

Deissenberg, Christophe; Stöppler, Siegmund

Working Paper

Quantitative Bestimmung und dynamische Bewertung optimaler wirtschaftspolitischer Entscheidungen

Diskussionsbeiträge, No. 85

Provided in Cooperation with:

Department of Economics, University of Konstanz

Suggested Citation: Deissenberg, Christophe; Stöppler, Siegmund (1976) : Quantitative Bestimmung und dynamische Bewertung optimaler wirtschaftspolitischer Entscheidungen, Diskussionsbeiträge, No. 85, Universität Konstanz, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Konstanz

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/78171>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

FACHBEREICH WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN
UNIVERSITÄT KONSTANZ

Quantitative Bestimmung und dynamische
Bewertung optimaler wirtschafts-
politischer Entscheidungen

Christophe Deissenberg*

und

Siegmar Stöppler**

Nr. 85

DISKUSSIONSBEITRÄGE

Ag 3173 76 Weltwirtschaft
Kiel

D-775 Konstanz

Postfach 7733

C 74234

Quantitative Bestimmung und dynamische
Bewertung optimaler wirtschafts-
politischer Entscheidungen

Christophe Deissenberg*

und

Siegmar Stöppler**

Nr. 85

Ag 213 76 Weltwirtschaft
Kiel

September 1976

* Fachbereich Wirtschaftswissenschaft und Statistik
der Universität Konstanz, Postfach 7733, D-7750 Konstanz

** Fachbereich Wirtschaftswissenschaften
der Universität Frankfurt, Mertonstr. 17, D-6000 Frankfurt a.M.

Für die Berechnungen wurde die von der Deutschen Forschungsgemeinschaft dem Hochschulrechenzentrum der Universität Frankfurt am Main zur Verfügung gestellte UNIVAC 1108 benutzt. Für weitere Auskünfte, insbesondere hinsichtlich des Computerprogramms und der vollständigen Ergebnisse, stehen die Autoren gerne zur Verfügung. Sie möchten an dieser Stelle *Michael Braulke, Thomas Fischer* und *Werner Pommerehne* für hilfreiche Hinweise danken.

SUMMARY

This article offers an introduction to Quantitative Economic Policy, i.e. the use of econometric models together with mathematical optimization methods for the analysis and quantitative determination of optimal macroeconomic policy. The corresponding basic methodology, optimal feedback stochastic control of linear econometric models given a quadratic cost functional, is presented with particular regard to its practical application. The method is then applied for demonstration purposes to an econometric model of the Federal Republic of Germany.

I EINFÜHRUNG

Die Bestimmung des zeitlich und im Umfang richtig dosierten Einsatzes des wirtschaftspolitischen Instrumentariums ist aufgrund der dynamischen Komplexität der Wirtschaft außerordentlich schwierig: Die wirtschaftspolitischen Maßnahmen, mit denen die Eigendynamik der Wirtschaft beeinflußt werden soll, werden erst nach unterschiedlichen Zeitverzögerungen über komplizierte Übertragungsmechanismen wirksam. Dieser dynamische Zusammenhang muß möglichst genau quantifiziert und bei der Bestimmung der wirtschaftspolitischen Maßnahmen formal exakt berücksichtigt werden, sollen keine Möglichkeiten einer besseren Zielerreichung vergeben werden oder sogar ganz andere Ergebnisse als die erwünschten auftreten.

In diesem Aufsatz soll gezeigt werden, wie man die Grundmethoden der *quantitativen Wirtschaftspolitik* zur Lösung dieser Problematik verwenden kann. Der Ansatz dazu ist im Prinzip einfach: Verfügt man über ein ökonometrisches Modell, das die dynamische Wirtschaftsstruktur beschreibt, und über eine Zielfunktion, die die wirtschaftspolitische Präferenzordnung ausdrückt, so ist es möglich, die Dosierung der wirtschaftspolitischen Maßnahmen mit Hilfe eines formalen Optimierungsansatzes so zu bestimmen, daß sie den im Sinne der Präferenzordnung bestmöglichen Wirtschaftsverlauf herbeiführen. Die praktische Anwendung bereitet jedoch erhebliche Schwierigkeiten. Einerseits können für die Wirtschaftsdynamik wesentliche Beziehungen im Modell ungenügend berücksichtigt sein. Zum anderen hat man bislang hinzunehmen, daß die zugrundegelegte Zielfunktion bestenfalls eine krude Approximation der wahren Präferenzordnung ist. Bereits der Versuch, allgemein anerkannte wirtschaftspolitische Ziele für gegebene Anfangssituationen in eine einfache Ordnung zu bringen, ist ein nahezu hoffnungsloses Vorhaben, ganz zu schweigen vom Versuch, eine vollständige Ordnung zu ermitteln.¹⁾

1) Die im *Stabilitätsgesetz* für die Bundesrepublik Deutschland verankerte *Gleichheit* der Ziele Stabilität des Preisniveaus, stetiges und angemessenes Wachstum, hoher Beschäftigungsstand und außenwirtschaftliches Gleichgewicht ist ein unpräziser Begriff, der lediglich eine vage Orientierungshilfe für die praktische Wirtschaftspolitik gibt. Für ein interaktives Verfahren, das eine direkte Berücksichtigung der Präferenzen der wirtschaftspolitischen Instanzen ohne explizite Aufstellung einer Zielfunktion erlaubt, vgl. DEISSENBERG [1976a], [1976b]. Es sei hier außerdem darauf hingewiesen, daß die Integration lang- und kurzfristiger Ziele in einem Modell heute noch nicht möglich ist.

Indessen führt die quantitative Wirtschaftspolitik, auch wenn sie keine endgültige Antwort geben kann, zu besseren wirtschaftspolitischen Entscheidungen, indem sie die in ökonometrischen Modellen gegebene Information einer systematischen Auswertung zuführt. Sie hilft insbesondere, die Implikationen alternativer Zielfunktionen und die Bedeutung einer dynamischen Struktur zu erkennen. Es kommt zu Lernprozessen in Folge der Konfrontation von Modell und Wirklichkeit, von wissenschaftlichem Berater und Entscheidungsträger, die eine Verbesserung der Entscheidungen erwarten lassen.

In der Tat hat die quantitative Wirtschaftspolitik das Stadium der praktischen Anwendung erreicht. Das zeigt sich beispielsweise in den Niederlanden, wo sie als Entscheidungshilfe in der Konjunkturpolitik dient. Auch innerhalb des amerikanischen *Federal Reserve Systems* wird z.Zt. daran gearbeitet, einen solchen Ansatz in den Entscheidungsprozeß einzubauen.¹⁾

Das Thema wird in zwei Teilen behandelt. Im folgenden Teil II wird die Methodik des Grundansatzes der quantitativen Wirtschaftspolitik dargelegt. Dabei ist die Darstellung auf eine Anwendung in der kurz- bis mittelfristigen Konjunkturpolitik ausgerichtet.²⁾ Wie in diesem Zusammenhang allgemein üblich, wird angenommen, daß das zugrundegelegte ökonometrische Modell linear oder linearisiert und die Zielfunktion quadratisch ist (*linear-quadratischer Ansatz*). Den durch diese Annahmen erzielten Vorteilen (einfache Ableitung der optimalen Lösung sowie Möglichkeit bestimmter analytischer Aussagen, damit wesentliche Erleichterung der Untersuchung) stehen nur geringe Qualitätsverluste in der Modellierung gegenüber: Die Linearität des ökonometrischen Modells ist bei kurz- bis mittelfristiger Betrachtung meist unproblematisch; die Approximation der wirtschaftspolitischen Präferenzordnung durch eine quadratische Zielfunktion stellt - wie noch erläutert wird - ein sinnvolles Vorgehen dar.

1) Vgl. z.B. dazu die Diskussion in den *Papers and Proceedings* der *American Economic Review*, Mai 1976, S. 340-360.

2) Die genannte Methode kann leicht auf andere (quantitative) wirtschaftspolitische Probleme sowie auf industrielle und sonstige Planungsfragen übertragen werden. Vgl. etwa PINDYCK [1973], BENSOUSSAN et al. [1974].

Im abschließenden Teil III wird ein Anwendungsbeispiel vorgeführt. Mit Hilfe eines ökonometrischen Modells für die Bundesrepublik Deutschland werden für verschiedene Zielfunktionen die entsprechenden optimalen wirtschaftspolitischen Maßnahmen bestimmt. Zum Schluß werden einige Eigenschaften des Modells genannt, die bei systematischer Variation der zugrundegelegten Zielfunktion deutlich werden.

II METHODIK

Der linear-quadratische Ansatz, den wir hier im Kontext der Optimierung ökonomischer Modelle vortragen, gilt allgemein für beliebige diskrete lineare Modelle. Stochastische Modelle werden darüberhinaus erfaßt, sofern die Unsicherheit über additive Störglieder mit bestimmten, bei ökonomischen Modellen im allgemeinen erfüllten stochastischen Eigenschaften eingeführt wird.

In Abschnitt A werden die konstitutiven Elemente des linear-quadratischen Optimierungsmodells der quantitativen Wirtschaftspolitik definiert und besprochen (Klassen von Variablen, lineares ökonomisches Modell und quadratische Zielfunktion). Anschließend wird das Optimierungsmodell dargestellt. In Abschnitt B wird ein Lösungsalgorithmus abgeleitet, der zu einer optimalen Entscheidungsregel für das dynamische Modell führt (Abschnitt C). Im anschließenden Abschnitt D werden die bei der Optimierung gewonnenen dynamischen Multiplikatoren ausführlich erläutert.

A. DIE FORMULIERUNG DES MODELLS

1. Klassifikation der Variablen. Bei dynamischen ökonomischen, insbesondere ökonomischen Modellen wird grundsätzlich zwischen *endogenen Variablen*, *exogenen Variablen* und *stochastischen Störgliedern* unterschieden.

Die endogenen Variablen sind dadurch charakterisiert, daß ihre Werte durch das Modell bestimmt werden. Die exogenen Variablen stellen dagegen die Phänomene dar, welche die endogenen Variablen beeinflussen, deren Entstehen aber nicht vom Modell erklärt wird. Die stochastischen Störglieder werden den endogenen Variablen als Zufallselemente zugeordnet. Sie werden in das Modell eingeführt, um einerseits der Approximation in der Modellierung der wirtschaftlichen Beziehungen, andererseits den zahlreichen zufälligen Einflüssen auf das wirtschaftliche Geschehen Rechnung zu tragen. Es wird angenommen, daß die Störglieder normal verteilt,

miteinander und über die Zeit unkorreliert sind, daß sie feste, endliche Varianzen besitzen und daß ihr Erwartungswert Null beträgt.

In der quantitativen Wirtschaftspolitik bedingt die Verwendung des ökonometrischen Modells im Rahmen von Optimierungsproblemen jedoch eine weitere Untergliederung der Variablen unter dem Gesichtspunkt ihrer Eignung als wirtschaftspolitische Entscheidungsparameter. Diejenigen exogenen Variablen, deren Werte durch die wirtschaftspolitischen Instanzen zur Steuerung der wirtschaftlichen Entwicklung unmittelbar beeinflußt werden, nennt man *Instrumentvariablen*. Endogene Variablen und Instrumentvariablen bilden zusammen die *Zustandsvariablen*. Die übrigen exogenen Variablen werden als *Ereignisvariablen* bezeichnet. Die Ereignisvariablen sind für den wirtschaftspolitischen Entscheidungsträger Daten, die a priori - also vor ihrer Realisierung - allerdings nicht bekannt sind.

Die Unterscheidung zwischen Instrument- und Ereignisvariablen ist unscharf. Sie hängt insbesondere von dem gegebenen institutionellen Rahmen, von dem zugrundegelegten ökonometrischen Modell, von der spezifischen Orientierung der Untersuchung, von der Länge des Planungshorizonts ab. Im Rahmen der mittelfristigen Konjunkturstabilisierung in einer Marktwirtschaft sind die Instrumentvariablen weitgehend durch das allgemeine geld- und fiskalpolitische Instrumentarium gegeben.

Schließlich müssen jene Variablen festgelegt werden, denen wirtschaftspolitische Ziele entsprechen und die damit in der Zielfunktion bewertet werden sollen. Diese Variablen werden *Zielvariablen* genannt. Nur Zustandsvariablen können sinnvollerweise als Zielvariablen auftreten, da eine Bewertung der Ereignisvariablen als Daten im Optimierungsprozeß keinen Einfluß auf das Optimierungsergebnis hat.

2. Die Zustandsform des Modells. Ein diskretes lineares ökonometrisches Modell wird in der Regel in der *strukturellen Form* geschätzt, die das reale System in direkter Weise abbildet. Formal handelt es sich dabei um ein System von Differenzgleichungen n-ter Ordnung. Die strukturelle Form ist jedoch für eine Analyse der Dynamik des Systems bzw. für seine Optimierung ungeeignet. Durch die Einführung verzögerter Variablen als weiterer Zustandsvariablen und durch Umformung läßt sich das System formal äquivalent in die zweckmäßigere

Zustandsform als System von Differenzgleichungen erster Ordnung bringen.¹⁾

Bezeichnet man mit x_t den Vektor der Zustandsvariablen²⁾, mit u_t den Vektor der Instrumentvariablen, mit z_t den Vektor der Ereignisvariablen und mit e_t den Vektor der stochastischen Störglieder zu dem Zeitpunkt bzw. in der Zeitperiode t , so lautet die Zustandsform:

$$(1) \quad x_t = A_t x_{t-1} + B_t u_t + C_t z_t + e_t, \quad t=1,2,\dots$$

Hierbei sind A_t , B_t und C_t Matrizen entsprechender Dimension, deren Elemente aus den ökonomisch geschätzten Koeffizienten der strukturellen Form des Modells hervorgehen. Für jeden gegebenen Anfangszustand x_0 beschreibt (1) die möglichen, von x_0 ausgehenden, Entwicklungen der Wirtschaft (die *zulässigen Pfade* vom Anfangszustand x_0 aus) als Funktion des Einsatzes der Instrumentvariablen u , der wirtschaftspolitisch unkontrollierbaren Ereignisse z und der zufälligen Erscheinungen e . Wegen der Störglieder e ist diese Entwicklung jedoch nur probabilistisch bekannt. Die Zeitabhängigkeit der Matrizen A , B und C drückt die Tatsache aus, daß die Struktur der Wirtschaft sich im Zeitablauf verändern kann. In den meisten praktischen Anwendungsfällen wird jedoch mit festen Strukturmatrizen gearbeitet.

Die Ausführungen der Unterabschnitte 3. und 4. beziehen sich nicht auf das ursprüngliche stochastische System (1), sondern auf das folgende deterministische System:

$$(1') \quad x_t = A_t x_{t-1} + B_t u_t + C_t z_t, \quad t=1,2,\dots$$

Dieses ergibt sich daraus, daß die Störterme e_t in (1) durch ihre Erwartungswerte ersetzt werden. Die Rechtfertigung dieses Vorgehens wird an späterer Stelle gegeben.

3. Die quadratische Zielfunktion. Von der Zielfunktion J wird gefordert, daß sie die Verläufe der Zielvariablen als Summe von quadratischen Funktionen der erreichten Werte über die verschiedenen Perioden bewertet. Der Anfangszustand x_0 wird als Datum des Optimierungsprozesses nicht bewertet. Ohne Verlust an Allgemeinheit kann J in

1) Zur Behandlung von Zeitverzögerungen höherer Ordnung vgl. PINDYCK [1973], S. 94-104.

2) Der Vektor x enthält entsprechend der oben gegebenen Definition der Zustandsvariablen den Vektor u als Teilvektor. Zur Einbeziehung des Instrumentenvektors in den Zustandsvektor vgl. CHOW [1975], S. 152-154.

der besonders zweckmäßigen und anschaulichen Form der *quadratischen Verlustfunktion* ausgedrückt werden.

Zur Bildung der Verlustfunktion ist zunächst für jede Zustandsvariable ein Sollpfad $(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_t)$ vorzugeben. Dieser Sollpfad stellt für die Zielvariablen denjenigen Verlauf dar, der von den wirtschaftspolitischen Instanzen allen anderen vorgezogen wird, und zwar unabhängig davon, ob er zulässig ist oder nicht (in der Regel wird er nicht zulässig sein). Die Einführung von Sollpfaden auch für die Nicht-Zielvariablen wird ausschließlich deshalb vorgenommen, um eine gesonderte Kennzeichnung dieser Variablen zu vermeiden. Diese Sollpfade sind somit beliebig.

Die quadratische Verlustfunktion bewertet die Abweichungen der Zielvariablen von ihrem Sollpfad in der allgemeinen Form

$$(2) \quad J = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x}_t)' K_t (x_t - \bar{x}_t) \quad ,$$

wobei die K_t positiv-semidefinite Matrizen entsprechender Ordnung darstellen. ¹⁾ Die Elemente von K_t werden *Gewichte* genannt. Die Multiplikation mit dem Wert $\frac{1}{2}$, der als Konstante keinen Einfluß auf das Optimierungsergebnis hat, erfolgt aus rechentechnischen Gründen.

