n} | ... | $y_{1b1}, y_{1b2}, \dots,$ y_{1bn} | y_{1.} |
| | 2 | $y_{211}, y_{212}, \dots,$ y_{21n} | $y_{221}, y_{222}, \dots,$ y_{22n} | ... | $y_{2b1}, y_{2b2}, \dots,$ y_{2bn} | y_{2.} |
| | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| | a | $y_{a11}, y_{a12}, \dots,$ y_{a1n} | $y_{a21}, y_{a22}, \dots,$ y_{a2n} | ... | $y_{ab1}, y_{ab2}, \dots,$ y_{abn} | y_{a.} |
| | | y_{.1.} | y_{.2.} | ... | y_{.b.} | y_{...} |

Tabla 10. Esquema de los datos de un diseño factorial de dos factores.

Las observaciones se describen por el modelo siguiente:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk} \quad (5)$$

donde:

$i = 1, 2, \dots, a; j = 1, 2, \dots, b; k = 1, 2, \dots, n$

μ = efecto promedio general

τ_i = efecto del nivel i -ésimo del factor A

β_j = efecto del nivel j -ésimo del factor B

$(\tau\beta)_{ij}$ = efecto de la interacción entre A y B

ϵ_{ijk} = componentes de error aleatorio independientes distribuidos normalmente con media nula y varianza σ^2 .

La hipótesis nula es la siguiente:

H_0 : No existe un efecto significativo de A, ni de B, sobre el resultado del experimento, ni tampoco existen interacciones significativas entre A y B.

Recordemos que el análisis de varianza descompone la variabilidad de las respuestas en diversos componentes. En general, decimos que el análisis descompone en sus partes constitutivas la suma corregida total de los cuadrados^{ix}, es decir:

$$SS_{Total} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_E \quad (6)$$

donde las sumatorias se toman para todos los valores de $i, j, y k$ y los símbolos significan:

SS_A : Suma de los cuadrados de la fuente de variación A.

SS_B : Suma de los cuadrados de la fuente de variación B.

SS_{AB} : Suma de los cuadrados de las interacciones entre A y B.
 SS_E : Suma de los cuadrados de los errores.

Aplicando estos resultados a nuestro ejemplo, tendremos:

$$SS_{Total} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} = 40^2 + 48^2 + \dots + 50^2 - \frac{897^2}{3*2*3} = 1046.5 \quad (7)$$

$$SS_{instalación} = \sum_{i=1}^a \frac{y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{...}^2}{abn} = \frac{286^2}{2*3} + \frac{339^2}{2*3} + \frac{272^2}{2*3} - \frac{897^2}{3*2*3} = 416.3 \quad (8)$$

$$SS_{atención} = \sum_{j=1}^b \frac{y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{abn} = 401^2 + 496^2 - \frac{897^2}{3*2*3} = 501.4 \quad (9)$$

$$SS_{subtotal} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{y_{ij.}^2}{n} - \frac{y_{...}^2}{abn} = \frac{128^2}{3} + \frac{158^2}{3} + \dots + \frac{156^2}{3} - \frac{897^2}{3*2*3} = 937.2 \quad (10)$$

$$SS_{interacción} = SS_{subtotal} - SS_{instalación} - SS_{atención} = 937.2 - 416.3 - 501.4 = 19.4 \quad (11)$$

$$SS_{error} = SS_{Total} - SS_{instalación} - SS_{atención} - SS_{interacción} = 1046.5 - 416.3 - 501.4 - 19.4 = 109.3 \quad (12)$$

Los resultados del análisis de varianza se presentan como Tabla 11. El método de construcción de la tabla es análogo al presentado antes, al igual que la interpretación de los resultados. Así, podemos afirmar con una gran dosis de seguridad que ambos factores--instalación y atención--son significativos, mientras que la interacción entre ellos es poco probable: en aproximadamente el 37% de las realizaciones de este experimento obtendríamos por efecto del azar valores de F_0 iguales o superiores al obtenido en esta realización.

| Fuente de variación | Variación | Grados de libertad | Varianza | F_0 | Valor probabilístico |
|----------------------|---------------|--------------------|----------|-------|----------------------|
| Instalación | 416.3 | 2 | 208.2 | 22.8 | 0.00008 |
| Atención | 501.4 | 1 | 501.4 | 55.0 | 0.000008 |
| Interacciones | 19.4 | 2 | 9.7 | 1.1 | 0.37 |
| Error | 109.3 | 12 | 9.1 | | |
| Total | 1046.5 | 17 | | | |

Tabla 11. Tabla del análisis de varianza del ejemplo de la farmacia. El efecto de los factores es estadísticamente significativo, no así la interacción entre los factores.

Dado que la falta de interacción entre los factores se manifiesta en líneas paralelas, comprobemos en el gráfico de la Figura 4 esta falta de interacción.

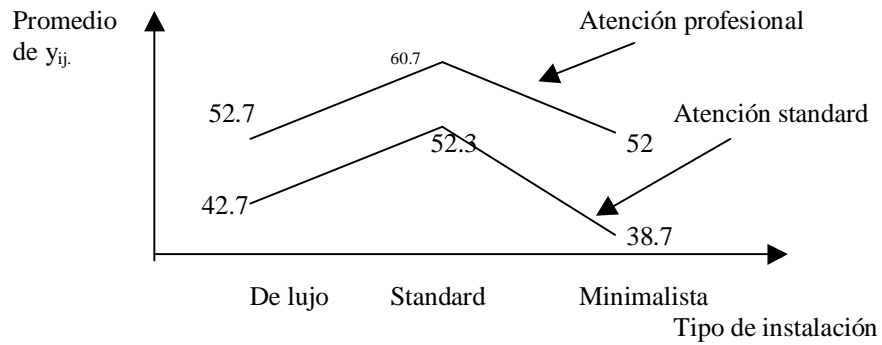


Figura 4. Comprobación de la falta de interacción entre los dos factores de diseño de la atención farmacéutica. Las líneas del efecto de la atención, para tres niveles del estilo del local, son, en líneas generales, paralelas.

En la figura se observa que, cualquiera sea el tipo de instalación en la que recibimos a los clientes, el resultado es mejor cuando la atención está a cargo de profesionales.

EL DISEÑO FACTORIAL 2^k

En el ejemplo anterior se consideraron tres tipos distintos de local, es decir, tres niveles del factor instalación. Sin embargo, es usual considerar sólo dos niveles de los factores, a fin de mantener acotado el número de ensayos necesarios para obtener información de los efectos y sus interacciones. Esto da lugar a los llamados diseños factoriales 2^k . Comencemos estudiando el diseño 2^2 , en el cual se analiza el efecto de dos factores a cada uno de dos niveles. El diseño se esquematiza en la Figura 5.

Siguiendo una práctica standard, una corrida se presenta en el esquema por una serie de letras minúsculas, como "a" o "ab". Si la letra está presente, el factor se pone en el nivel alto. La ausencia de una letra indica, entonces, que el factor está en el nivel bajo. Si ambos factores son bajos, se utiliza el símbolo "(1)". Los símbolos (1), a, b, y ab significan también la suma de los totales de las n observaciones que se toman en cada uno de los casos. Nos interesa estudiar los efectos principales A y B y la interacción entre ambos, AB.

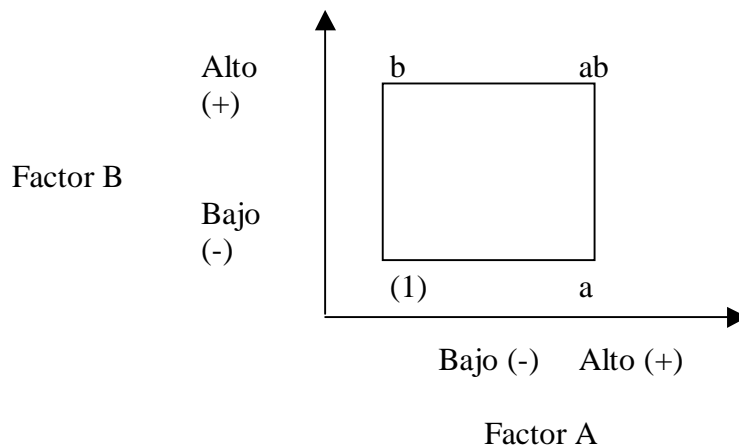


Figura 5. Esquema del diseño 2^2 .

Así, podemos considerar:

$$A = \frac{a + ab}{2n} - \frac{b + (1)}{2n} = \frac{1}{2n} [a + ab - b - (1)] \quad (13)$$

$$B = \frac{b + ab}{2n} - \frac{a + (1)}{2n} = \frac{1}{2n} [b + ab - a - (1)] \quad (14)$$

$$AB = \frac{ab + (1)}{2n} - \frac{a + b}{2n} = \frac{1}{2n} [ab + (1) - a - b] \quad (15)$$

En las ecuaciones (13), (14), y (15), las expresiones entre paréntesis cuadrados se denominan contrastes. Obsérvese que los coeficientes de los elementos que constituyen contrastes son +1 ó -1 en todos los casos. Consideremos la Tabla 12. Es una tabla de signos, útil para determinar los signos de cada corrida en un determinado contraste.

| Corrida | Efecto factorial | | | |
|---------|------------------|---|---|----|
| | I | A | B | AB |
| 1 (1) | + | - | - | + |
| 2 a | + | + | - | - |
| 3 b | + | - | + | - |
| 4 ab | + | + | + | + |

Tabla 12. Signos de los contrastes para el experimento factorial 2^2 .

La Tabla 12 sirve para generar contrastes específicos. Por ejemplo, para generar el contraste A, multiplicamos los signos de la columna A por las corridas de las cuatro filas y sumamos los resultados. Así:

$$\text{Contraste A} = [- (1) + a - b + ab] = [a + ab - b - (1)] \quad (16)$$

Para obtener la suma de cuadrados para A, B, y AB utilizamos la expresión siguiente:

$$SS = \frac{\text{Contraste}^2}{n \sum (\text{coeficiente de contraste})^2} \quad (17)$$

Con la expresión (17) podemos obtener las siguientes sumas de cuadrados:

$$SS_A = \frac{[a + ab - b - (1)]^2}{4n} \quad (18)$$

$$SS_B = \frac{[b + ab - a - (1)]^2}{4n} \quad (19)$$

$$SS_{AB} = \frac{[ab + (1) - a - b]^2}{4n} \quad (20)$$

Para completar el análisis de varianza debe calcularse la suma de cuadrados totales, SS_T , con $4n-1$ grados de libertad y la suma de cuadrados de los errores, SS_E , con $4(n-1)$ grados de libertad. La suma de cuadrados de los errores se obtiene por substracción.

EJEMPLO DE DISEÑO 2^2

Examinemos un ejemplo, similar al del caso de la tableta cuya dureza y concentración de aglutinante se hacía variar entre dos niveles. El efecto de interés es el tiempo de desintegración, o respuesta. Para cada combinación de niveles se realizan dos mediciones del tiempo de respuesta, como se indica en la Tabla 13.

| Corrida | Factores | | Medición | | Total |
|---------|----------|---|----------|-----|-------|
| | A | B | 1 | 2 | |
| 1 (1) | - | - | 2.1 | 1.9 | 4.0 |
| 2 a | + | - | 2.5 | 2.4 | 4.9 |
| 3 b | - | + | 2.7 | 2.6 | 5.3 |
| 4 ab | + | + | 3.0 | 3.1 | 6.1 |

Tabla 13. Datos del ejemplo de diseño factorial 2^2 .

Recordando que los símbolos (1), a, b, y ab significan también la suma de los totales de las n observaciones, calculamos el efecto de los factores y las interacciones, A, B, y AB.

Así:

$$A = \frac{1}{2n} [a + ab - b - (1)] = \frac{1}{(2)(2)} [4.9 + 6.1 - 5.3 - 4.0] = 0.425 \quad (21)$$

$$B = \frac{1}{2n} [b + ab - a - (1)] = \frac{1}{(2)(2)} [5.3 + 6.1 - 4.9 - 4.0] = 0.625 \quad (22)$$

$$AB = \frac{1}{2n} [ab + (1) - a - b] = \frac{1}{(2)(2)} [6.1 + 4.0 - 4.9 - 5.3] = -0.025 \quad (23)$$

A simple vista, los factores A y B parecen importantes, no así la interacción AB, por su escasa magnitud relativa. Sin embargo, es conveniente confirmar esta primera impresión con un análisis de varianza. Los datos están reproducidos en la Tabla 14.

| | | Factor B | | y _{i.} |
|------------------|-----|------------------------|------------------------|-------------------------------|
| | | (-) | (+) | |
| Factor A | (-) | 2.1/1.9 Total = 4.0 | 2.7/2.6 Total = 5.3 | 9.3 |
| | (+) | 2.5/2.4 Total = 4.9 | 3.0/3.1 Total = 6.1 | 11.0 |
| y _{.j.} | | 8.9 | 11.4 | y_{...} = 20.3 |

Tabla 14. Preparación de los datos del diseño 2² para su posterior procesamiento.