Bei vollständiger Zielerreichung nimmt die Verlustfunktion den Wert Null an. Sie weist genau dann positive Werte auf, wenn die Zielvariablen von ihren Sollwerten abweichen. Jeder positive Wert von J drückt den Wohlfahrtsverlust aus, der dadurch entsteht, daß der tatsächliche Verlauf vom Sollpfad abweicht. Der wirtschaftspolitisch optimale Pfad wird dementsprechend derjenige zulässige Pfad sein, der den Wert von J als Summe der Verluste der einzelnen Perioden minimiert.

Die Zeitabhängigkeit der Matrix K erlaubt eine unterschiedliche Bewertung der Verluste in den einzelnen Zeitpunkten. Damit ist es möglich, eine Diskontierung einzuführen bzw. Änderungen von Präferenzen zu berücksichtigen.

1) Mit ' kennzeichnen wir die Transposition einer Matrix bzw. eines Vektors.

Jeder einzelne Summand von (2) kann als

$$\sum_i \sum_{i \neq j} k_{ij}^t (x_{it} - \bar{x}_{it}) (x_{jt} - \bar{x}_{jt}) + \sum_i k_{ii}^t (x_{it} - \bar{x}_{it})^2$$

geschrieben werden, wobei $(x_{it} - \bar{x}_{it})$ und $(x_{jt} - \bar{x}_{jt})$ die i -te bzw. j -te Komponente von $(x_t - \bar{x}_t)$ und k_{ij}^t die entsprechenden Elemente von K_t sind.

Die Elemente k_{ij}^t , mit $i \neq j$, gewichten Kreuzprodukte von Variablen. Bei den meisten wirtschaftspolitischen Anwendungen ist es indessen nicht möglich, die Existenz von Präferenzen hinsichtlich Kreuzprodukten zu rechtfertigen.¹⁾ Daher wird im folgenden angenommen, daß die k_{ij}^t , $i \neq j$, den Wert Null haben, d.h., daß K_t eine Diagonalmatrix darstellt. Diese Annahme ist für den später dargelegten Optimierungsalgorithmus allerdings ohne Bedeutung.

Jedes Element k_{ij}^t gewichtet das Quadrat der Abweichungen der Variablen x_{it} von ihrem Sollwert. Entsprechend sind die Gewichte k_{ii}^t für die Zielvariablen positiv zu wählen, für die übrigen Zustandsvariablen gleich Null zu setzen. Je mehr Wert auf eine möglichst genaue Übereinstimmung einer spezifischen Variablen x_{it} mit ihrem Sollwert gelegt wird, ein desto größeres Gewicht k_{ii}^t ist im Vergleich zu den anderen Gewichten zu wählen.

Die Bewertung des Verlustanteils, der durch eine Variable verursacht wird, steigt mit dem Quadrat der absoluten Abweichungen vom Sollpfad. Entsprechend weist die Funktion J stark abnehmende Grenzzraten der Substitution zwischen den einzelnen Abweichungen auf. Dies entspricht einer Präferenzordnung, die auf eine Erhöhung einzelner Abweichungen sehr "sensitiv" ist, bei der also ein hoher Wert auf eine relativ ange Anpassung aller Variablen an den Sollpfad gelegt wird. Im stochastischen Fall entspricht dies risikoscheuem Verhalten.

Während die Höhe des Gesamtverlustes an und für sich wenig aussagt, kann man die Summe über t der (nicht gewichteten) quadrierten Abweichungen einer Variablen vom Sollpfad als Maß für die Anpassung dieser Variablen an den Sollpfad ansehen: Ein hoher Anteil am Gesamtverlust weist auf eine Variable hin, die sich nur schwer in die

1) Kreuzprodukte von Variablen derselben Periode werden jedoch gewichtet, wenn nicht ausschließlich ursprüngliche Variable des ökonomischen Modells, sondern abgeleitete Größen als nicht-lineare Funktionen dieser Variablen durch die Zielfunktion bewertet werden sollen. Eine Gewichtung von Kreuzprodukten Variabler verschiedener Perioden - d.h. die Aufgabe der Additivität von J über t - kann vor allem im stochastischen Zusammenhang von Bedeutung sein. Vgl. hierzu CHOW [1975], S. 155 ff.

gewünschte Richtung steuern läßt.

Wenig plausibel ist indessen die Tatsache, daß J die absoluten Abweichungen bewertet. Eine im Betrag gleich große Abweichung vom Sollpfad wird gleich bewertet, unabhängig davon, ob eine Über- oder Unterschreitung vom Soll stattfindet. Diese Eigenschaft vermindert allerdings wenig den Gebrauchswert der quadratischen Zielfunktion: Gewichte und Sollwerte können ohnehin nicht als absolut gültige Daten aufgefaßt werden, sie sind lediglich Approximationen, die nur für gewisse Wertbereiche der Zustandsvariablen die wirtschaftspolitische Präferenzordnung ausreichend genau ausdrücken. Entsprechend werden in der Praxis Gewichte und Sollwerte, die zu unplausiblen Lösungen führen, systematisch revidiert. Darüberhinaus kann, ohne daß auf die Vorteile der quadratischen Form verzichtet werden muß, relativ leicht dadurch Abhilfe geschaffen werden, daß eine stückweise quadratische Zielfunktion zugrundegelegt wird, welche die Abweichungen oberhalb und unterhalb von vorgegebenen Werten unterschiedlich bewertet.¹⁾

In der Regel werden die Instrumentvariablen Teile der Zielvariablen darstellen, d.h. sie werden mit positiven Gewichten versehen. Dies hat zwei Gründe: (1) Der Einsatz der Instrumente ist normalerweise mit monetären, vor allem mit politischen oder psychologischen Kosten verbunden, die in die Präferenzordnung der Entscheidungsinstanz eingehen. Ein Beispiel sind die politischen Rücksichten, die eine Ausschöpfung der Möglichkeiten des Stabilitätsgesetzes verhindert haben. (2) Die Instrumentvariablen können nicht beliebig eingesetzt werden, sondern nur innerhalb bestimmter Grenzen, die zustandsabhängig sein können. Die Einbeziehung der Instrumentvariablen in die Zielfunktion führt dazu, daß ihre optimalen Werte tendenziell einem gewünschten Soll angepaßt werden. Mit der Wahl der Sollwerte und der Gewichte kann leicht erreicht werden, daß die einzelnen optimalen Werte in einem wirtschaftspolitisch "vernünftigen" Bereich bleiben. Diese Möglichkeit, die Instrumentvariablen in ihrem zulässigen Schwankungsbereich zu halten, reicht für die meisten praktischen Anwendungen aus. Sie wird insbesondere im Teil III angewandt. Grundsätzlich könnte allerdings auch eine spezifische Nebenbedingung $u_t \in U_t(x_t)$ definiert, d.h. unmittelbar gefordert werden, daß u_t

1) Vgl. FRIEDMAN [1972]

Werte in einem Bereich $U_t(x_t)$ annimmt.

Darüberhinaus sichert die Bewertung der Instrumentvariablen die Eindeutigkeit der optimalen Lösung in dem Fall, in dem die Anzahl der Instrumentvariablen die Zahl der übrigen Zielvariablen übersteigt.¹⁾

Bei den Optimierungsbeispielen, die wir in Teil III darstellen, werden konstante Matrizen K zugrundegelegt. Für die Sollpfade werden "glatte" Verläufe, wie z.B. Verläufe mit konstanten Wachstumsraten, gewählt. Modelle der quantitativen Wirtschaftspolitik, die diese beiden Eigenschaften aufweisen, werden üblicherweise als Modelle der *optimalen Stabilisierungspolitik* bezeichnet.²⁾ Es ist allerdings zu beachten, daß das Ziel der optimalen Stabilisierungspolitik nicht in einer "Glättung" oder "Beruhigung" der Entwicklung der Zielvariablen 'um jeden Preis' besteht, sondern in der Anpassung an einen besten stetigen Pfad, also einem Kompromiß zwischen "glatten" Verläufen und "guten" Werten.

Die inhaltliche Bedeutung der Zielsetzung einer optimalen Stabilisierungspolitik ist im übrigen davon abhängig, ob die Variablen des zugrundegelegten ökonomischen Modells als absolute Größen oder aber - um nur noch den anderen wichtigen Fall zu erwähnen - als Wachstumsraten definiert sind. Stellen die Variablen absolute Größen dar, so werden Abweichungen vom Sollpfad in einzelnen Perioden über die Wachstumsraten in späteren Perioden tendenziell kompensiert. Die Anpassung an den angestrebten Verlauf der absoluten Größen wird also möglicherweise stark schwankende Wachstumsraten hervorrufen. Sind die Variablen als Wachstumsraten definiert, so beinhaltet die Zielsetzung der optimalen Stabilisierung keine Tendenz, eine einmal entstandene "Einbuße" in einer absoluten Größe aufgrund "schlechter" Wachstumsraten vergangener Perioden über die zukünftigen Wachstumsraten zu kompensieren.³⁾ Andere, formal anspruchsvollere

- 1) Um in diesem Fall Eindeutigkeit der Lösung sicherzustellen, kann auch eine entsprechende Anzahl von Instrumentvariablen ihrem Soll gleichgesetzt und das System für die übrigen Variablen gelöst werden. Vgl. hierzu Fußnote 2), S. 16.
- 2) Gelegentlich werden im Rahmen der optimalen Stabilisierungspolitik auch zeitabhängige Matrizen K_t zugrundegelegt, die eine konstante Zeitdiskontierung ausdrücken.
- 3) Dies gilt entsprechend bei einem Modell in absoluten Größen, wenn die Zielfunktion nicht die Variable selbst, sondern ihre ersten Differenzen bewertet.

Ansätze, die die "Glattheit" des Verlaufs der absoluten Größen, ihrer Wachstumsraten und Zeitableitungen höherer Ordnung gleichzeitig berücksichtigen, sollen hier nicht besprochen werden.

Die meisten Untersuchungen der quantitativen Politik beziehen sich auf eine optimale Stabilisierungspolitik. Andere Zielsetzungen sind jedoch durchaus denkbar. Man kann sich z.B. vorstellen, daß eine Regierung, die auf eine Wiederwahl abzielt und davon ausgeht, daß die Wähler vergeßlich sind, versuchen wird, ein besonders gutes Wirtschaftsergebnis im Wahljahr zu erzielen, ohne Rücksicht auf die dadurch in der Zwischenwahlperiode bedingte Entwicklung. Dies entspricht einer Zielfunktion, bei der die Gewichte der Wahljahre sehr viel höhere Werte als die Gewichte der übrigen Jahre haben. Auf diese Weise kann die optimale Lösung durch starke Schwankungen charakterisiert sein (sog. politische Konjunkturzyklen).¹⁾

Zur Definition der Zielfunktion gehört die Festlegung des Zeitraumes, über den optimiert werden soll.²⁾ Diese Festlegung ist oft problematisch, da es bei den meisten Problemstellungen keinen "natürlichen" Planungshorizont gibt, und da die Ergebnisse des Optimierungsprozesses stark mit dem Planungshorizont variieren können. In der Regel wird ein endlicher Planungshorizont zugrundegelegt. Der Einfluß des Planungshorizonts kann dann mittels einer Sensitivitätsanalyse untersucht werden; damit lassen sich die erzielten Ergebnisse relativieren. In der Regel nimmt die Sensitivität der Ergebnisse mit zunehmenden T sehr stark ab.

4. Das linear-quadratische Optimierungsmodell. Mit den oben dargestellten Komponenten "lineares ökonomisches Modell" und "quadratische Zielfunktion" läßt sich das Problem der Bestimmung des optimalen Instrumenteneinsatzes über $t = 1, \dots, T$ formal darstellen:

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} (3a) \ J(x_1, \dots, x_T) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x}_t)' K_t (x_t - \bar{x}_t) \rightarrow \min_{(u_1, \dots, u_T)} \\ \quad \text{unter den Nebenbedingungen} \\ (3b) \ x_t = Ax_{t-1} + Bu_t + Cz_t, \\ (3c) \ x_0 \text{ gegeben,} \\ (3d) \ z_t \text{ gegeben, } t=1, \dots, T. \end{array} \right.$$

1) Vgl. FREY [1975]

2) Zu einer eingehenden Diskussion dieser Problematik vgl. DEISSENBERG und STÖPPLER [1974]

K_t muß positiv-semidefinit für alle t sein.

Die Nebenbedingung (3b), die der deterministischen Zustandsform (1') entspricht, wird als *Übergangsgleichung* des Optimierungsproblems (3) bezeichnet. Die Sequenz (u_1^*, \dots, u_T^*) , die J unter den Bedingungen (3b)-(3d) minimiert, wird *optimale Politik* genannt. Der entsprechende "beste" zulässige Pfad (x_1^*, \dots, x_T^*) heißt *optimale Lösung*.

Wird Modell (3) zur konkreten Bestimmung einer optimalen Wirtschaftspolitik verwendet, so muß x_0 den augenblicklichen bzw. letztbekannten Zustand der Wirtschaft darstellen. Für die Ereignisvariablen z_1, \dots, z_T , deren Realisierungen a priori nicht bekannt sind, sind prognostizierte Größen anzugeben. Um allgemeine Kenntnisse über das ökonometrische Modell, über die Bedeutung der Zielfunktion, usw. zu gewinnen, können x_0 und (z_1, \dots, z_T) auch nach anderen Kriterien gewählt werden.

Steht der Realitätsbezug der Optimierungsergebnisse im Vordergrund, so ist darauf zu achten, daß die Sollpfade, die Pfade der Ereignisvariablen und die optimalen Pfade in demselben Wertebereich liegen wie die historischen Werte der entsprechenden Variablen in der Schätzperiode des zugrundegelegten ökonometrischen Modells. Nur in diesem Bereich kann von einem ökonometrischen Modell überhaupt eine hohe Erklärungskraft erwartet werden.

Der linear-quadratische Ansatz weist einige angenehme formale Eigenschaften auf:

- Das Optimierungsproblem (3) besitzt ein eindeutiges Optimum; jedes Optimum des Problems ist ein globales Optimum
- Sog. *bang-bang* Lösungen, bei denen jedes einzelne Instrument in jeder Periode entweder voll, oder aber an der unteren Grenze eingesetzt wird, sind ausgeschlossen.
- Die *Synthese* von (3) ist möglich: Es kann eine *Synthesefunktion* als *optimale Entscheidungsregel* ermittelt werden, welche die optimale Entscheidung u_t^* jeder Periode als Funktion des Zustands der Vorperiode angibt.
- Unter den Voraussetzungen, die im Unterabschnitt 1. über die Störglieder e_t gemacht worden sind, ist die Synthesefunktion des deterministischen Problems (3) zugleich optimale Entscheidungsregel für das stochastische Problem:

$$(4) \left\{ \begin{array}{l} (4a) \quad J = E \left[\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x}_t)' K_t (x_t - \bar{x}_t) \right] + \min (u_1, \dots, u_T) \\ \text{unter den Nebenbedingungen} \\ (4b) \quad x_t = A_t x_{t-1} + B_t u_t + C_t z_t + e_t, \\ (4c) \quad x_0 \text{ gegeben, } (4d) \quad z_t \text{ gegeben, } t = 1, \dots, T, \end{array} \right.$$

wobei $E[\]$ den Erwartungswert bezeichnet.

Daß die Lösung des stochastischen Problems der Ermittlung von u_t^* bei gegebenem x_{t-1} als Lösung des entsprechenden deterministischen Problems gefunden wird, ist als Prinzip der *dynamischen Sicherheitsäquivalente* bekannt.¹⁾ Dieses besagt, daß zur Optimierung von u_1 bei gegebenem x_0 in Bedingung (4b) die Störgrößen e_t durch ihre Erwartungswerte $E[e_t]$, d.h. die Prognosen x_t durch $E[x_t]$ ersetzt werden.²⁾ Unsere vorläufige Vernachlässigung der Störglieder e_t beinhaltet also keine Einschränkung des vorgetragenen Ansatzes auf den deterministischen Fall.

Die Existenz einer Synthesefunktion als Lösung des deterministischen Problems (3) und zugleich des stochastischen Problems (4) ist von großer praktischer Bedeutung. Die numerische Lösung von (3) über die Synthesefunktion ist in der Regel wesentlich einfacher als eine unmittelbare Lösung. Vor allem ist bei allen praktischen Anwendungen nicht von einer deterministischen, sondern von einer probabilistischen Kenntnis der wirtschaftlichen Entwicklung auszugehen. Damit ist bestenfalls Modell (4) eine zutreffende Beschreibung der Wirklichkeit. In diesem Modell ist der Zustand x_{t-1} nicht a priori bekannt, sondern wird erst in $t-1$ realisiert. Ohne analytische Kenntnis der optimalen Entscheidungsregel ist entsprechend in jedem Zeitpunkt t unter Anwendung des realisierten x_{t-1} als Anfangszustand eine neue Optimierung notwendig, was vergleichsweise zeitraubend und kostspielig ist.