Los cálculos de las sumas de cuadrados son los siguientes:

$$SS_T = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} =$$

$$= 2.1^2 + 1.9^2 + 2.5^2 + 2.4^2 + 2.7^2 + 2.6^2 + 3.0^2 + 3.1^2 - \frac{20.3^2}{2 * 2 * 2} = 1.17875 \quad (24)$$

$$SS_A = \sum_{i=1}^2 \frac{y_{i.}^2}{bn} - \frac{y_{...}^2}{abn} = \frac{9.3^2}{2 * 2} + \frac{11.0^2}{2 * 2} - \frac{20.3^2}{2 * 2 * 2} = 0.36125 \quad (25)$$

$$SS_B = \sum_{j=1}^2 \frac{y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{abn} = \frac{8.9^2}{2 * 2} + \frac{11.4^2}{2 * 2} - \frac{20.3^2}{2 * 2 * 2} = 0.78125 \quad (26)$$

$$SS_{subtotal} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{y_{ij.}^2}{n} - \frac{y_{...}^2}{abn} = \frac{4^2}{2} + \frac{4.9^2}{2} + \frac{5.3^2}{2} + \frac{6.1^2}{2} - \frac{20.3^2}{2 * 2 * 2} = 1.14375 \quad (27)$$

$$SS_{AB} = SS_{subtotal} - SS_A - SS_B = 1.14375 - 0.36125 - 0.78125 = 0.00125 \quad (28)$$

$$SS_E = SS_T - SS_A - SS_B - SS_{AB} = 1.1785 - 0.36125 - 0.78125 - 0.00125 = 0.035 \quad (29)$$

A partir de estas sumas de cuadrados y las consideraciones usuales sobre los grados de libertad, se construye la tabla ANOVA de la Tabla 15.

| Fuente de variación | SS | Grados de libertad | MS | F ₀ | Comparar con F |
|---------------------|----------------|--------------------|---------|----------------|----------------|
| Factor A | 0.36125 | 1 | 0.36125 | 41.2857143 | 0.00301638 |
| Factor B | 0.78125 | 1 | 0.78125 | 89.2857143 | 0.00069958 |
| Interacción | 0.00125 | 1 | 0.00125 | 0.14285714 | 0.72465864 |
| Error | 0.035 | 4 | 0.00875 | | |
| Total | 1.17875 | 7 | | | |

Tabla 15. Tabla del análisis de varianza del ejemplo de diseño 2².

La tabla confirma las afirmaciones anteriores, es decir, se confirma la significatividad de los factores A y B, y se comprueba también la falta de interacción entre ellos.

EL DISEÑO FACTORIAL 2^k CON k = 3

Consideremos un experimento en el cual se consideran tres factores, cada uno de ellos a dos niveles: esto es lo que se llama un diseño factorial 2³. Contiene ocho combinaciones de niveles de factores, tres efectos principales (A, B, y C), tres interacciones de dos factores (AB, AC, y BC), y una interacción de tres factores (ABC). Gráficamente podemos esquematizarlo como en la Figura 6.

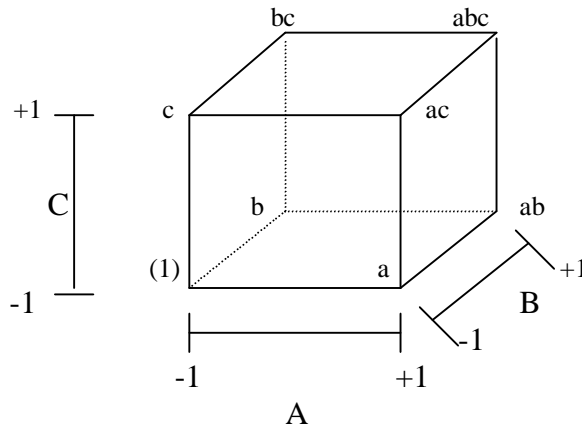


Figura 6. Esquema del diseño 2³.

Designemos como antes los totales de las n réplicas de cada una de las ocho corridas del diseño: (1), a, b, ab, c, ac, bc, abc. Obtendremos los factores extendiendo el razonamiento anterior, es decir:

$$A = \frac{1}{4n} [a + ab + ac + abc - (1) - b - c - bc] \quad (30)$$

$$B = \frac{1}{4n} [b + ab + bc + abc - a - c - ac - (1)] \quad (31)$$

$$C = \frac{1}{4n} [c + ac + bc + abc - a - b - ab - (1)] \quad (32)$$

La interacción AB se calcula considerando que, cuando C está en el nivel bajo, AB es la diferencia promedio en el efecto A a los dos niveles de B y que, cuando C está en su nivel alto, AB es también la diferencia promedio en el efecto A a los dos niveles de B; matemáticamente tenemos:

$$AB(C_{alto}) = \frac{1}{2n} [abc - bc] - \frac{1}{2n} [ac - c] \quad (34)$$

$$AB(C_{bajo}) = \frac{1}{2n} [ab - b] - \frac{1}{2n} [a - (1)] \quad (33)$$

Sobre esta base se calcula la interacción AB como el promedio entre los dos valores de (33) y (34):

$$AB = \frac{A+B}{2} = \frac{1}{4n} [ab + (1) + abc + c - b - a - bc - ac] \quad (35)$$

De modo análogo:

$$AC = \frac{A+C}{2} = \frac{1}{4n} [ac + (1) + abc + b - a - c - ab - bc] \quad (36)$$

$$BC = \frac{B+C}{2} = \frac{1}{4n} [bc + (1) + abc + a - b - c - ab - ac] \quad (37)$$