1) Zum Beweis des auf SIMON [1956] und THEIL [1958] zurückgehenden Prinzips dynamischer Sicherheitsäquivalente siehe CHOW [1975], S. 156-157 und S. 163-167.

2) Im Falle eines ökonometrischen Modells ist, wie bereits erwähnt, $E[e_t] = 0$. Das Prinzip gilt jedoch allgemein für $E[e_t] < \infty$.

B DIE OPTIMIERUNG DES MODELLS UND DIE INTERPRETATION DER DYNAMISCHEN MULTIPLIKATOREN

1. Minimumprinzip und Charakterisierung der Lösung. Zur Lösung des Optimierungsproblems (3) sind grundsätzlich dynamische Programmierung, Methode von Lagrange und Maximum- bzw. hier Minimumprinzip gleichermaßen anwendbar. Das Minimumprinzip, das im folgenden benutzt wird, besitzt spezifische Vorteile gegenüber den beiden anderen Methoden. Einerseits liefert es sogenannte Kozustände als dynamische Multiplikatoren (dynamische Dualvariablen), die für die dynamische Beurteilung eines erreichten Zustands große Bedeutung haben und bei der Anwendung der dynamischen Programmierung nicht auftreten.¹⁾ Andererseits erlaubt es im Vergleich zur Lagrangemethode die Behandlung von sehr viel allgemeineren Typen von Nebenbedingungen, die in verschiedenen, hier nicht erörterten Fragestellungen der quantitativen Wirtschaftspolitik von Bedeutung sind.

Das ökonometrische System wird zwecks Anwendung der Bedingungen des Minimumprinzips in der modifizierten Form

$$(5) \quad x_t - x_{t-1} = (A_t - I)x_{t-1} + B_t u_t + C_t z_t, \quad x_0 \text{ gegeben,}$$

geschrieben.²⁾ Weiter wird zu jeder Zustandsvariablen x_{it} eine Bewertungsfunktion, die *Kozustandsvariable* p_{it} definiert. Der Vektor p_t heißt *Kozustand* von x_t . Sodann wird für jede Periode die *Hamiltonfunktion*

$$(6) \quad H(x_{t-1}, u_t, p_t, t) = \frac{1}{2} (x_{t-1} - \bar{x}_{t-1})' K_{t-1} (x_{t-1} - \bar{x}_{t-1}) \\ + p_t' [(A_t - I)x_{t-1} + B_t u_t + C_t z_t]$$

als Summe der Verluste in der Periode $t-1$ und der mit p_t bewerteten Zustandsveränderung $x_t - x_{t-1}$ gebildet. Das Minimumprinzip gibt allgemein notwendige und im vorliegenden quadratisch-linearen Fall auch hinreichende Bedingungen für eine optimale Lösung von (3) an. Es

1) Zur Methodenbeurteilung siehe PINDYCK [1973], S. 5-10, DEISSENBURG und STÖPPLER [1974], S. 82-88, STÖPPLER [1975], S. 81-95.

2) Die Formulierung der Bedingungen des diskreten Minimumprinzips erfolgt in Anlehnung an PINDYCK [1973], S. 22-23 und S. 27-30.

besagt, daß die optimale Politik (u_1^*, \dots, u_T^*) die Sequenz der Maßnahmen u_t ist, welche die Hamiltonfunktion (6) in jeder Periode minimieren. Weiterhin schließt das Minimumprinzip den dynamischen Zusammenhang zwischen Zustand, Kozustand und Entscheidung ein. Die bei der Minimierung der Hamiltonfunktion der Periode t bezüglich u_t zu berücksichtigenden weiterreichenden Folgen der Entscheidung u_t werden durch die Größe des Kozustands einbezogen. Notwendig und hinreichend für ein Minimum von H und somit letztlich von J sind damit:

$$(7a) \quad x_t^* - x_{t-1}^* = \frac{\partial H^*}{\partial p_t^*} = (A_t - I)x_{t-1}^* + B_t u_t^* + C_t z_t, \quad (t=1, \dots, T; \quad x_0 \text{ gegeben})$$

$$(7) \quad (7b) \quad p_t^* - p_{t-1}^* = - \frac{\partial H^*}{\partial x_{t-1}^*} = -K_{t-1} (x_{t-1}^* - \bar{x}_{t-1}) - (A_t' - I)p_t^*, \quad (t=2, \dots, T+1; \quad p_{T+1}^* = 0)$$

$$(7c) \quad \frac{\partial H(x_{t-1}^*, u_t^*, p_t^*, t)}{\partial u_t^*} = B_t' p_t^* = 0, \quad (t=1, \dots, T)$$

Die erste Bedingung ist nichts anderes als die Zustandsgleichung des Systems. Die dritte Bedingung ist notwendig für das Minimum der Hamiltonfunktion in jeder Periode t . Die zweite Beziehung für den Kozustand wird zu

$$p_{t-1}^* = K_{t-1} (x_{t-1}^* - \bar{x}_{t-1}) + A_t' p_t^* \quad \text{bzw.} \\ (8) \quad p_t^* = K_t (x_t^* - \bar{x}_t) + A_{t+1}' p_{t+1}^*, \quad p_{T+1}^* = 0$$

umgeformt. Dieses neue Differenzengleichungssystem läßt sich bei bekanntem optimalen Zustandsverlauf retrograd lösen, jedoch ist keine direkte simultane Lösung für x_t^* von x_0 ausgehend und für p_t^* von p_{T+1}^* ausgehend möglich. Bei nicht-quadratischer Zielfunktion und/oder nicht-linearer Zustandsgleichung müssen zur Lösung Gradientenverfahren oder andere Approximationsverfahren verwendet werden.¹⁾ Wie bereits erwähnt, ist im vorliegenden Fall einer linearen Zustandsgleichung und quadratischen Zielfunktion das Problem der Berechnung einer optimalen Politik jedoch auf einfache Weise durch

1) Vgl. CHOW [1975], S. 279-299, STÖPPLER [1975], S. 143-157, GALLER [1976], S. 82-117.

Synthese lösbar. Die optimale Entscheidung u_t^* in der Periode t wird dann in Abhängigkeit von dem Zustand x_{t-1} der Periode $t-1$ ausgedrückt, und zwar als lineare Funktion von x_{t-1} (*lineare Entscheidungsregel*).

C DIE SYNTHESE DES PROBLEMS

Die Ermittlung der optimalen Entscheidungsregel erfolgt direkt.¹⁾ Aus (8) erhält man zunächst für $t=T$ und $p_{T+1}^*=0$

$$(9) \quad p_T^* = K_T x_T^* - K_T \bar{x}_T = H_T x_T^* - h_T \quad \text{mit} \quad H_T = K_T \quad \text{und} \quad h_T = K_T \bar{x}_T .$$

Werden (9) und (7a) in (7c) eingesetzt, so folgt

$$(10) \quad B_T' (H_T A_T x_{T-1}^* + H_T B_T u_T^* + H_T C_T z_T - h_T) = 0 .$$

Nach Auflösung dieser Gleichung nach u_T^* ergibt sich die Entscheidungsfunktion

$$(11) \quad u_T^* = G_T x_{T-1}^* + g_T ,$$

mit

$$G_T = -(B_T' H_T B_T)^{-1} B_T' H_T A_T ,$$

$$g_T = -(B_T' H_T B_T)^{-1} B_T' (H_T C_T z_T - h_T) .$$

Die Matrix $B_T' H_T B_T$ ist quadratisch der Ordnung r (Anzahl der Instrumentvariablen) und wird hier als regulär angenommen.²⁾ Wird u_T^* aus (11) in die Zustandsgleichung (3) eingesetzt, so folgt

1) Die folgende Ableitung erfolgt analog zu denjenigen von CHOW [1975], S. 158-160. Sein Ansatz zur Anwendung des Minimumprinzips (Bildung der Hamiltonfunktion) S. 162 ist allerdings nicht korrekt und führt deshalb nicht auf die im übrigen richtigen, zuvor aus dem Lagrange-Ansatz gewonnenen Bedingungen.

2) CHOW [1975], S. 159 und S. 167-170, schränkt diese Voraussetzung danach wieder ein, indem er bei Singularität eine entsprechende Anzahl von Instrumentvariablen gleich den Sollwerten setzt und für die restlichen Variablen das System löst.

$$(12) \quad x_T^* = (A_T + B_T G_T) x_{T-1}^* + B_T g_T + C_T z_T .$$

Nach Einsetzung von x_T^* in (9) ergibt sich ebenfalls eine lineare Beziehung zwischen Zustand und Kozustand:

$$(13) \quad p_T = H_T (A_T + B_T G_T) x_{T-1}^* + H_T (C_T z_T + B_T g_T) - h_T .$$

Wird dann (13) in (8) mit $t = T-1$ eingesetzt, so folgt

$$p_{T-1}^* = H_{T-1} x_{T-1}^* - h_{T-1} ,$$

mit

$$H_{T-1} = K_{T-1} + A_T' H_T (A_T + B_T G_T) ,$$

$$h_{T-1} = K_{T-1} \bar{x}_{T-1} - A_T' H_T (C_T z_T + B_T g_T) + A_T' h_T .$$

Wiederholt man jetzt die Ableitung beginnend mit $B_{T-1}' p_{T-1} = 0$ nach (10), so ergibt sich der Rechenzyklus

$$H_T, h_T \rightarrow G_T, g_T \rightarrow H_{T-1}, h_{T-1} \rightarrow G_{T-1}, g_{T-1} \rightarrow \dots$$

mit den allgemein indizierten Formeln

$$(14) \quad u_t^* = G_t x_{t-1}^* + g_t$$

und

$$(15) \quad p_t^* = H_t x_t^* - h_t ,$$

mit einem vom Ende des Planungszeitraumes T her rückwärts zu berechnenden System von Matrizen und Vektoren:

$$(16a) \quad G_t = -(B_t' H_t B_t)^{-1} B_t' H_t A_t ,$$

$$(16b) \quad g_t = -(B_t' H_t B_t)^{-1} B_t' (H_t C_t z_t - h_t) ,$$

$$(16c) \quad H_{t-1} = K_{t-1} + A_t' H_t (A_t + B_t G_t) , \quad H_T = K_T ,$$

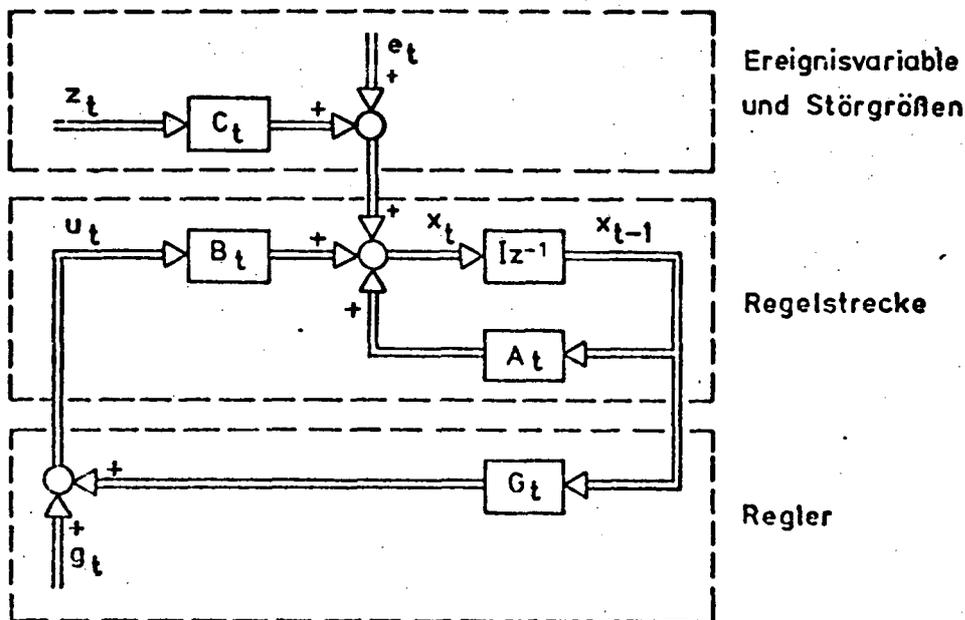
$$(16d) \quad h_{t-1} = K_{t-1} \bar{x}_{t-1} + (A_t + B_t G_t)' (h_t - H_t C_t z_t) , \quad h_T = K_T \bar{x}_T ,$$

wobei im oben berechneten Ausdruck von h_{T-1} neben T durch t noch g_t durch (16b) ersetzt wurde.

Damit ist die Gültigkeit der linearen Entscheidungsregel (14) gezeigt und ein Rechenverfahren angegeben.

Diese Entscheidungsregel, festgelegt durch die Paare (G_t, g_t) , $t = 1, \dots, T$, bestimmt bei bekanntem Anfangszustand x_0 die Instrumente $u_1^* = G_1 x_0 + g_1$ für die erste Periode. Das zugrundegelegte System - stochastisch oder deterministisch - führt dann zu einer Realisierung x_1^* des Zustands in der ersten Periode. Als Funktion dieses eingetretenen Zustands ist wiederum die Entscheidung $u_2 = G_2 x_1^* + g_2$ zu treffen usw. ¹⁾

Zuerst wird also nur die Entscheidung für die erste Periode getroffen. Die Funktion (14) gibt jedoch an, wie weiter zu verfahren ist. Systemtheoretisch betrachtet, stellt sie einen *optimalen Regler* dar, das System bildet einen *geschlossenen Regelkreis* (Abbildung 1).



SYMBOLLE:

lineare Übertragung vektorieller Zustände

Verschiebeoperator (der z-Transformation): symbolische Rückstellung des Zustandes um einen Zeitschritt

Summation bzw. Subtraktion

ABBILDUNG 1: Der geschlossene Regelkreis

1) Im Falle eines stochastischen Systems ist x_t^* als der in t "aufgrund vorangegangener optimaler Entscheidungen realisierte" und nicht als der im Sinne deterministischer Optimierung "optimale" Zustand zu verstehen.

D DIE INTERPRETATION DER KOZUSTÄNDE

Um die Aussagekraft der Kozustände, die für das deterministische System abgeleitet wurden, zu verstehen, wird nochmals auf die Hamiltonfunktion verwiesen. Die Minimierung der Verlustfunktion über den gesamten Planungszeitraum hinweg kann nämlich durch die Minimierung der Hamiltonfunktion in jeder Periode ersetzt werden, weil diese neben dem Beitrag zum Verlust der Periode eine Bewertung der Zustandsveränderung aufgrund der getroffenen und zu treffenden (optimalen) Entscheidungen und der Dynamik des Systems enthält. Allein über den resultierenden neuen Zustand wird der Fortgang der wirtschaftlichen Entwicklung durch die Vergangenheit des Systems beeinflusst. Der Kozustand p_t^* als Bewertung der Situation zu Beginn der Periode t trägt dem durch die Berücksichtigung aller Folgen in der Rekursionsbeziehung (8) Rechnung: Er ist genauso groß, wie x_t^* marginal zum Verlust der Periode t , $K_t(x_t^* - \bar{x}_t)$, beiträgt, zuzüglich der über t hinausreichenden Wirkungen, ausgedrückt in den mit p_{t+1}^* bewerteten marginalen Zustandsveränderungen A_{t+1} . Am Ende des Planungszeitraums gibt es keine Folgekosten mehr, daher gilt $p_T^* = K_T(x_T^* - \bar{x}_T)$ bzw. $p_{T+1}^* = 0$.

Der gleiche Sachverhalt kommt zum Ausdruck, wenn der Verlust von x_t^* ausgehend,

$$J_t(x_t^*) = \sum_{s=t}^T (x_s^* - \bar{x}_s)' K_s(x_s^* - \bar{x}_s),$$

als Funktion von x_t^* allein ausgedrückt werden kann.¹⁾ Dann nämlich ist

$$(17) \quad p_t^* = \frac{\partial J_t(x_t^*)}{\partial x_t^*} \text{ bzw. } \Delta J_t(x_t^*) = p_t^* \Delta x_t^*$$

Mit diesem Ausdruck kann eine Sensitivitätsbetrachtung vorgenommen werden. Eine Zustandsveränderung Δx_t^* hat eine positive oder negative Veränderung des Verlusts in Höhe von $p_t^* \Delta x_t^*$ zur Folge. Wird nur eine Zustandskomponente verändert, so ist die entsprechende Kozustandskomponente die zugehörige Maßgröße.