La interacción ABC se obtiene promediando AB a los dos niveles de C:

$$ABC = \frac{1}{4n} \{ [abc - bc] - [ac - c] - [ab - b] + [a - (1)] \} \quad (38)$$

$$ABC = \frac{1}{4n} [abc - bc - ac + c - ab + b + a - (1)] \quad (39)$$

En las expresiones anteriores, los paréntesis cuadrados son contrastes, que se obtienen en la práctica de tablas como la Tabla 16. La tabla permite obtener los signos de A, B, y C asociando un signo + con un nivel alto y un signo - con un nivel bajo. Establecidos los signos de las columnas A, B y C, las otras columnas se obtienen con el producto de los signos de las interacciones correspondientes, fila por fila. Por ejemplo, AB tiene los signos de A x B. La tabla presenta características importantes. En primer lugar, a excepción de la columna I, todas las columnas tienen igual número de signos + y -. En segundo lugar, las columnas son ortogonales, es decir que la suma de los productos de los signos en dos columnas cualesquiera es cero.

| Tratamiento | Efecto factorial | | | | | | | |
|-------------|------------------|---|---|----|---|----|----|-----|
| | I | A | B | AB | C | AC | BC | ABC |
| (1) | + | - | - | + | - | + | + | - |
| a | + | + | - | - | - | - | + | + |
| b | + | - | + | - | - | + | - | + |
| ab | + | + | + | + | - | - | - | - |
| c | + | - | - | + | + | - | - | + |
| ac | + | + | - | - | + | + | - | - |
| bc | + | - | + | - | + | - | + | - |
| abc | + | + | + | + | + | + | + | + |

Tabla 16. Signos de los efectos en el diseño 2^3 .

Por ejemplo, dados A y B, tenemos:

$$+1-1-1+1+1-1-1+1=0 \quad (40)$$

En tercer lugar, la columna I corresponde al elemento identidad, I. Por lo tanto, si multiplicamos el signo de I por cualquier otra columna, ésta no cambia. Finalmente, si multiplicamos dos columnas cualesquiera, obtenemos otra columna: $A \times B = AB$. Las ecuaciones:

$$Efecto = \frac{Contraste}{n2^{k-1}} \quad (41)$$

$$SS = \frac{Contraste^2}{n2^k} \quad (42)$$

son expresiones generales válidas para valores positivos de k. Destacamos que los diseños ortogonales son importantes en la metodología de Taguchi. Notemos también que la complejidad de los diseños crece con el número de factores.

EJEMPLO DE DISEÑO FACTORIAL 2³

Supongamos un experimento factorial 2³ para determinar las condiciones en que se maximiza la satisfacción de los clientes de una farmacia sobre la base de la variación en los niveles de tres atributos, cada uno de ellos a dos niveles. Los atributos son:

1. Amabilidad de los empleados
2. Corrección de la factura
3. Tiempo entre el acceso a la farmacia y el comienzo de la atención.

El número de réplicas, n, es 2. Los clientes evalúan para cada combinación de atributos el nivel de servicio en una escala del 1 al 100, con los resultados de la Tabla 17.

| Corridas | | Atributos del servicio | | | Evaluación por los clientes | Totales |
|----------|-----|------------------------|---------|--------|-----------------------------|---------|
| | | Amabilidad | Factura | Tiempo | | |
| 1 | (1) | -1 | -1 | -1 | 45, 35 | 80 |
| 2 | a | 1 | -1 | -1 | 45, 55 | 100 |
| 3 | b | -1 | 1 | -1 | 45, 45 | 90 |
| 4 | ab | 1 | 1 | -1 | 60, 75 | 135 |
| 5 | c | -1 | -1 | 1 | 45, 50 | 95 |
| 6 | ac | 1 | -1 | 1 | 50, 55 | 105 |
| 7 | bc | -1 | 1 | 1 | 50, 40 | 90 |
| 8 | abc | 1 | 1 | 1 | 80, 70 | 150 |

Tabla 17. Datos del ejemplo de diseño 2³.

La tabla ANOVA correspondiente, cuya forma de confección es análoga a la de ejemplos anteriores, se muestra como Tabla 18. Se desprende que la amigabilidad y la corrección de la factura son factores estadísticamente significativos. Además, la interacción entre amabilidad y corrección de la factura también es significativa. Con este ejemplo concluimos la presentación de los diseños factoriales, concepto importante para comprender mejor los enfoques de Gen'ichi Taguchi, que estudiamos a continuación.

IV. LOS ENFOQUES DE GEN'ICHI TAGUCHI EN EL DISEÑO EXPERIMENTAL

Las aplicaciones industriales del diseño experimental tuvieron inicialmente mucho mayor éxito en el Japón que en las economías occidentales. Se afirma que en gran parte el éxito de calidad de los productos japoneses se debe a estas aplicaciones, y los experimentos multifactoriales parecen ser una parte integral del proceso de diseño de las compañías de ese país (Box et al. (1988)). En empresas occidentales también están difundándose las técnicas de Taguchi, que prestan especial atención a las consideraciones de ahorro de costos: en efecto, según algunos autores como Sullivan (1987), empresas de la talla de ITT, que han capacitado a más de mil ingenieros en estos métodos, miden el éxito de la calidad en sus estudios de casos en términos de ahorro y no de número de unidades defectuosas.

| Fuentes de variación | SS | Grados de libertad | MS | F ₀ | Valor probabilístico |
|---------------------------|----------|--------------------|----------|----------------|----------------------|
| Amabilidad | 1139.1 | 1 | 1139.1 | 27,00 | 0,0008 |
| Factura | 451.56 | 1 | 451.56 | 10,70 | 0,01 |
| Tiempo | 76.563 | 1 | 76.563 | 1,81 | 0,21 |
| Interacción amab.-factura | 351.5625 | 1 | 351.5625 | 8,33 | 0,02 |
| Interacción Amab.-tiempo | 1.5625 | 1 | 1.5625 | 0,03 | 0,85 |
| Fact-tiempo | 1.5625 | 1 | 1.5625 | 0,03 | 0,85 |
| Interacción Am.-fac.-t. | 39.0625 | 1 | 39.0625 | 0,92 | 0,36 |
| Error | 337.5 | 8 | 42.1875 | | |
| Total | 2398.4 | 15 | | | |

Tabla 18. Tabla del análisis de varianza del diseño 2³.

En la industria farmacéutica los métodos de Taguchi se emplean, por ejemplo, en la optimización de herramientas de medición analítica (HPLC) o en la calibración de dispositivos complejos con múltiples entradas y salidas que deben ser optimizadas.

LA FUNCIÓN DE PÉRDIDA Y EL CONCEPTO DE CALIDAD

Gen'ichi Taguchi^x realizó un gran esfuerzo para llevar a un terreno práctico el diseño experimental. Introdujo, además, conceptos revolucionarios que afectaron la forma de medir la calidad y su costo. Para Taguchi, la calidad, antes que por la satisfacción de especificaciones, debe medirse en términos de la así llamada *función de pérdida*, que establece la pérdida que la sociedad sufre como consecuencia de la mala calidad. Un producto de calidad es para el cliente aquél que cumple con las expectativas de *performance* o rendimiento cada vez que lo utiliza, sin fallas y en cualquier condición o circunstancia. Los productos que no cumplen con dichas expectativas causan pérdidas, tanto para los clientes y los productores, como para, eventualmente, el resto de la sociedad. Por esto, para Taguchi, la calidad debe medirse en función de la pérdida que causa: mientras mayor es la pérdida que se produce, menor es la calidad.

Pero, aunque en un sentido más exigente que en el concepto tradicional, las especificaciones también son clave para Taguchi, y calidad significa conformidad con las especificaciones. Apartarse de las especificaciones equivale a ocasionar al cliente y, en última instancia, a la sociedad, una pérdida. Taguchi se apartó de la sabiduría convencional, que suponía que calidad equivalía a producir dentro de los márgenes de tolerancia, y postuló que el costo de la mala calidad se incrementa con el alejamiento del valor de diseño, produciendo una pérdida para el cuerpo social. La función de pérdida vale cero cuando el desvío con respecto al parámetro objetivo es nulo y se incrementa

cuadráticamente cuando los valores de los productos fabricados se acercan a los límites de tolerancia. En otras palabras, los productos cercanos a los límites de tolerancia son productos casi defectuosos y los gerentes deben trabajar para reducir la variabilidad de sus procesos de producción. La función de pérdida se define como:

$$L(y) = k(y - T)^2 \quad (43)$$

donde:

- $L(y)$ indica la pérdida (en unidades monetarias) que sufre la sociedad;
- k es una constante específica de cada caso considerado;
- T es un valor objetivo que la dimensión de interés debe tener (T mide la calidad nominal o de diseño); y
- y es el apartamiento que la dimensión de interés presenta con respecto al valor objetivo, T .

En contraste con el pensamiento tradicional sobre la calidad, que solo penaliza los valores de y que superan los límites de tolerancia, Taguchi considera que todo apartamiento del valor objetivo es un costo para la sociedad y como tal debe ser penalizado.

IMPORTANCIA DEL DISEÑO ROBUSTO

Para Taguchi, es posible incorporar la calidad en los productos desde su diseño, sin aumentar su costo; los problemas deben eliminarse en el laboratorio de diseño, no en la fábrica o en el campo. Según esta perspectiva, es necesario diseñar productos robustos que toleren variaciones en el proceso de producción y durante el servicio de mantenimiento. Los métodos estadísticos deben seleccionar los factores importantes que afectan el diseño.

Taguchi establece su metodología para:

1. Diseñar productos y procesos robustos a las condiciones ambientales;
2. Diseñar y desarrollar productos robustos a la variación en sus componentes;
3. Minimizar la variación alrededor de un valor objetivo^{xi}.

La ingeniería de la calidad de Taguchi combina métodos estadísticos y de ingeniería para optimizar los procesos de diseño y fabricación de modo que aumente la calidad y se reduzcan los costos de los productos. El diseño de experimentos juega un papel esencial en el enfoque de Taguchi, pues ayuda a identificar los factores que más intervienen en la generación de problemas de calidad o, alternativamente, los factores que más contribuyen a lograr resultados positivos. A lo largo de este proceso, se fortalece la cooperación entre diversos niveles y áreas de la empresa.

La Figura 7 muestra un esquema de actividades de las firmas desde la invención del producto hasta su llegada al mercado. El flujo se divide en tres etapas, conocidas por las expresiones inglesas *upstream*, *midstream*, y *downstream*. La etapa de *upstream* consiste en

los bloques 1 y 2, la de midstream, en los bloques 2, 3, 4, y 5, y la de downstream, en los bloques 5 y 6. El bloque 2, de desarrollo de tecnología, actúa como perno entre el upstream y el midstream. El bloque 5, manufactura, cumple el mismo papel entre el midstream y el downstream. La ingeniería de la calidad enseña que las actividades para la mejora de la calidad deberían ser empujadas hacia el upstream, alejándolas del proceso de manufactura. El diseño experimental, y las técnicas de Taguchi en particular, apuntan a este fin.