Es ist zu beachten, daß dieser Zusammenhang - genauso wie bei den Dualvariablen der mathematischen Optimierung - nur bei optimalen

1) Vgl. hierzu PINDYCK [1973], S. 35-36.

Entscheidungen und optimalen Zustands- bzw. Kozustandsverläufen und nur partiell gilt. Durch p_{it}^* wird also der Beitrag zur Zielerreichung über t, \dots, T einer *marginalen* Änderung von x_{it}^* bei Konstanz aller anderen Variablen und Parameter angegeben.

Die Kozustände jener Zustandsvariable, die nicht über Zeitverzögerungen in die Dynamik des Systems eingehen, sind ipso facto für die dynamische Bewertung wenig informativ. Ihr Wert entspricht genau der marginalen Veränderung des Beitrages der entsprechenden Variablen zur Zielfunktion in der jeweiligen Periode. Er ist also gleich der gewichteten Abweichung vom jeweiligen Sollwert. In diesem Falle ist von einem *trivialen* Kozustand die Rede.

Aus diesen Überlegungen geht hervor, daß die wirtschaftliche Zielerreichung nicht etwa - wie bei einer Momentaufnahme - an einem bestimmten Zeitpunkt durch die gewichtete Entfernung von den vorgegebenen Sollwerten gemessen werden kann. Es sind die Folgekosten zu beachten; diese werden durch die Kozustandsvariablen ausgedrückt. Die Nichterreicherung eines Zielwertes in einer Periode kann durchaus günstige Konsequenzen für die Zielerreichung in den folgenden Perioden haben. In dynamischer Perspektive kann also die Überschreitung eines Sollwertes in einer Periode positiv, in einer anderen dagegen negativ bewertet sein. Betrachtet man nun Abweichungen vom optimalen Zustandsverlauf, so kann aus einer absolut hohen Kozustandsvariablen auf eine hohe Sensitivität der Verlustfunktion bezüglich der entsprechenden Variablen geschlossen werden.

III ANWENDUNGSBEISPIEL

Bei Anwendung der im Teil II dargestellten Methode kann jedes diskrete lineare oder linearisierte ökonomische Modell zugrundegelegt werden. Als konkretes Beispiel für den kontrolltheoretischen Ansatz in der quantitativen Wirtschaftspolitik benutzen wir hier das WERF-UEBE-BECKMANN-Modell für die Bundesrepublik Deutschland, das uns freundlicherweise von Götz UEBE (Technische Universität München) zur Verfügung gestellt wurde. Dieses Modell existiert in verschiedenen Versionen;¹⁾ wir haben hier das sog. *Kleine UEBE-Modell* in der über die Periode 1963-1974 geschätzten Version verwendet.²⁾

Diese Wahl war hauptsächlich durch die Größe des Modells bedingt. Es hält sich einerseits in einem solchen Umfang, daß es noch relativ handlich und überschaubar ist. Es ist andererseits jedoch detailliert genug, um über wichtige makroökonomische Zusammenhänge Auskunft zu geben. Insbesondere enthält es die wichtigsten Variablen, die für eine Beurteilung und Steuerung der wirtschaftlichen Aktivität unumgänglich sind.

In Abschnitt A beschreiben wir kurz das UEBE-Modell und erörtern, in welcher Weise wir es zu einem Optimierungsmodell umgeformt haben. In Abschnitt B werden einige Optimierungen bei alternativen Zielfunktionen dargestellt. Die Ergebnisse werden im abschließenden Abschnitt C erläutert.

A. DAS KLEINE UEBE-MODELL

1. Die Struktur des Modells. Das kleine UEBE-Modell ist ein lineares Modell mit konstanter Struktur, d.h. die Matrizen A, B und C sind zeitunabhängig. Es basiert auf Jahresdaten; der Index t

1) Vgl. hierzu BECKMANN und UEBE [1970], UEBE und van der WERF [1972], UEBE [1974].

2) Diese Version hat noch vorläufigen Charakter. Für die Zustimmung, die hierauf basierenden Ergebnisse zu veröffentlichen, sowie für die Bereitstellung von umfangreichem Material möchten wir Götz UEBE unseren besonderen Dank aussprechen.

bezieht sich somit auf das jeweilige Jahr.

Das Modell enthält 15 endogene und 6 exogene Variablen. Diese Variablen sind in der Tabelle 1 aufgelistet. Ferner enthält es 11 stochastische Störglieder, die für die weiteren Ausführungen jedoch ohne Bedeutung sind. Es wurde in allen Optimierungsläufen nach der Berechnung der optimalen Entscheidungsregel eine deterministische Simulation durchgeführt, so daß die angegebene optimale Politik und die Zustandsverläufe zugleich Lösungen des deterministischen Problems sind. Eine Analyse des Systems unter Einbeziehung der Stochastik würde den Rahmen dieses Aufsatzes sprengen und wurde daher nicht durchgeführt.

ENDOGENE VARIABLE:

IA : Ausrüstungsinvestition in jeweiligen Preisen (i.j.P.)
IB : Bauinvestition i.j.P.
D : Abschreibungen i.j.P.
C : Privater Verbrauch i.j.P.
Q : Brutto-Einkommen aus Unternehmertätigkeit und Vermögen
Y : Brutto-Sozialprodukt i.j.P.
M : Import von Waren und Dienstleistungen i.j.P.
A : Beschäftigte Arbeitnehmer insgesamt
LA : Brutto-Lohneinkommen pro Kopf
L : Brutto-Einkommen aus unselbständiger Arbeit
PY : Preisindex des Brutto-Sozialprodukts (1962=100)
LD : Netto-Einkommen aus unselbständiger Arbeit
QD : Netto-Einkommen aus Unternehmertätigkeit und Vermögen
TL : Direkte Steuern auf Einkommen aus unselbständiger Arbeit
TQ : Direkte Steuern auf Einkommen aus Unternehmertätigkeit und Vermögen

INSTRUMENTVARIABLE:

G : Staatsverbrauch i.j.P.
R : Diskontsatz
TY : Indirekte Steuern minus Subventionen

EREIGNISVARIABLE:

X : Exporte von Waren und Dienstleistungen i.j.P.
IV : Vorratsveränderungen i.j.P.
EINS : Absolutes Glied: Faktor 1

TABELLE 1: Die Variablen des kleinen UEBE-Modells

Die Variablen sind als Wachstumsraten der Form $100 \cdot [N(t) - N(t-1)]/N(t-1)$ definiert, wobei N die entsprechende absolute Größe bezeichnet. Eine Ausnahme bilden die Größen

	IA _{t-1}	IB _{t-1}	D _{t-1}	C _{t-1}	Q _{t-1}	Y _{t-1}	M _{t-1}	A _{t-1}	LA _{t-1}	L _{t-1}	PY _{t-1}	LD _{t-1}	QD _{t-1}	TL _{t-1}	TQ _{t-1}	G _t	R _t	TY _t	X _t	IV _t	EINS
IA _t			-0.0374		-0.3015	-2.6813		0.2641				0.9810	1.1709			2.0591	-1.1241	-0.8403	0.9415	0.0722	-9.3165
IB _t			-0.0386		-0.6093	-2.3536		0.2731				1.0142	0.7200			2.8220	-2.9312	-0.8688	0.9734	0.0747	-12.0568
D _t			0.5463		-0.0804	-0.7148		0.0704				0.2615	0.3122			0.5489	-0.2997	-0.2240	0.2510	0.0193	0.7692
C _t			-0.0297		-0.1651	-0.3431		0.2097				0.7789	0.0795			0.8069	-0.4511	-0.6672	0.3778	0.0290	-4.7153
Q _t			-0.2194		-0.0069	-0.5194		-0.4225				0.7564	0.1865			0.7703	-0.8668	-4.9342	0.7259	0.0557	-2.9219
Y _t			-0.0208		-0.1680	-0.4938		0.1471				0.5465	0.1378			0.9906	-0.6263	-0.4681	0.5245	0.0402	-5.1903
M _t			-0.0138		-0.1116	-0.9926		0.0978				0.3632	0.4335			0.7623	-0.4161	-0.3111	0.7502	0.0267	0.8600
A _t			-0.0091		-0.0026	-0.2160		0.3492				0.2391	0.0855			0.2527	-0.2740	-0.2048	0.2295	0.0176	-4.4281
LA _t			-0.0149		-0.2933	-0.3522		0.1050				0.3898	0.0367			1.1488	-0.4467	-0.3339	0.3742	0.0287	-3.9905
L _t			-0.0240		-0.2959	-0.5683		0.4541				0.6289	0.1221			1.4015	-0.7207	-0.5387	0.6036	0.0463	-8.4186
PY _t			-0.0049		-0.2080	-0.1168		0.0348				0.1293	0.0122			0.6633	-0.1482	-0.1108	0.1241	0.0095	-2.5826
LD _t			-0.0143		-0.1767	-0.3393		0.2712				0.3755	0.0729			0.8368	-0.4303	-0.3217	0.3604	0.0276	-5.0267
QD _t			-0.1940		-0.0838	-0.4591		-0.3735				0.6686	0.1648			0.6809	-0.7661	-4.3613	0.6416	0.0492	-2.5826
TL _t			-0.0097		-0.1192	-0.2290		0.1830				0.2534	0.0492			0.5647	-0.2904	-0.2171	0.2432	0.0187	-3.3918
TQ _t			-0.0255		0.0769	-0.0603		-0.0491				0.0878	0.0217			0.0894	-0.1006	-0.5729	0.0843	0.0065	-0.3392
									A										B		C

TABELLE 2: DAS KLEINE UEBE-MODELL 1963-1974 IN DER ZUSTANDSFORM
(NICHT BESCHRIEBENE FELDER SIND MIT DEM WERT NULL BESETZT)

LD, QD, TL, TQ und TY, die *relative Raten* der Form $100 \cdot [N_t - N_{t-1}] / X_{t-1}$ sind, wobei der Nenner X durch die jeweilige Bezugsgröße L, Q resp. Y gebildet wird. Dies ist für die Linearität des Modells erforderlich. Weiter ist der Diskontsatz R als absolute Größe definiert. Der Einfachheit halber wird im folgenden bei der Bezeichnung der Variablen das Wort "Wachstumsrate" oder "relative Rate" unterlassen.

Die Parameter des kleinen UEBE-Modells sind in Tabelle 2 wiedergegeben; die Darstellung entspricht der Zustandsform

$$(1') \quad x_t = Ax_{t-1} + Bu_t + Cz_t .$$

Aus der ersten Zeile von Tabelle 2 ergibt sich z.B. als Verhaltensgleichung für die Wachstumsrate der Ausrüstungsinvestition:

$$\begin{aligned} IA_t = & - 9.3165 - 0.0374 D_{t-1} - 0.3015 Q_{t-1} - 2.6813 Y_{t-1} \\ & + 0.2641 A_{t-1} + 0.9810 LD_{t-1} + 1.1709 QD_{t-1} + 2.0591 G_t \\ & - 1.1241 R_t - 0.8403 TY_t + 0.9415 X_t + 0.0722 IV_t . \end{aligned}$$

Die anschaulichere strukturelle Form des Modells ist in Tabelle 3 wiedergegeben.

$$\begin{aligned} IA_t &= 1.7950(Y_t - Y_{t-1}) + 0.9236 QD_{t-1} + 0.2810 G_T \\ IB_t &= 0.8007 IA_t - 1.7690(R_t - PY_t) - 0.2391 QD_{t-1} \\ D_t &= 0.2666 IA_t + 0.5563 D_{t-1} + 3.2530 \\ C_t &= 0.8933 LD_t + 0.0871 QD_t + 0.3852 LD_{t-1} \\ Q_t &= -0.3427 D_t + 4.0783 Y_t - 2.1986 L_t - 4.2863 TY_t \\ Y_t &= 0.0950 IA_t + 0.1320 IB_t + 0.5290 C_t - 0.2550 M_t + 0.1900 G_t \\ &\quad + 0.2980 X_t + 0.0150 IV_t \\ M_t &= 0.3702 IA_t + 0.4017 X_t + 4.3090 \\ A_t &= 0.7289 Y_t - 0.4085 LA_t + 0.2848 A_{t-1} - 2.2750 \\ LA_t &= 0.4694 Y_t + 1.0310 PY_t - 0.0406 QD_{t-1} + 1.1250 \\ L_t &= 1.0 A_t + 1.0 LA_t \\ PY_t &= 0.3317 LA_t - 0.1107 Q_{t-1} + 0.2822 G_t - 1.2750 \\ LD_t &= 1.0 L_t - 1.0 TL_t \\ QD_t &= 1.0 Q_t - 1.0 TQ_t \\ TL_t &= 0.4029 L_t \\ TQ_t &= 0.1161 Q_t + 0.0777 Q_{t-1} \end{aligned}$$

TABELLE 3: Die strukturelle Form des kleinen UEBE-Modells

Die Zustandsform zeigt, daß die Variablen IA, IB, C, LA, L, PY, TL und TQ lediglich abgeleitete Größen sind. Sie besitzen einen gewissen Informationswert und können als Zielvariablen von Bedeutung sein, haben aber keinen unmittelbaren Einfluß auf die Werte der Variablen in späteren Perioden. Entsprechend sind ihre Kozustandsvariablen trivial. Alle übrigen Zustandsvariablen haben nicht-triviale Kozustände, die bei der Darstellung der Ergebnisse allerdings nur in wenigen Fällen berücksichtigt werden.

Die Dynamik des Modells wird also lediglich durch ein 6-Gleichungen-System beschrieben. Sofern sie nicht Zielvariablen darstellen, können die oben genannten acht Variablen - durch Streichung der entsprechenden Zeilen und Spalten der Zustandsform - aus dem UEBE-Modell eliminiert werden, ohne daß das dynamische Verhalten der übrigen Variablen dadurch verändert wird.

Im UEBE-Modell nehmen Einkommen- und Steuerkomponenten eine dominante Stellung ein. Die dynamische Struktur des Modells ist verhältnismäßig einfach. Auch in der strukturellen Formulierung des Modells treten keine Zeitverzögerungen um mehr als eine Periode auf.

2. Ziel- und Steuervariablen. Die Anwendung des UEBE-Modells setzt als erstes eine Klassifikation der Variablen nach dem oben aufgestellten Schema voraus.¹⁾

Als Instrumentvariablen wurden die Diskontrate R, der Saldo aus indirekten Steuern und Subventionen TY und die Staatsausgaben G gewählt. Damit werden, wenn auch in sehr rudimentärer Weise, geld- und fiskalpolitische Instrumente erfaßt.

Die exogenen Variablen Export und Vorratsänderungen kommen als Instrumentvariablen im Rahmen der mittelfristigen Konjunkturstabilisierung in einer Marktwirtschaft kaum in Frage. Sie werden daher als Ereignisvariablen behandelt.

Da in der Bundesrepublik Deutschland die vier wirtschaftspolitischen Ziele - Wachstum, Außenhandelsgleichgewicht, Beschäftigung und Preisniveaustabilität - gesetzlich verankert sind, liegt es

1) Vgl. S. 1-2.

nahe, die entsprechenden vier Zustandsvariablen des UEBE-Modells Y , $M-X$, A und P als Zielvariablen zu benutzen.¹⁾ Darüber hinaus haben wir aus den bereits erwähnten Gründen die drei Instrumentenvariablen in die Zielfunktion aufgenommen.

Das UEBE-Modell enthält keine Variable, die als Maß für die Einkommensverteilung benutzt werden kann. Die zusätzliche Definition eines solchen Maßes - sei es als Zielvariable, sei es rein informativ - hätte unverhältnismäßig schwierige Probleme mit sich gebracht und wurde hier deshalb nicht vorgenommen.

3. Die Wahl des Planungshorizontes. Als Planungszeitraum wurde in der Regel 10 Jahre gewählt. Diese Wahl hat zwei Gründe: Erstens ist eine relativ hohe Anzahl Perioden notwendig, um Ergebnisse zu erhalten, die nicht allzu stark von dem speziell gewählten Planungshorizont abhängen. Zweitens sind relativ lange Zustandsfolgen zweckmäßig, um einen guten Einblick in die dynamische Struktur des Modells zu gewinnen.

Darüber hinaus wurden Optimierungen über 9 und 11 Perioden vorgenommen, um die Sensitivität der Ergebnisse bezüglich des Zeithorizontes zu verdeutlichen. Weitere Optimierungen über 100 Perioden sollen die Eigendynamik des Modells bei Konstanthaltung der Ereignisvariablen aufzeigen.

4. Anwendungsprobleme des UEBE-Modells. Einige Schwierigkeiten ergaben sich aus der Definition der Variablen als Wachstumsraten. Die Ziele "Preisniveaustabilität" und "Wachstum", die üblicherweise mittels Wachstumsraten umschrieben werden, können unmittelbar mit Hilfe der Variablen PY und Y ausgedrückt werden. Dasselbe gilt für

1) Die Wachstumsrate des realen Bruttosozialprodukts Y^r wird also lediglich indirekt über PY und die nominelle Größe Y gesteuert. Die Einführung von Y^r als Zielvariable ist möglich, jedoch, da Y^r eine nicht-lineare Funktion der anderen Modellvariablen ist, erst nach Linearisierung.

das gesetzte Ziel "Verstetigung der Geld- und Fiskalpolitik". Bei den Zielen "Außenhandelsgleichgewicht" und "Beschäftigung" interessieren demgegenüber absolute Größen. Die Einführung entsprechender Variablen in das UEBE-Modell führt jedoch zu Nicht-Linearitäten. Wir haben uns daher für eine vereinfachende Lösung entschieden.

Im Falle des Außenhandelsgleichgewichts ist der Sollpfad für die Wachstumsrate der Importe mit der exogen gegebenen bzw. historisch bekannten Entwicklung der Wachstumsrate der Exporte gleichgesetzt worden. Im Soll wird somit das im Ausgangsjahr gegebene Verhältnis von Import zu Export in absoluten Größen über den Planungszeitraum beibehalten. In der Regel weicht der optimale Pfad jedoch vom Sollpfad ab, so daß in einzelnen Jahren, möglicherweise sogar über den ganzen Planungszeitraum größere Abweichungen hiervon auftreten können. Dies wird innerhalb des formalen Optimierungsprogramms nicht beachtet, da die Zielfunktion nur die Wachstumsraten und nicht die daraus resultierenden absoluten Größen bewertet. Jede in einer Periode auftretende Veränderung im Verhältnis der absoluten Größen zwischen Im- und Export wird in den Folgeperioden über die tendenzielle Angleichung der Wachstumsrate von X und M aufrechterhalten.

Die historischen Werte für X schwanken sehr stark. Eine Anpassung von M an X in *jeder Periode* kann daher Schwankungen bei den übrigen Variablen hervorrufen und damit mit der allgemeinen Zielsetzung einer Konjunkturstabilisierung kollidieren. Stabilitätskonform erscheint vielmehr eine Anpassung über den *Durchschnitt* mehrerer Jahre. Dieser Gedanke ist im Rahmen des UEBE-Modells allerdings nur auf Kosten technischer Schwierigkeiten zu realisieren, die in keinem Verhältnis zu dem erwarteten Plausibilitätsgewinn stehen, und wurde daher nicht weiter verfolgt.

Ähnlich haben wir als Sollpfad für die Beschäftigungsvariable eine Steigerung der Zahl der beschäftigten Arbeitnehmer um 1 % pro Jahr angenommen. Dadurch soll eine Tendenz zum Abbau eventuell auftretender Arbeitslosigkeit über die Zielfunktion in das Modell eingebaut werden. Dabei wird die Abhängigkeit des Arbeitsangebots von der allgemeinen Wirtschaftslage nicht berücksichtigt. Die oben bezüglich des Ziels "Außenhandelsgleichgewicht" ausgesprochenen Bedenken gelten hier in gleicher Weise.

Die Definition der Variablen als Wachstums- bzw. relative Raten

bewirkt darüber hinaus eine "optische Verzerrung" der Ergebnisse, die bei der Interpretation der im Abschnitt C aufgeführten Graphiken zu berücksichtigen ist: Z.B. ist in unserem Modell eine Steigerung der Wachstumsrate des Sozialprodukts um 1 Prozentpunkt von 6 % auf 7 % deutlich sichtbar. Die gleich starken Veränderungen würden bei einem in absoluten Größen definierten Modell in der entsprechenden graphischen Darstellung zu einer kaum merklichen Veränderung des Sozialprodukts führen.

Besondere Schwierigkeiten ergaben sich ferner aus der Definition der Variablen TY als exogene Größe und als relative Rate $TY_t = 100 \cdot [\tilde{TY}_t - \tilde{TY}_{t-1}] / \tilde{Y}_{t-1}$, wobei \sim absolute Größen bedeutet. Dieser Definition entsprechend gibt TY_t den Zuwachs an Einnahmen aus indirekten Steuern (minus Subventionen) als Prozentsatz des Bruttosozialprodukts in $t-1$ an. Bezeichnet man mit $100 \cdot a_{t-1}$ die durchschnittliche Belastung durch indirekte Steuern $\tilde{TY}_{t-1} / \tilde{Y}_{t-1}$ (in Prozent), so gilt $TY_t \approx 100 \cdot a_{t-1} Y_t$.

Inhaltlich ist a_{t-1} die eigentliche Instrumentvariable, während TY_t eine endogene Größe darstellt, deren Wert bei gegebenem a_{t-1} simultan mit Y_t bestimmt wird. Demzufolge ist es nicht unmöglich, TY_t als Ereignisvariable zu behandeln, da vernünftige Werte für diese Variable nur simultan im Rahmen der Optimierung ermittelt werden können. Die historischen Werte von TY entsprechen z.B., zusammen mit den historischen Werten von Y , weitgehend konstanten Werten von a_t . Zusammen mit den optimalen Werten für Y , die sich aus einer Optimierung über die Instrumentvariablen R und G ergeben, könnten aber dieselben historischen Werte für TY unrealistische Schwankungen von a_t implizieren. Andererseits wäre es sehr umständlich, a_t explizit zu definieren und als Instrumentvariable zu benutzen. Wir haben statt dessen unter Anwendung der Formel $TY_t \approx 100 \cdot a_{t-1} Y_t$ die Sollwerte \overline{TY} für TY so festgelegt, daß sich zusammen mit den Sollwerten für Y ein konstanter Wert $\overline{a}_t = a = 0,12, t = 1, \dots, T$ für a_t im Soll ergibt. Dieser konstante Wert entspricht in etwa den historischen Gegebenheiten. Um die Wirkung von TY aufzuzeigen, wird darüber hinaus in einzelnen Läufen $\overline{TY} = 0$ gesetzt, d.h., der Zuwachs des Bruttosozialprodukts wird im Soll durch keine indirekte Steuer belastet. In anderen Läufen wird $\overline{TY} = \bar{Y}$ angenommen, d.h., der gesamte Zuwachs wird im Soll versteuert.

B DIE AUSWAHL DER OPTIMIERUNGSLÄUFE

Die folgende Zusammenstellung und die Begründung alternativer Zielfunktionen sollen Richtlinien für die praktische Anwendung des Optimierungsmodells als Analyse- und Entscheidungshilfe aufzeigen. Die Ergebnisse der hier dargestellten Läufe dienen als unmittelbare Grundlage für die Erläuterungen und allgemeinen Aussagen in Abschnitt C. Zahlreiche weitere Läufe, die hier nicht wiedergegeben werden können, bestätigen diese allgemeinen Aussagen.

1. Übersicht über die Zielfunktionen der ausgewählten Läufe und die Werte der Ereignisvariablen. Die Zielfunktionen der 13 ausgewählten Läufe werden durch die in der nachstehenden Tabelle 4 aufgeführten Gewichte und Sollwerte sowie durch den Planungshorizont T charakterisiert. Gewichte und Sollwerte gelten unverändert für alle Perioden. Der Sollwert \bar{M} für M ist allerdings, wie erwähnt, zeitabhängig. Die Entwicklung der Exporte (y_t) bestimmt den Sollwert von M_t .

Die historischen Werte der beiden Ereignisvariablen X und IV sind in Tabelle 5 aufgeführt und unverändert in allen Optimierungsläufen verwendet worden. Für den Anfangszustand sind die historischen Werte von 1964, $Y_0=9.61$, $M_0=12.23$, $A_0=1.15$, $PY_0=2.72$, zugrundegelegt worden.

Jahr	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974
$X (= \bar{M})$	9.60	12.57	8.07	12.49	-2.01	30.13	9.87	9.17	18.93	30.68
IV	9.23	-6.40	-13.61	-98.46	3.91	-0.44	-6.47	-1.85	11.82	-8.65

TABELLE 5: Die historischen Werte der Ereignisvariablen
(Bei Lauf 13 wurde $X=\bar{M}=IV=6$ für $t=1, \dots, 100$ festgelegt)

Variable	Y	M_t	A	PY	G	R	TY	T
Lauf 1 Gewicht Soll	1 6	1 = X_t	1 1	1 0	2 6	2 5	2 0,7	10
Lauf 2 Gewicht Soll	1 6	1 = X_t	1 1	1 0	2 6	2 5	2 0,7	9
Lauf 3 Gewicht Soll	1 6	1 = X_t	1 1	1 0	2 6	2 5	2 0,7	11
Lauf 4 Gewicht Soll	1 6	1 = X_t	1 1	1 0	2 10	2 5	2 0,7	10
Lauf 5 Gewicht Soll	1 10	1 = X_t	1 1	1 0	2 10	2 5	2 1,2	10
Lauf 6 Gewicht Soll	1 10	1 = X_t	1 1	1 0	2 14	2	2 1,2	10
Lauf 7 Gewicht Soll	1 6	0	1 1	1 0	2 6	2 5	2 0,7	10
Lauf 8 Gewicht Soll	1 6	1 = X_t	1 1	1 0	0	2 5	2 0,7	10
Lauf 9 Gewicht Soll	1 6	1 = X_t	1 1	1 0	2 6	0	2 0,7	10
Lauf 10 Gewicht Soll	1 6	1 = X_t	1 1	1 0	2 6	2 5	0	10
Lauf 11 Gewicht Soll	1 6	1 = X_t	1 1	1 0	2 6	2 5	2 6	10
Lauf 12 Gewicht Soll	1 6	1 = X_t	1 1	1 0	2 6	2 5	2 0	10
Lauf 13 Gewicht Soll	1 6	1 10	1 1	1 0	2 6	2 5	2 0,7	100

TABELLE 4: Die Zielfunktionen der ausgewählten Läufe
 (Die Abweichungen von den Zielfunktionen
 des Laufs 1 sind für die Läufe 2-13 kur-
 siv hervorgehoben)

2. Begründung der Auswahl.

Lauf 1: In diesem Lauf wird eine ausgewogene Zielfunktion ohne besondere Betonung der Bedeutung einzelner Variablen zugrundegelegt. Da uns seine Ergebnisse vernünftig erschienen, wählten wir diesen Lauf als Referenzlauf. Die stärkere Gewichtung der Instrumentvariablen ist notwendig, um ihre optimalen Werte in einem zulässigen Bereich zu halten. Der Sollwert von G wird dem Sollwert von Y gleichgesetzt, damit der Anteil der Staatsausgaben am Sozialprodukt tendenziell gleichbleibt. Die Wahl des Zeithorizonts T sowie der Sollwerte für M, A und TY als Funktion der Sollwerte für Y wurde bereits begründet.

Lauf 2, 3: Mit Hilfe dieser beiden Läufe soll, wie erwähnt, die Sensitivität der Ergebnisse bezüglich des Zeithorizonts verdeutlicht werden.

Lauf 4: Die Erhöhung des Sollwertes der Wachstumsrate der Staatsausgaben auf 10 gegenüber 6 für Y soll die Wirkung einer tendenziellen Erhöhung des Anteils der Staatsausgaben am Sozialprodukt im Laufe der Zeit aufzeigen.

Lauf 5,6: Diese Läufe entsprechen den Läufen 1 und 4 bis auf höhere Sollwerte für Y (10) und G (10 und 14), um die Wirkung einer Steuerung des Modells auf einem höheren Wachstumsniveau zu untersuchen.

Lauf 7: Die Importentwicklung ist unbewertet, wird also nicht mehr an die Exportentwicklung angepaßt. Damit soll der Einfluß der Koppelung von M an das stark schwankende X überprüft werden.

Lauf 8, 9, 10: Der Ausschluß je einer Instrumentvariablen aus der Zielfunktion soll ihren speziellen Einfluß deutlich machen.

Lauf 11, 12: In diesen Läufen wird von den extremen Annahmen ausgegangen, daß im Soll der gesamte Zuwachs des Sozialprodukts entweder keinerlei indirekter Steuer unterliegt, oder aber durch indirekte Steuern voll abgeschöpft wird. Damit soll die Wirkung der problematischen Instrumentvariable TY überprüft werden.

Lauf 13: Mit diesem Lauf soll die Eigendynamik des Modells bei Konstanthaltung der Ereignisvariablen aufgezeigt werden.

C DIE ERGEBNISSE

Eine praktische Anwendung des UEBE-Modells in der Konjunkturpolitik - zur Bestimmung der optimalen Entscheidungen der laufenden Periode oder zur Aufstellung längerfristiger Entscheidungsrichtlinien - setzt eine Untersuchung seines Prädiktionswertes voraus. Eine solche Analyse wurde hier nicht durchgeführt, schon deshalb nicht, weil das kleine UEBE-Modell in seiner Struktur zu einfach ist, um als Entscheidungshilfe für die Konjunkturpolitik dienen zu können. Insbesondere ist die zugrundegelegte Zeiteinheit, 1 Jahr, zu lang. Damit erlaubt das Modell keine Aussagen über möglicherweise wichtige Modifikationen des Instrumenteneinsatzes innerhalb eines Jahres und verschleiert die Unterschiede in den Zeitverzögerungen, mit denen geld- und fiskalpolitische Maßnahmen wirksam werden.¹⁾ Die hier gewonnenen Ergebnisse sollten deshalb nicht auf die Realität übertragen werden, weder, um die tatsächliche Wirtschaftspolitik der letzten Jahre kritisch zu untersuchen, noch um Empfehlungen für die Zukunft zu erarbeiten. Dennoch hat die Verwendung eines ökonometrischen Modells die zwei entscheidenden Vorteile, daß man eine gewisse Plausibilität der Modelleigenschaften erwarten und zugleich am praktischen Beispiel zeigen kann, mit welchen Schwierigkeiten und welchem Zwang zu Kompromißlösungen in der Anwendung zu rechnen ist.

In den folgenden Unterabschnitten werden einige wichtige Modelleigenschaften genannt und einige Optimallösungen graphisch wiedergegeben. Die vorgetragenen Aussagen gelten nur lokal, also nur im Bereich der gewählten Zielfunktionen.

1) In der Tat stimmt die simulierte Wirtschaftsentwicklung, die sich ergibt, wenn im UEBE-Modell die historischen Werte der exogenen Variablen und des Anfangszustandes vorgegeben werden, nur über die ersten Perioden mit der historischen überein. Einer der wesentlichen Gründe dafür ist leicht zu erkennen: Im Modell hängt Y_t stark vom Export derselben Periode ab. Der simulierte Konjunkturzyklus entspricht daher weitgehend der Exportentwicklung. Dies erklärt insbesondere auch, warum es im simulierten Verlauf im Jahre 1968 zu einem Konjunkturunbruch kommt ($X_{1968} = -2.01$). Es sei außerdem erwähnt, daß im Modell starke Beziehungen zwischen M_t und Y_t bestehen und damit auch über Y_t zwischen M_t und X_t .

1. Die langfristigen Eigenschaften des Modells. Die optimale Lösung von Lauf 13 zeigt bei konstanten Werten für X und IV ausgeprägte Turnpike-Eigenschaften: Nach wenigen Perioden nehmen die verschiedenen Variablen praktisch konstante Werte an, von denen sie erst gegen Ende des Planungshorizonts wieder abweichen. Diese Werte, $Y=3.34$, $M=11.00$, $A=-1.97$, $PY=1.34$, $G=7.46$, $R=3.66$, $TY=-3.32$, zeigen einige modellimmanente Eigenschaften gut auf. Die optimalen Werte von Y und R, vor allem aber von A und TY, haben in allen Läufen die Tendenz, stark unter dem Soll zu liegen, während PY tendenziell über dem Soll liegt. Dasselbe gilt für G, mit Ausnahme der Läufe 2 und 4, in denen $\bar{G}=\bar{Y}+4$ gesetzt wurde und G unter \bar{G} , jedoch über \bar{Y} bleibt.

Das Modell beschreibt also in gewissem Sinne eine inflationäre Wirtschaft, in der die immanente Neigung zu säkularer Stagnation bei den gegebenen Zielsetzungen durch eine expansive Fiskalpolitik abgeschwächt wird.

2. Die Sensitivität der Ergebnisse. Die Sensitivität der Ergebnisse bezüglich des Planungshorizonts ist bei dem gewählten Wert $T=10$ ausgesprochen gering. Die optimalen Lösungen von Lauf 1, 2 und 3 weichen bis zur letzten Optimierungsperiode nur minimal voneinander ab. Die optimalen Werte der Jahre 1964-1973 können somit als optimal für Probleme mit beliebigem Planungshorizont $T>10$ bei sonst gleichbleibender Zielfunktion gelten.