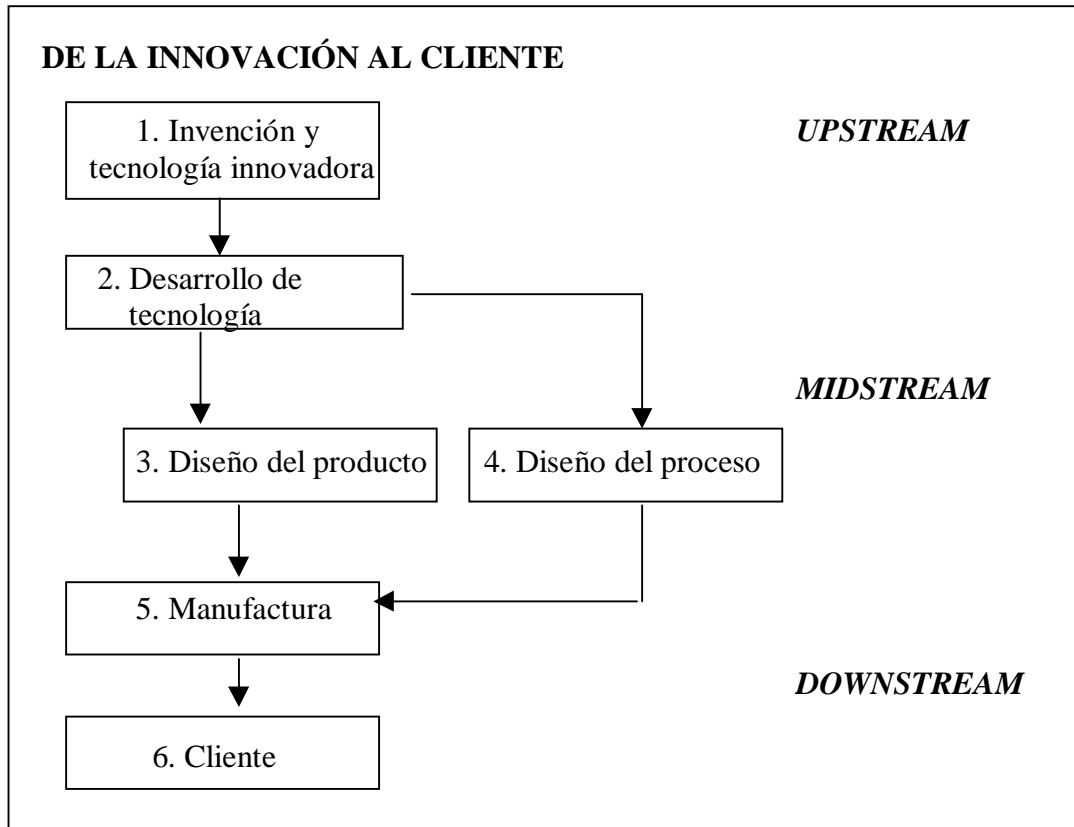


Figura 7. Esquema de actividades de una empresa desde la invención del producto hasta su llegada al mercado. Fuente: Adaptado de Ealey (1992).

La Figura 7 nos permite reflexionar sobre la responsabilidad de los gerentes en los temas de calidad. Por ejemplo, es importante destacar su papel en el diseño y la manufactura de los productos, pues allí se concentran las consecuencias del costo y la calidad de los procesos. Además, dado que los acontecimientos que ocurren en el upstream tiene consecuencias en las etapas inferiores, cuando se intenta mejorar la calidad, y en definitiva ahorrar en terminos de costos, se debe mejorar la tecnología genérica, en vez de estudiar las formas de mejorar producto por producto. De esta manera, los avances tecnológicos son aplicables a cualquier tipo de producto que se quiera fabricar, y no derrochan recursos innovando en cada producto nuevo que se lance al mercado. Los ingenieros, en suma, deben desarrollar tecnologías robustas en la etapa de investigación y desarrollo, tecnologías que sean fácilmente transferibles a nuevos procesos y productos. Entonces, las innovaciones más valiosas son las que se producen upstream; no hay que descuidar la prevención de

problemas de calidad downstream pues es aquí--y no en el laboratorio--donde aparecen los factores no controlables.

EL ENFOQUE DE TAGUCHI

Taguchi presenta tres etapas en el diseño de un producto o de un proceso:

1. Diseño del sistema
2. Diseño de los parámetros y
3. Diseño de las tolerancias.

En el diseño del sistema se determina la configuración básica de los componentes. Por ejemplo, en una línea de acondicionamiento de comprimidos, el diseño del sistema incluye la determinación de los materiales y el diseño del sistema de líneas que realizarán el empaque, con todos sus componentes. En el diseño de los parámetros, se determinan los niveles o valores de los factores controlables (parámetros de diseño, como la presión aplicada en las blisteras) para minimizar el efecto de los factores incontrolables en las características del producto terminado, es decir, en nuestro ejemplo, los comprimidos envasados, con su prospecto y caja. Finalmente, el diseño de las tolerancias apunta a reducir la varianza en las características del producto terminado cuando la reducción lograda en el diseño de los parámetros no es suficiente.

El diseño experimental debería aplicarse fundamentalmente al diseño de los parámetros y al diseño de las tolerancias. Fue un logro de Taguchi el haber destacado la importancia de aplicar el diseño experimental en las etapas upstream del proceso de creación, fabricación y puesta en el mercado de un nuevo producto. También es clave en su enfoque (aunque no haya sido inventado por él) el concepto de robustez; un producto es robusto cuando se comporta bien aún en condiciones no controlables.

MÉTODOS RECOMENDADOS POR TAGUCHI

Para llevar a la práctica sus conceptos, Taguchi recomienda métodos que se apartan parcialmente de los usados en el diseño de experimentos clásico; la terminología que utiliza también es algo distinta. En primer lugar, Taguchi divide los factores de un experimento en factores controlables y factores incontrolables, o ruido.^{xii}

Según la metodología de diseño de los parámetros, Taguchi recomienda seleccionar dos diseños experimentales, uno para los factores controlables y otro para el ruido. En general, estos diseños son del tipo ortogonal, descripto anteriormente. Los diseños se combinan en el layout del diseño de los parámetros, un esquema de dos componentes:

- el arreglo de los factores controlables (arreglo interior);
- y el arreglo de los factores no controlables (arreglo exterior).

Para el análisis de datos, Taguchi recomienda evaluar en el arreglo interior la respuesta promedio de cada corrida del experimento y analizar la variación de los resultados con un *ratio señal-ruido* apropiado. Estos ratios se derivan de la función de pérdida cuadrática

presentada anteriormente. Se consideran óptimos los niveles de los factores que maximicen un ratio señal-ruido adecuado. Estos ratios difieren según que el objetivo del experimento sea reducir la variabilidad alrededor de un valor objetivo determinado, o producir un efecto resultante lo mayor posible, o, inversamente, producir el menor efecto posible.^{xiii}

En definitiva, el objetivo principal de la ingeniería en general es alcanzar mejoras de rendimiento sostenibles ante cualquier condición downstream. Esto es lo que se llama *robustez*. Quizás uno de los mayores desafíos para Taguchi consista en cómo medir la robustez ya que, sólo si logramos hacerlo, podremos desarrollar tecnologías “a prueba de ruido”. Taguchi mide la robustez con el ratio señal-ruido. Mientras más robusta es una tecnología, más fuerte es la señal que emite contra cualquier ruido externo que trate de inhibir la fuerza de la señal.

Para Taguchi, el uso de los ratios señal-ruido elimina en general la necesidad de examinar las interacciones entre los factores controlables y los factores de ruido, si bien el examen de estas interacciones puede ocasionalmente mejorar la comprensión de los procesos estudiados. Finalmente, dado que los arreglos no siempre se corren completos, por razones de economía, es posible realizar experimentos confirmatorios.