3. Der allgemeine Charakter der Lösungen. Die optimalen Pfade der einzelnen Zielvariablen zeigen in den Läufen 1-12 dieselben Folgen von Spitzen und Tiefen, lediglich das Ausmaß der Veränderungen ist von Lauf zu Lauf unterschiedlich. Die optimalen Pfade sind erwartungsgemäß sehr viel besser am Soll angepaßt als die nicht wiedergegebene Simulation mit den historischen Werten. Entsprechend verlaufen sie ausgeprägt ruhiger, außer selbstverständlich im Falle von M. Der Konjunkturreinbruch des Jahres 1968 wird um ein Jahr hinausgeschoben und stark gedämpft.

In Abbildung 2 ist zusätzlich zu den optimalen Pfaden von Lauf 1 die Entwicklung der Variablen aufgezeigt worden, die sich ergibt, wenn man für die Instrumentenvariablen die konstanten Sollwerte, für die übrigen Variablen die historischen Werte vorgibt. Diese Entwick-

lung verläuft glatter als die Simulation mit den historischen Werten, was allerdings nicht den Schluß zuläßt, daß eine konstante Steuerung die Wirtschaft der Bundesrepublik besser stabilisiert hätte als die historische. Reale Wirtschaft und Modell divergieren zu sehr, als daß die historische Steuerung für das Modell mehr als willkürliche sein könnte.

4. Die Wirkung der Wahl von \bar{Y} , \bar{G} und $\bar{T\bar{Y}}$. Ein Vergleich der Läufe 1, 4, 5, 6, 11 und 12 (s. Abbildung 3 für eine Gegenüberstellung der Läufe 1 und 6) zeigt, daß die optimalen Verläufe aller Zielvariablen außer Y und aller Kozustände mit Ausnahme des Kozustandes von Y durch eine Veränderung von \bar{Y} und/oder \bar{G} und/oder $\bar{T\bar{Y}}$ parallel verschoben werden: Außer in den ersten und letzten Optimierungsjahren ergeben sich die neuen Optimalverläufe interessanterweise aus den alten durch Addition nahezu konstanter Größen. Diese additiven "Zuschläge" sind für die getesteten Läufe praktisch unabhängig vom Ausgangsniveau für \bar{Y} , \bar{G} und $\bar{T\bar{Y}}$. Sie sind also im getesteten Bereich lineare Funktionen von $\Delta\bar{Y}$, $\Delta\bar{G}$ und $\Delta\bar{T\bar{Y}}$. Den numerischen Zusammenhang zeigt Tabelle 6.

	ΔM^*	ΔA^*	ΔPY^*	ΔG^*	ΔR^*	ΔTY^*	$\Delta KOZ.A^*$
$\Delta\bar{Y}$	0.02	0.13	0.14	0.25	0.16	0.05	-0.005
$\Delta\bar{G}$	0.12	0.17	0.34	0.61	0.03	0.015	0.49
$\Delta\bar{T\bar{Y}}$	-0.47	-0.20	0.33	0.015	-0.09	0.37	-0.19

TABELLE 6: Die Wirkung einer Erhöhung von \bar{Y} , \bar{G} und/oder $\bar{T\bar{Y}}$ für $t=3, \dots, 8, T=10$.

(Dieobigen Zahlen gelten nur approximativ. Die Wirkung einer gleichzeitigen Veränderung mehrerer Sollwerte ist gleich der Summe der Einzelwirkungen.)

Auch für Y gilt, allerdings erst nach Bereinigung des Einflusses von X auf Y, $\Delta Y^* \approx 0.13 \Delta \bar{Y} + 0.15 \Delta \bar{G} + 0.03 \Delta \bar{TY}$. Ähnliche Beziehungen können für weitere Sollvariablen gefunden werden. Sie hängen aller Wahrscheinlichkeit nach mit der linearen Struktur des Modells zusammen und bedürfen einer weiteren Analyse.

Aufgrund der genannten linearen Beziehungen lassen sich die Implikationen der Wahl eines Wertes für \bar{TY} relativ leicht aufzeigen. Diese Variable erscheint daher weniger problematisch als zunächst angenommen. Darüber hinaus gibt Tabelle 6 interessante Auskünfte über den Variablenzusammenhang und erlaubt einen unmittelbaren Überblick über die Wirkung einer Änderung der Sollwerte auf die optimale Lösung. Dadurch vereinfachen sich ganz wesentlich die für eine praktische Anwendung unumgänglichen Korrekturen der zunächst ohne genaue Kenntnis der Implikationen festgelegten Verlustfunktion.

5. Die Wirkung der Koppelung von M an X. Tabelle 7 zeigt, daß die Anpassung von M an X stark von den Werten von \bar{TY} abhängt. Die Anpassung ist für kleine Werte von \bar{TY} und für \bar{TY} unbewertet (Läufe 1, 4, 6, 8, 10 und 12), schlecht für hohe Werte von \bar{TY} (Lauf 11). Umgekehrt paßt sich \bar{TY} besser am Soll an, wenn M unbewertet ist (Lauf 7). Ansonsten hat die Annahme $\bar{M}=X$ wenig Einfluß auf die übrigen Variablen.

6. Die Wirkung und die relative Bedeutung der Instrumente. Die Läufe 8-10 sind durch extreme Schwankungen und in der Wirklichkeit unzulässige Werte der Instrumentvariablen charakterisiert¹⁾ (für eine graphische Darstellung von Lauf 9 siehe Abbildung 4). Wegen der Linearität des Modells erlauben sie jedoch vorsichtige Rückschlüsse auf die Bedeutung der einzelnen Instrumentvariablen auch im praktisch relevanten Bereich.

1) Was den Realitätsbezug angeht, so sind für G bereits geringe Abweichungen vom historischen Verlauf problematisch, weil die Frage der Finanzierung offenbleibt (das Modell enthält keine Finanzierungsgleichung).

Anteile am Gesamtverlust								
	Gesamt- verlust	Y	M	A	PY	G	R	TY
Lauf 1	213	1 x 62	1 x 31	1 x 37	1 x 5	2 x 14	2 x 9	2 x 16
Lauf 4	190	1 x 48	1 x 30	1 x 27	1 x 27	2 x 9	2 x 5	2 x 15
Lauf 5	246	1 x 78	1 x 30	1 x 22	1 x 46	2 x 9	2 x 8	2 x 18
Lauf 6	269	1 x 49	1 x 35	1 x 18	1 x 96	2 x 14	2 x 5	2 x 17
Lauf 7	158	1 x 48	—	1 x 30	1 x 5	2 x 16	2 x 10	2 x 11
Lauf 8	149	1 x 29	1 x 34	1 x 25	1 x 25	—	2 x 1	2 x 15
Lauf 9	87	1 x 14	1 x 37	1 x 5	1 x 4	2 x 1	—	2 x 12
Lauf 10	153	1 x 48	1 x 23	1 x 30	1 x 9	2 x 14	2 x 7	—
Lauf 11	503	1 x 59	1 x 79	1 x 66	1 x 39	2 x 15	2 x 15	2 x 100
Lauf 12	197	1 x 63	1 x 30	1 x 34	1 x 4	2 x 14	2 x 8	2 x 11
Lauf 13	1406	1 x 335	1 x 51	1 x 437	1 x 89	2 x 106	2 x 90	2 x 51

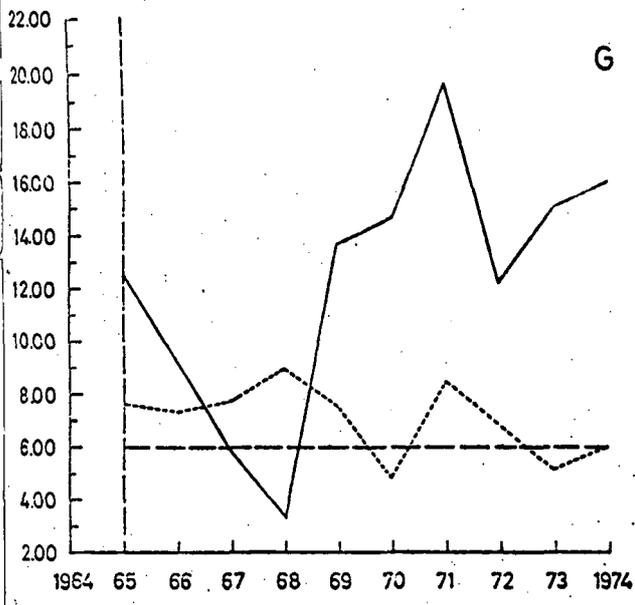
TABELLE 7: Die Anteile der einzelnen Variablen am Gesamtverlust für T=10.

(Die Anteile werden dargestellt als Produkt aus Gewicht der jeweiligen Variablen in der Zielfunktion und gerundeter Summe der quadrierten Abweichungen vom Sollpfad.)

Die drei Instrumentvariablen G, R und TY wirken komplementär: Der ungebundene Einsatz einer Variablen infolge ihrer Nicht-Bewertung entlastet die übrigen beiden, die dann ihrem Soll besser angepaßt werden. Die Komplementarität von TY mit den anderen Variablen ist jedoch ausgesprochen schwach (Tabelle 7). Die Nicht-Bewertung einer Instrumentvariable bewirkt ferner eine bessere Anpassung aller übrigen Zielvariablen an ihr Soll. In den Läufen 8 und 9 verschlechtert sich indessen der Anpassungsgrad von M. Dies zeigt, daß der Verlauf von M sich durch R und G weniger beeinflussen läßt als der Verlauf der übrigen Zielvariablen. Tabelle 6 läßt darüber hinaus einige Schlüsse hinsichtlich der relativen Bedeutung der einzelnen Instrumentvariablen zu. Die wirksamste Instrumentvariable ist R.

Die Wirksamkeit von G ist etwas geringer, während TY nur begrenzt den Wirtschaftsverlauf zu steuern vermag.

7. Die realen Größen. Die optimalen Werte für A liegen in allen Läufen weitgehend unter dem Soll. Damit ergibt sich eine Entwicklung der Beschäftigung, die eindeutig ungünstiger als der historische Verlauf ist, und die im praktischen Fall als wirtschaftspolitisch unzulässig zu gelten hätte. Entsprechende Entwicklungen weisen auch die durch die Zielfunktion nicht bewerteten realen Größen Y^r und LA^r auf, die im Modell wie in der Wirklichkeit stark von der Beschäftigungsentwicklung abhängen. In einer praxisbezogenen Anwendung mit einem geeigneten Modell würde sich spätestens an dieser Stelle die Frage erheben, ob es nicht sinnvoll wäre, die genannten Realgrößen Y^r und LA^r zu linearisieren und in die Zielfunktion mit aufzunehmen.



————— historischer Verlauf
 optimaler Verlauf (Lauf 1)
 - - - - - Sollverlauf
 ○-○-○-○ Verlauf bei Solltatsachung (Läufe 1 sowie 7, 11, 12)

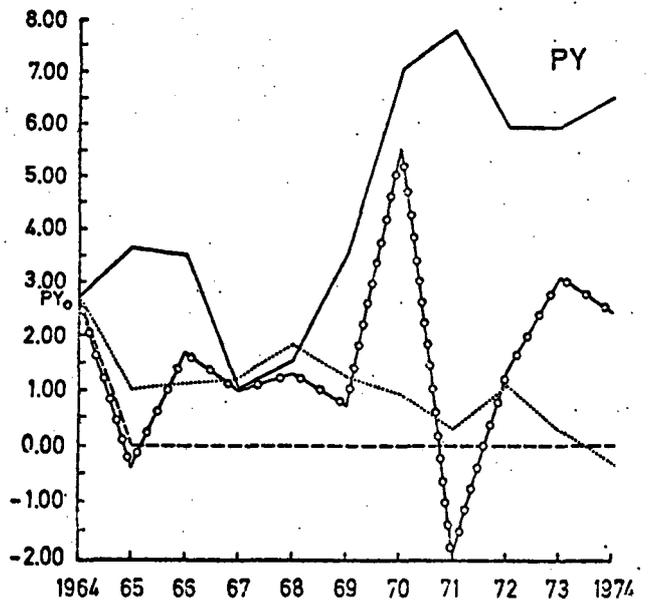
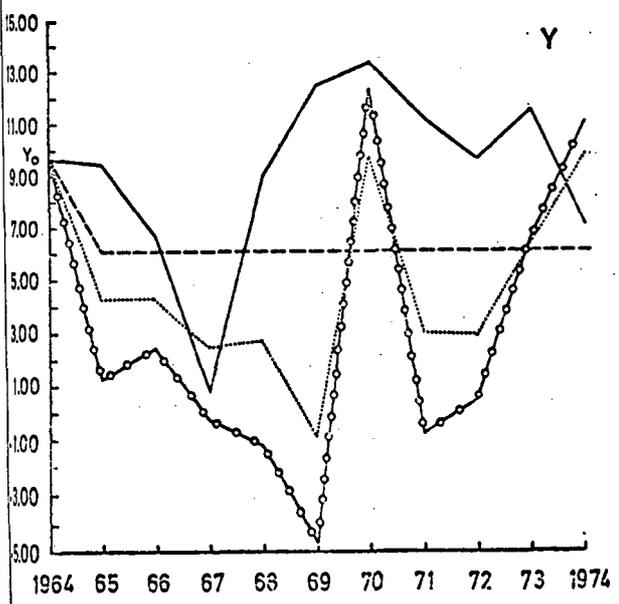
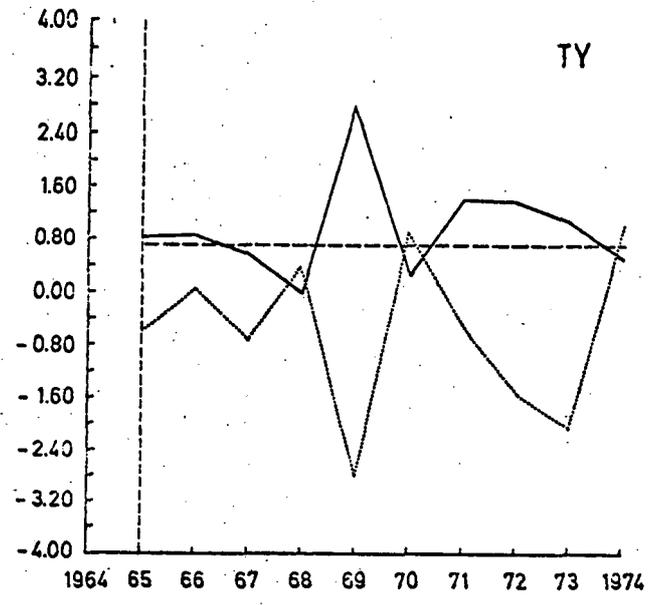
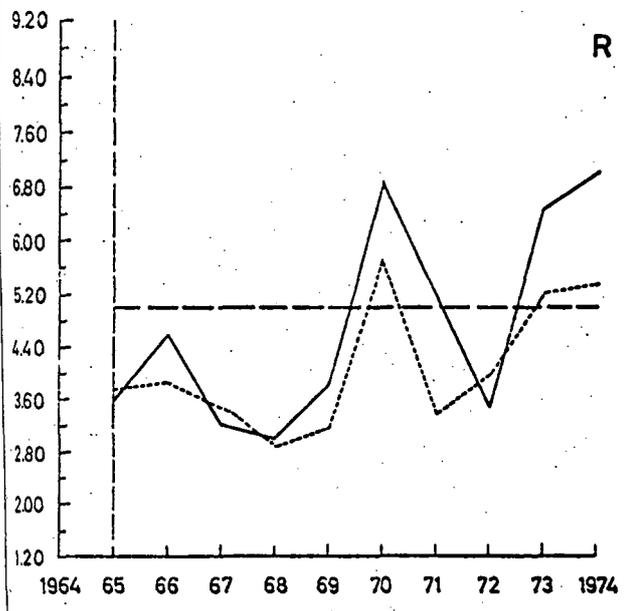
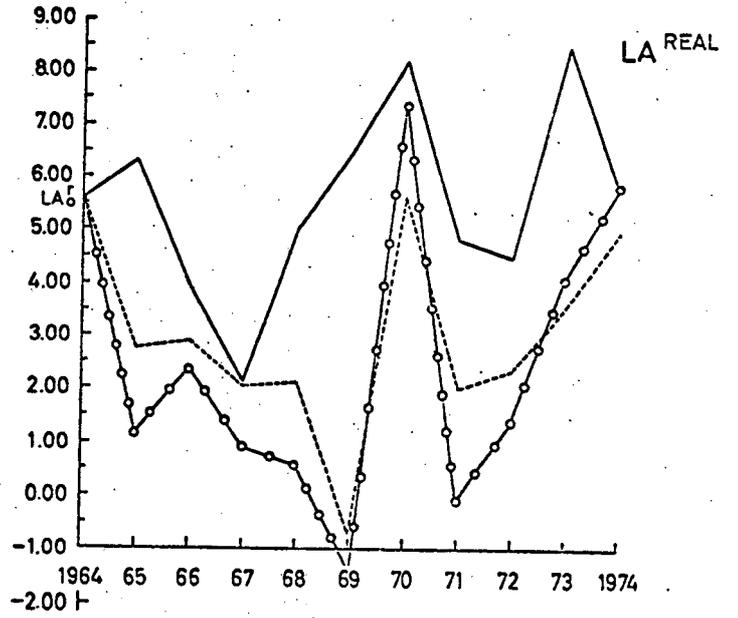
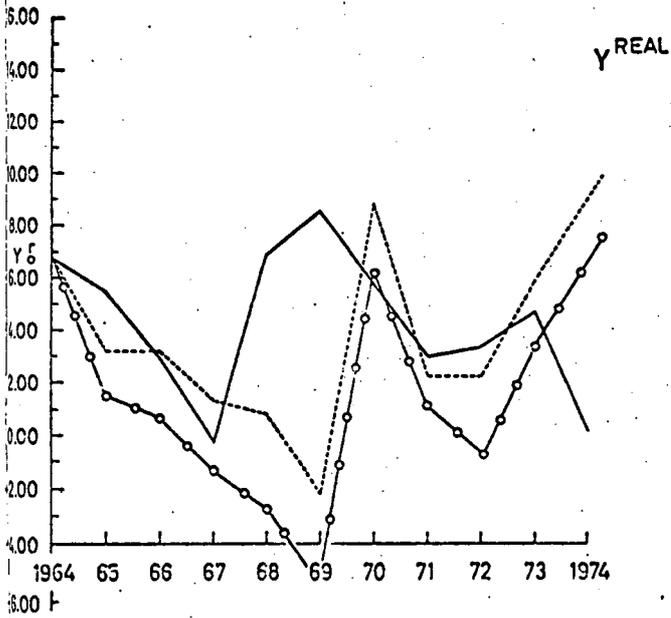
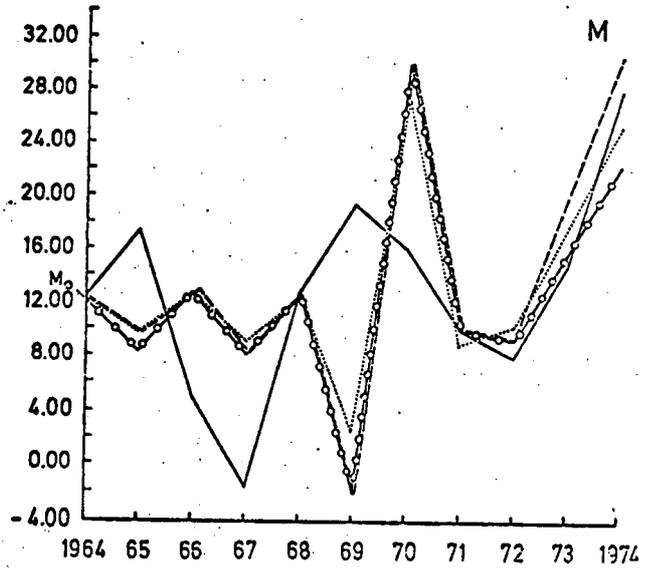
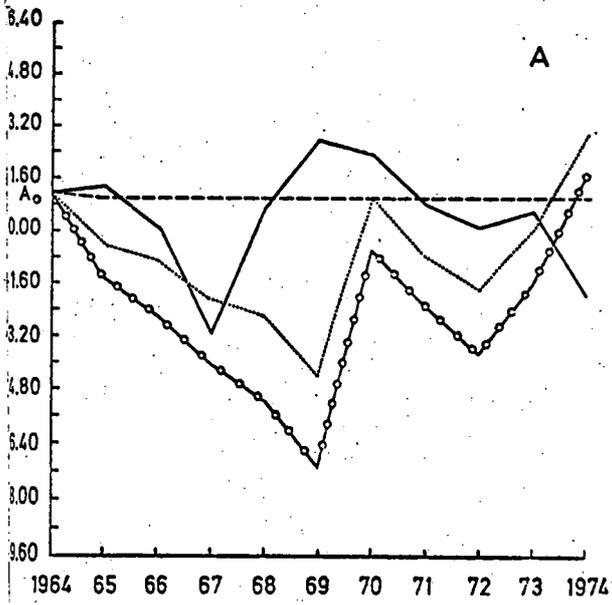


ABBILDUNG 2: Historische, optimale und simulierte Verläufe



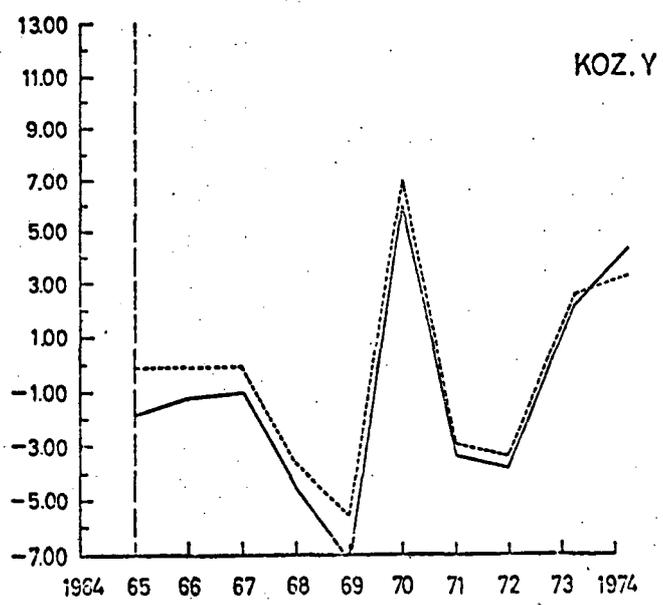
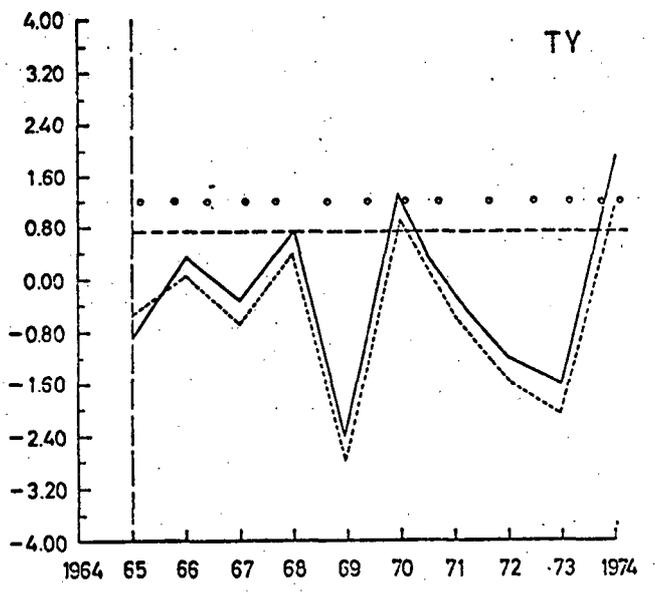
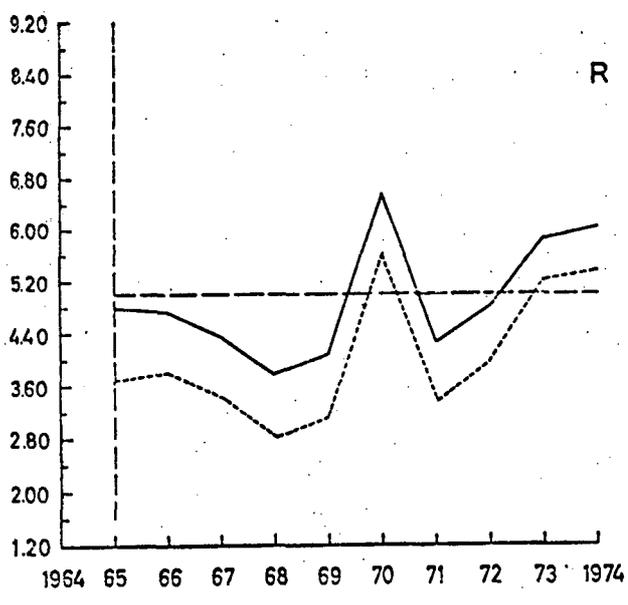
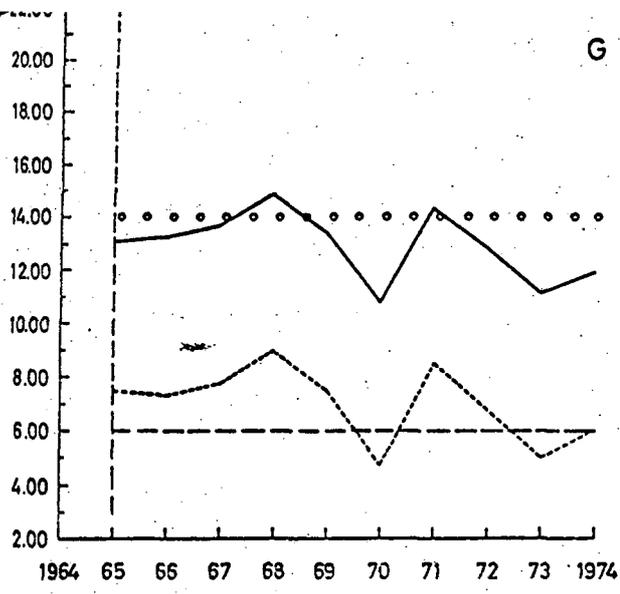
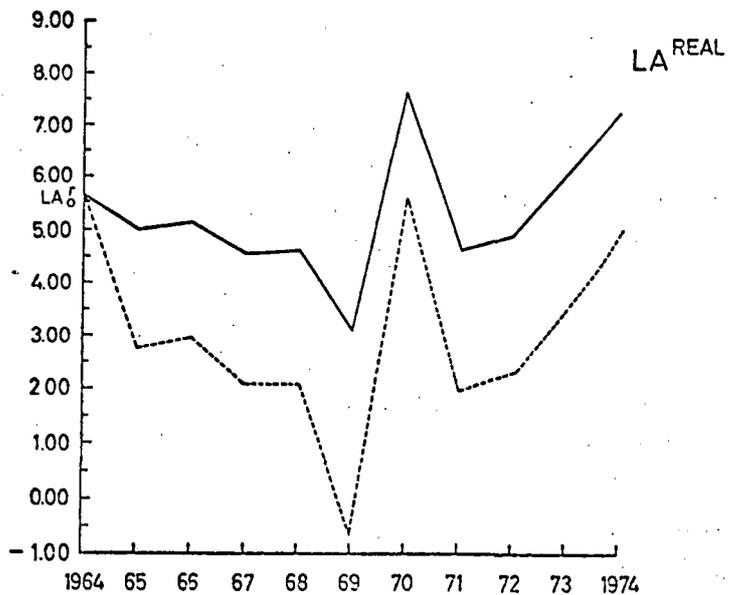
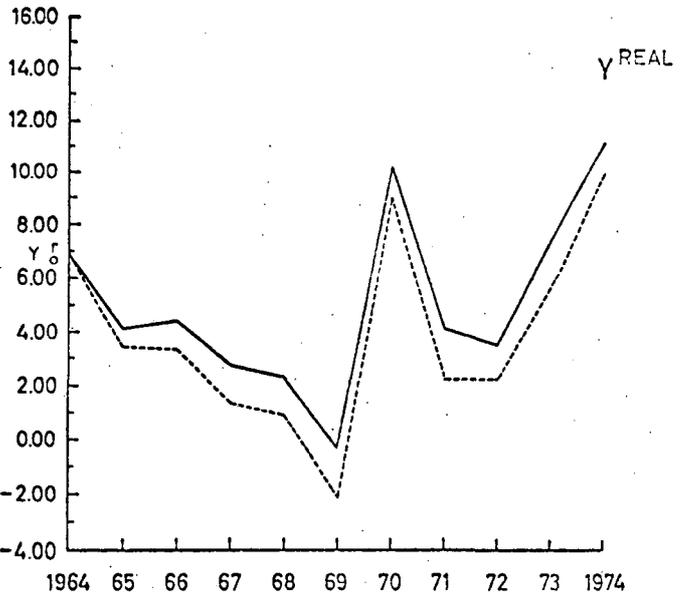
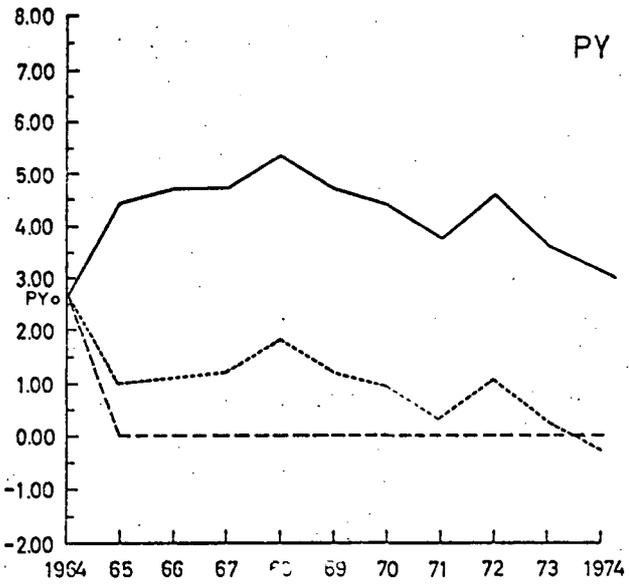
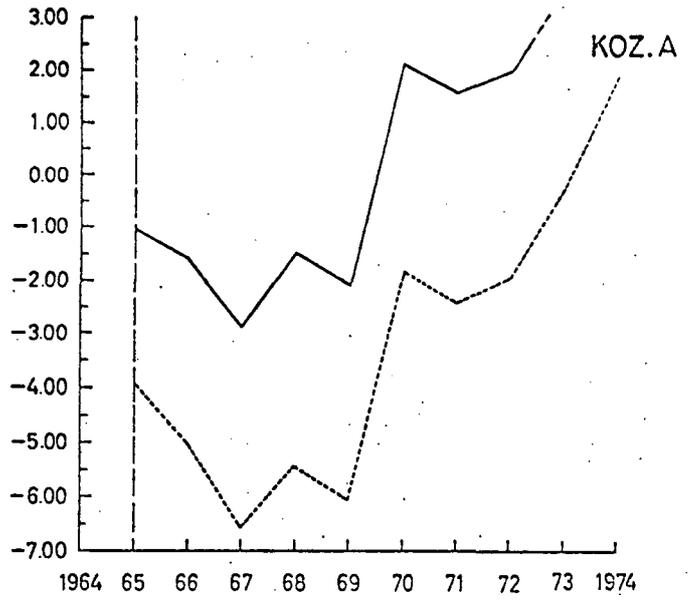
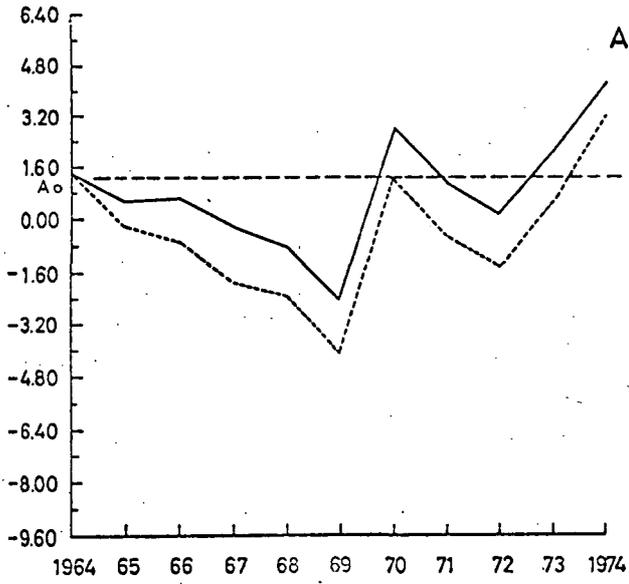
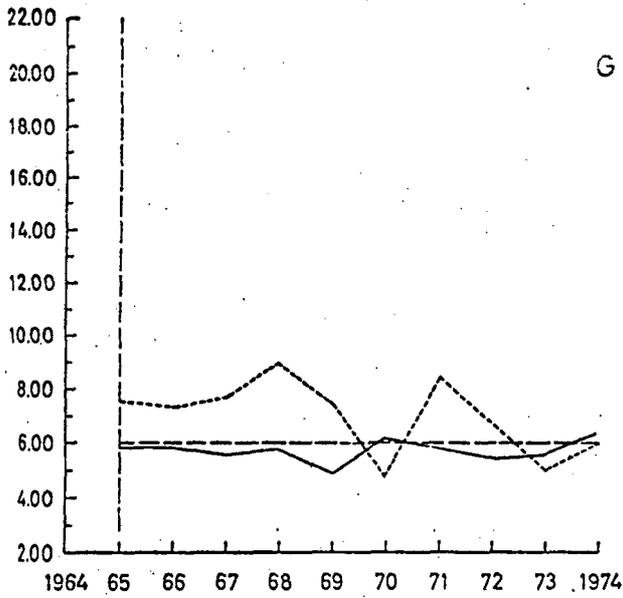


ABBILDUNG 3: Lauf 1 und Lauf 6

(Der Verlauf von M ist tabellarisch aufgeführt, da eine graphische Darstellung zu unübersichtlich geworden wäre.)