CRITICA DE LOS DISEÑOS EXPERIMENTALES Y EL ANÁLISIS DE DATOS^{xiv}

Una primera crítica a la metodología de Taguchi se vincula con la complejidad de sus diseños experimentales. En efecto, los enfoques de Taguchi para el diseño de parámetros utilizan diseños ortogonales, muchos de los cuales son experimentos factoriales fraccionales^{xv} de dos niveles. Otros diseños, sin embargo, son del tipo factorial fraccional de tres niveles (alto-medio-bajo) y tienen estructuras muy complejas. Una segunda crítica apunta a la falta de un mecanismo para tratar con la interacción potencial entre los factores controlables de un proceso. Una tercera crítica es que la estructura de arreglos internos y externos lleva generalmente a experimentos muy grandes que, con los enfoques tradicionales, podrían realizarse más eficientemente. Autores como Montgomery (1991) sostienen que el enfoque de arreglos internos y externos es innecesario, y podría reemplazarse con un único diseño que incluya tanto a los factores controlables como a los no controlables. El diseño único reduce en general el tamaño del experimento y, además, puede aportar una mejor comprensión del proceso subyacente.

También han sido criticados algunos aspectos del análisis de datos propuesto por Taguchi. Sin entrar en detalle en los aspectos técnicos, corresponde destacar que incluso una innovación típica de esta metodología, cual es el ratio señal-ruido, ha sido criticada por su ineficiencia para detectar los efectos de dispersión, aunque pueda servir para identificar los factores que afectan al promedio de una variable de interés.

Pero... si los métodos son malos, ¿por qué se recomiendan tanto? Sucede que muchas compañías con poca experiencia en diseño experimental han informado de sus éxitos. En general, eran compañías que empleaban métodos rudimentarios (como la variación de los niveles de a un factor por vez) que no toman en cuenta las interacciones entre los factores. Por lo tanto, al comenzar a aplicar los métodos de Taguchi, a pesar de su ineficiencia, dieron un salto importante en la calidad de sus resultados. Los diseños factoriales son muy

eficientes e, incluso cuando se los utiliza ineficientemente dan resultados mejores que otros métodos. Por otra parte, muchas de las aplicaciones exitosas se dieron en contextos manufactureros en donde el costo de cada corrida de un experimento es relativamente bajo y por lo tanto la relativa ineficiencia de los métodos de Taguchi no era demasiado relevante. Otras consideraciones que ponen en perspectiva la adecuación de las aplicaciones de Taguchi se presentan en la sección siguiente.

COMPARACIÓN ENTRE EL DISEÑO EXPERIMENTAL CLÁSICO Y LOS MÉTODOS DE TAGUCHI

Tanto el diseño de experimentos como los métodos de Taguchi sirven para optimizar procesos que tienen entradas controlables y salidas medibles. Ambas metodologías trabajan con múltiples entradas que afectan a la salida por medir. Su diferencia fundamental radica en la forma en que cada método maneja las interacciones entre los factores de entrada. Mientras en el diseño experimental clásico se prueba con todas las combinaciones de niveles de entrada, o una fracción simétrica de las mismas, con el método de Taguchi se trabaja con una porción pequeña de las posibles combinaciones de factores de entrada, pero de una manera que permite calcular los efectos de todos los factores de entrada en el resultado de interés.

Las Figuras 8 y 9 resumen las características principales del diseño de experimentos y los métodos de Taguchi. La Tabla 19 compara las fortalezas y debilidades de ambos métodos.

Métodos de Taguchi

- Suponen que los usuarios de estos métodos poseen cierto entendimiento del proceso estudiado y de las interacciones subyacentes entre las entradas.
- Fueron inventados "por ingenieros para ingenieros".
- Según Taguchi, algunas variables están bajo control, y otras no (factores de ruido). Uno de los primeros pasos en los métodos de Taguchi es el uso de los conocimientos previos del proceso para identificar los factores controlables y de ruido más significativos.
- Taguchi recomienda un ratio señal-ruido para representar la robustez, (aunque un simple análisis de la varianza o el desvío standard bastaría).
- En contraste con el diseño de experimentos clásico, Taguchi sugiere una ronda final de experimentos de confirmación.
- Mientras que el diseño de experimentos clásico puede ignorar o no considerar explícitamente los factores de ruido, el diseño Taguchi los usa para contrastar la *robustez* del sistema, así como para encontrar las entradas óptimas.

Figura 8. Características principales de la metodología de Taguchi.

| Diseño de experimentos |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Supone que los usuarios no tienen un conocimiento profundo de los mecanismos que gobiernan el proceso investigado. • Fue inventado "por científicos para científicos". • Presupone que todos los inputs deben interactuar entre sí. Por esto, cuando no se tiene definido de antemano qué interacciones son las relevantes, el diseño experimental es la opción que conviene elegir. • En el diseño de experimentos, no sólo se estudian todas las interacciones^{xvi}, sino que ellas se estudian al mismo tiempo, en una misma ronda de pruebas. |

Figura 9. Características principales del diseño de experimentos clásico.

| COMPARACIÓN DE FORTALEZAS Y DEBILIDADES DE DOS ENFOQUES | | |
|--|--|--|
| | Diseño experimental clásico | Métodos de Taguchi |
| Fortalezas | <ul style="list-style-type: none"> • Se pueden estudiar todas las interacciones entre factores al mismo tiempo. • No se necesitan conocimientos profundos sobre el funcionamiento de los procesos estudiados. | <ul style="list-style-type: none"> • La "filosofía" de Taguchi en su conjunto es muy recomendable. • El concepto de función de pérdida es útil e innovador. |
| Debilidades | <ul style="list-style-type: none"> • No se pueden aprovechar ni usar los conocimientos previos sobre el proceso. • No hay forma de hacer más eficientes los procesos pensando cómo interactúan realmente sus entradas. | <ul style="list-style-type: none"> • Lleva a diseños experimentales complejos. • Promueve a veces experimentos ineficientes. • Se presentan algunos problemas con los métodos de análisis de datos. |

Tabla 19. Comparación de las fortalezas y debilidades de ambos métodos. Fuente: Adaptado de Sullivan (1987) y Montgomery (1991).