	\bar{M}	M* Lauf 1	M* Lauf 6
1964	—	12.23	12.23
1965	9.60	9.30	11.89
1966	12.57	12.65	13.88
1967	8.07	9.00	10.12
1968	12.49	12.29	13.37
1969	-2.01	2.46	3.52
1970	30.13	27.20	28.26
1971	9.87	8.71	9.73
1972	9.17	10.28	11.40
1973	18.93	17.73	18.91
1974	30.63	25.51	26.34



..... optimaler Verlauf (Lauf1)
———— optimaler Verlauf (Lauf9)
- - - - Sollverlauf

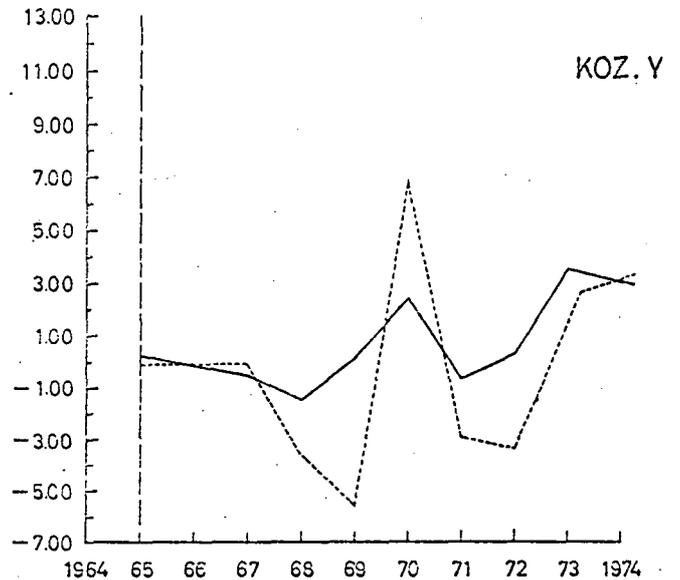
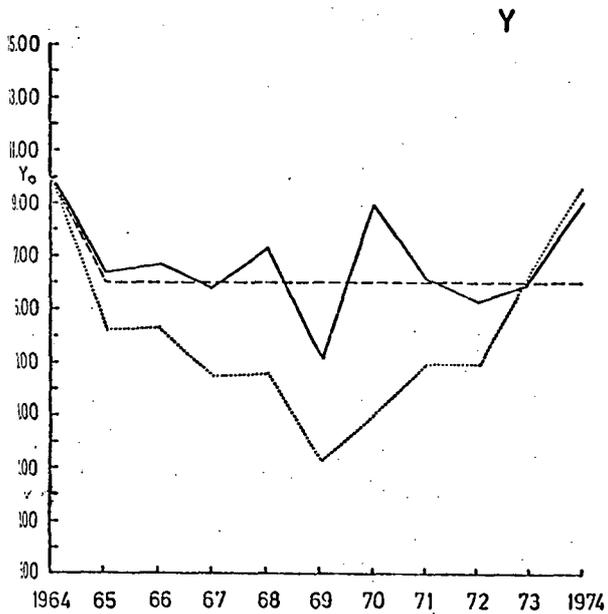
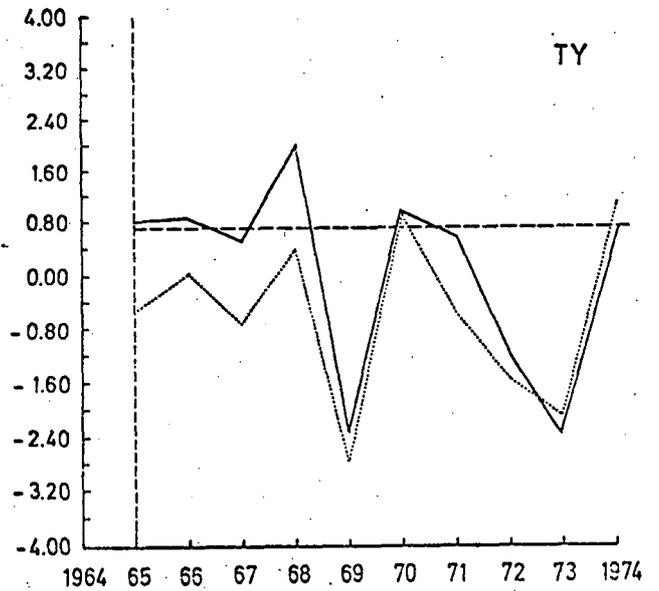
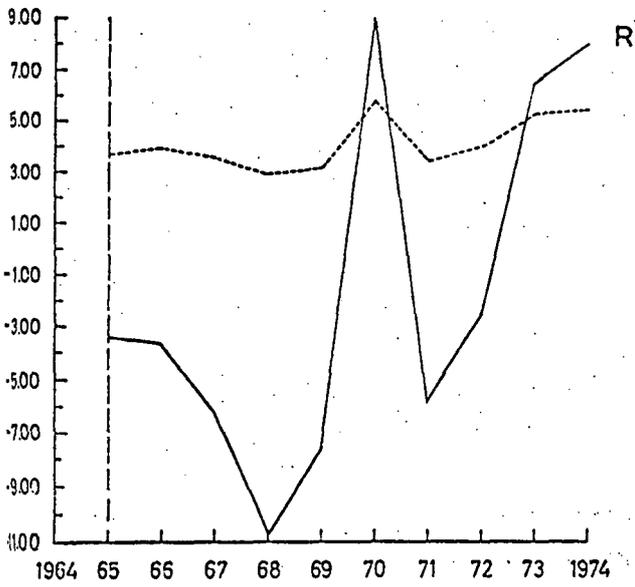
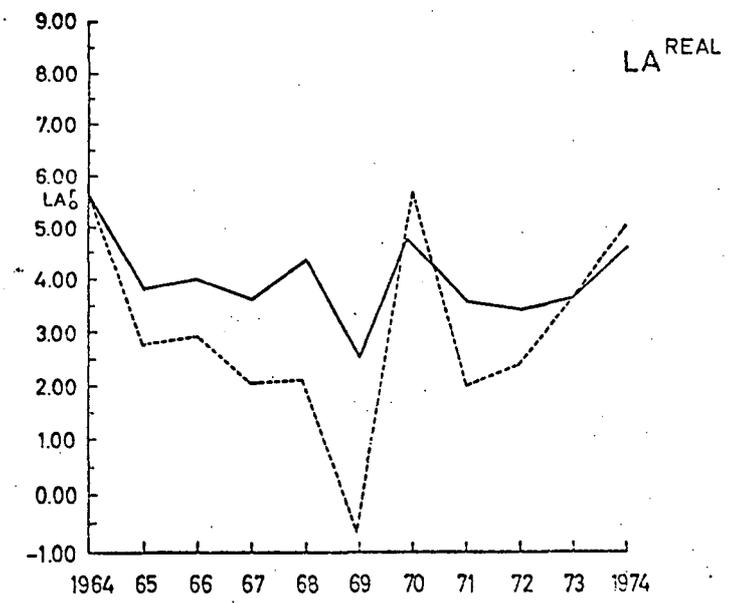
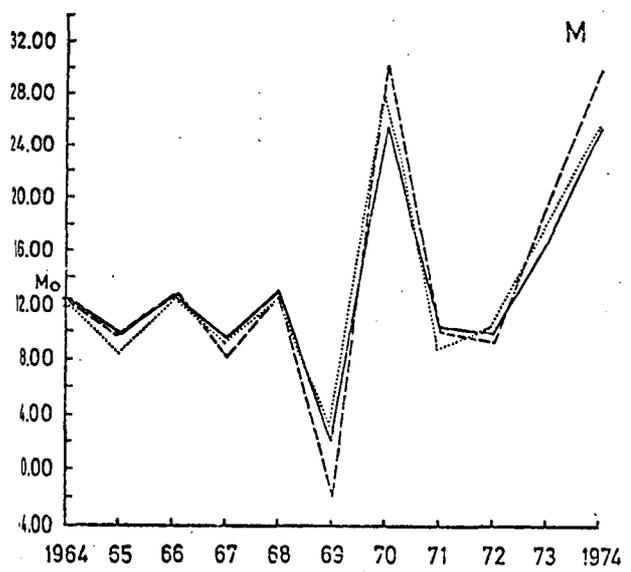
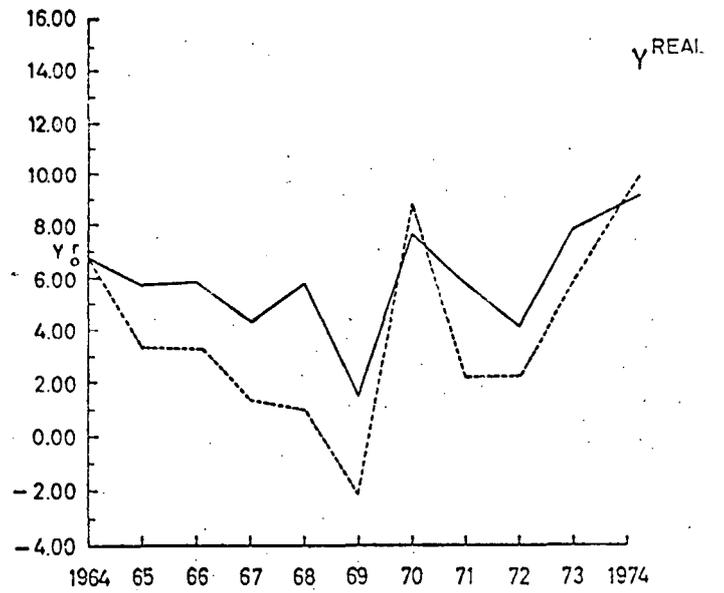
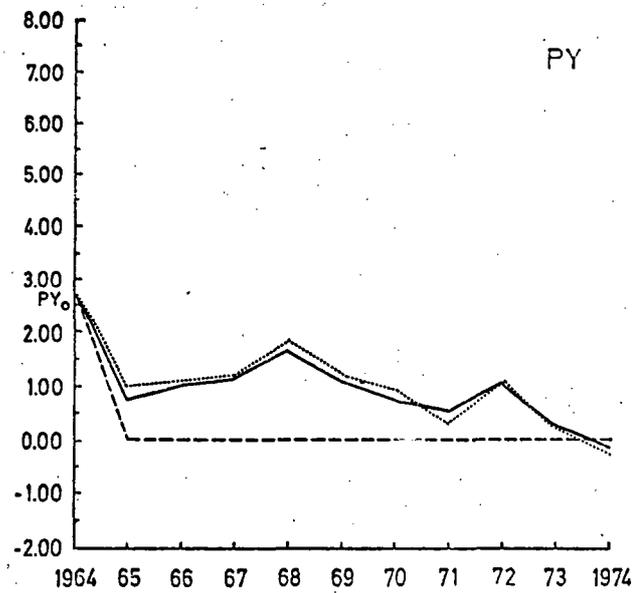
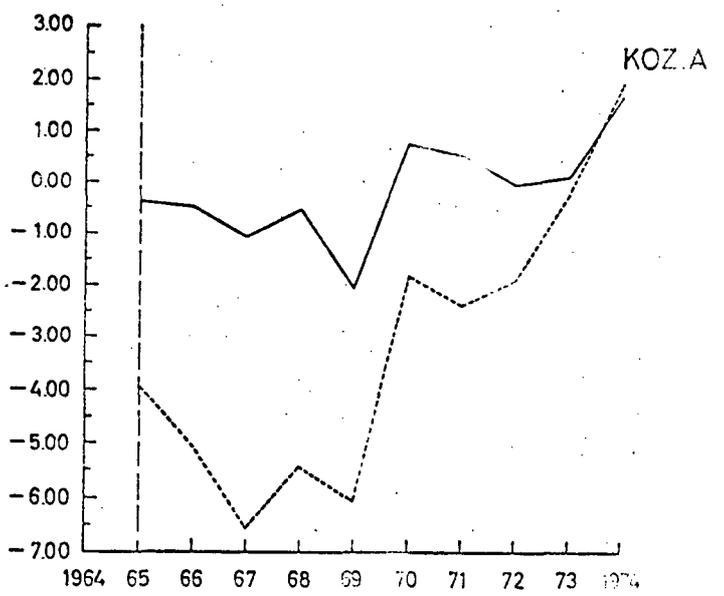
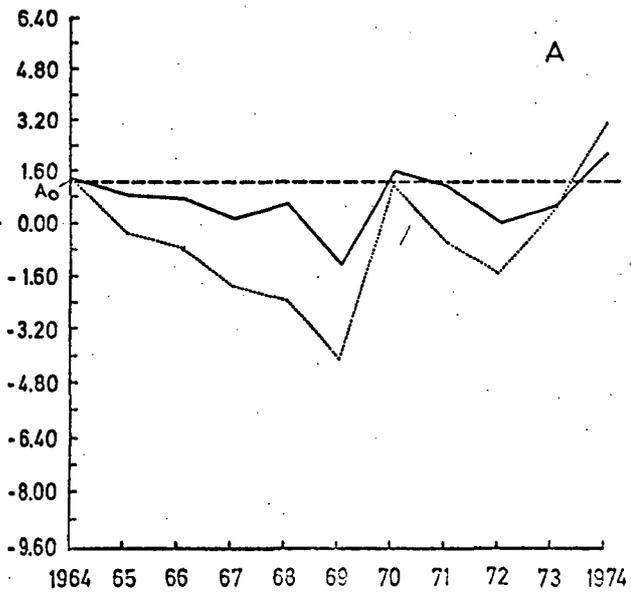


ABBILDUNG 4: Lauf 1 und Lauf 9



LITERATURVERZEICHNIS

- BECKMANN, M.J., und UEBE, G. [1970]: Makroökonomische Untersuchungen der Auswirkungen von Steueränderungen. Wiesbaden 1970.
- BENSOUSSAN, E., HURST, G. und NÄSLUND, B. [1974]: Management Applications of Modern Control Theory. Amsterdam-Oxford-New York 1974.
- CHOW, G.C. [1975]: Analysis and Control of Dynamic Economic Systems. New York 1975.
- DEISSENBERG, Ch. [1976a]: A General Formulation of Interactive Methods for Solving the Multiple Criteria Problem. Erscheint in: H.W. GOTTINGER (Hrsg.): Decision Theory and Social Ethics. Dordrecht-Boston.
- " - [1976b]: Man-Machine Interaction as Answer to the Multiple Criteria Problem. Erscheint in: H. BOSSEL (Hrsg.): Concepts and Tools of Computer-Assisted Policy Analysis.
- DEISSENBERG, Ch., und STÖPPLER, S. [1974]: Zur dynamischen Bewertung wirtschaftspolitischer Zielkombinationen. In: Zeitschrift für die Gesamte Staatswissenschaft 130, 1 (1974), S. 75-89.
- FREY, B.S. [1976]: Theorie und Empirie politischer Konjunkturzyklen. In: Zeitschrift für Nationalökonomie und Statistik 36 (1976), S. 95-120.
- FRIEDMAN, B.M. [1972]: Optimal Economic Stabilization Policy: An Extended Framework. In: Journal of Political Economy, 80, 5 (1972), S. 1002-1022.
- GALLER, H.P. [1976]: Optimale Wirtschaftspolitik mit nichtlinearen ökonomischen Modellen. Frankfurt am Main - New York 1976.
- PINDYCK, R.S. [1973]: Optimal Planning for Economic Stabilization. Amsterdam-London 1973.
- SIMON, H.A. [1956]: Dynamic Programming Under Uncertainty with a Quadratic Criterion Function. In: Econometrica 24 (1956), S. 74-81.
- STÖPPLER, S. [1975]: Dynamische Produktionstheorie. Opladen 1975.
- THEIL, H. [1958]: Economic Forecasts and Policy, Amsterdam 1958, zitiert nach der 2. Auflage, Amsterdam 1965.
- UEBE, G. [1974]: Einige alternative Schätzungen eines linearen ökonomischen Modells. Discussion Paper No. 2, N.S. Technische Universität München, Institut für Angewandte Mathematik, München 1974.
- WERF, D. van der [1972]: Die Wirtschaft der Bundesrepublik Deutschland in fünfzehn Gleichungen. Tübingen 1972.