V. CONCLUSIONES

En este artículo hemos presentado los conceptos fundamentales del diseño experimental, incluyendo la metodología de Taguchi. A los conceptos los hemos ilustrado con ejemplos hipotéticos de la industria farmacéutica, vinculados con las actividades de producción, diseño y servicio al cliente. Son métodos muy útiles para mejorar la calidad y llevar las fuentes de la calidad aguas arriba (upstream) en el proceso empresarial.

Recomendamos sin dudas el empleo de estos métodos, cada uno de ellos en las mejores condiciones de aplicación. Surge aquí la pregunta "¿qué método conviene usar: el diseño experimental tradicional o los enfoques de Taguchi?". Si no se conocen los procesos

fundamentales del sistema que se quiere estudiar ni las interacciones entre los diferentes factores, o bien si los experimentos que se deben hacer son tan largos que deben hacerse necesariamente bien de entrada, el diseño de experimentos es la herramienta recomendada. Si, por el contrario, se conocen los rudimentos de los procesos subyacentes al sistema estudiado, no se pueden probar todas las combinaciones posibles de factores, y la robustez y consistencia del resultado es tan importante como el resultado mismo, entonces conviene usar los métodos de Taguchi.

BIBLIOGRAFÍA

Bolton, Sanford (1997). *Pharmaceutical Statistics: Practical and Clinical Applications*, segunda edición.

Box, G., R. Kacker, V. Nair, M. Phadke, A. Shoemaker, y J. Wu (1988). "Quality Practices in Japan", *Quality Progress*, marzo, pp. 37-41.

Cesatrone, John (2001). "The Power of Taguchi", *IIE Solutions*, November, pp. 36-40.

Clemes, Michael D., Lucie K. Ozanne, y Walter L. Laurensen (2001). "Patient's Perceptions of Service Quality Dimensions: An Empirical Examination of Health Care in New Zeland", *Health Marketing Quarterly*, Vol. 19, No. 1, pp. 3 y ss.

Ealey, Lance (1992). "The "methods" of a quality master: An interview with Genichi Taguchi, father of Quality Engineering", *The McKinsey Journal*, No. 4, pp. 3-17.

Montgomery, Douglas C. (1976). *Design and Analysis of Experiments*, John Wiley & Sons, Inc., New York.

Montgomery, Douglas C. (1991). *Introduction to Statistical Quality Control*. John Wiley & Son, Inc., New York.

Ramaswamy, Rohit (1996). *Design and Management of Service Processes*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Reading, MA.

Rao, Ashok, Lawrence P. Carr, Ismael Dambolena, Robert J. Kopp, John Martin, Farshad Rafii y Phyllis Fineman Schlesinger (1996), *Total Quality Management: A Cross Functional Perspective*, John Wiley & Sons, New York.

Sullivan, Lawrence P. (1987). "The Power of Taguchi Methods", *Quality Progress*, June, pp. 77-83.

Taguchi, Gen'ichi, Elsayed A. Elsayed, y Thomas C. Hsiang (1989). *Quality Engineering in Production Systems*. McGraw-Hill, Inc., New York.

Wonnacott, Thomas H. y Ronald H. Wonnacott (1977). *Introductory Statistics*, tercera edición, John Wiley & Sons, New York.

NOTAS

ⁱ Una versión preliminar de este trabajo se publicará próximamente en *Pharmaceutical Management*. Los autores agradecen al editor de la publicación mencionada la autorización para reproducirlo.

ⁱⁱ La presentación del análisis de varianza sigue en líneas generales a Wonnacott et al. (1977), páginas 277-289.

ⁱⁱⁱ Los resultados de los cálculos se indican en general con dos cifras decimales. Eventualmente, esto puede dar lugar a errores de redondeo.

^{iv} También puede trabajarse con las tablas de la distribución F que aparecen en los textos de estadística.

^v Técnicamente se expresa esta situación diciendo: “suponiendo que es válida la hipótesis nula”.

^{vi} Ver, por ejemplo, Bolton (1997).

^{vii} Ver Clemen et al. (2001).

^{viii} Las secciones sobre diseño experimental de este documento de trabajo siguen de cerca la presentación de Montgomery (1976 y 1991), especialmente su tratamiento matemático.

^{ix} Los detalles de estos desarrollos pueden consultarse en cualquier texto de análisis y diseño de experimentos, como Montgomery (1991).

^x Gen'ichi Taguchi (1924-) perteneció al Instituto de Estadística Matemática del Ministerio de Educación del Japón (1948-1950) y al Laboratorio de Comunicaciones Eléctricas de la empresa Nippon Telephone and Telegraph. Publicó libros sobre diseño experimental (*Experimental Design and Life Test Analysis* y *Design of experiments*) y combinó una carrera académica de profesor universitario (Aoyama Gakuin University) con desarrollos en el ámbito privado norteamericano, como Director Ejecutivo del American Supplier Institute, iniciados en 1983. Recibió el premio Deming Individual en cuatro ocasiones y un doctorado de la Universidad de Kyushu, en 1962.

^{xi} Montgomery (1991, p. 533).

^{xii} Si bien los factores de ruido no pueden controlarse durante la operación rutinaria, sí pueden controlarse durante la etapa de experimentación.

^{xiii} El nombre técnico de estos ratios es, respectivamente, *nominal the best* (el nominal es el mejor, simbolizado SN_N), *larger the better* (el mayor es el mejor, simbolizado SN_L), y *smaller the better* (el menor es el mejor, simbolizado SN_S). Los ratios se expresan en escalas de decibeles. Ver por ejemplo, Taguchi et al. (1989).

^{xiv} Esta crítica se basa fundamentalmente en Montgomery (1991).

^{xv} Un experimento factorial fraccionario no considera todas las combinaciones de factores posibles, sino solamente algunas. De este modo se reducen las exigencias y costos del experimento, pero se obtiene información sobre los efectos principales y las interacciones de menor orden, solamente. En estas aplicaciones de experimentos fraccionarios se supone que las interacciones de mayor orden son despreciables.

^{xvi} Como indicamos en la llamada anterior, no todas las investigaciones basadas en el diseño de experimentos tienen en cuenta todas las interacciones posibles. Las que lo hacen son llamadas diseños factoriales completos, mientras que a las que no lo hacen se las llama diseños factoriales fraccionarios.